

UM MÉTODO *MESHLESS* PARA SIMULAÇÃO DE ESCOAMENTO DE FLUIDOS EM CAVIDADES DE MOLDES

Kémelli Campanharo Estacio

Valdemir Garcia Ferreira

Luis Gustavo Nonato

Instituto de Ciências Matemáticas e de Computação, ICMC-USP

Departamento de Matemática Aplicada e Estatística

Av. Trabalhador São-carlense 400, 13560-970, São Carlos - SP, Brasil

kemelli@icmc.usp.br

pvgf@icmc.usp.br

gnonato@icmc.usp.br

Norberto Mangiavacchi

Faculdade de Engenharia Mecânica, FEN-UERJ

Departamento de Engenharia Mecânica

Rua São Francisco Xavier 524, 20550-900, Rio de Janeiro - RJ, Brasil

norberto@uerj.br

Resumo: *Métodos computacionais convencionais como Diferenças Finitas, Elementos Finitos e Volumes Finitos compartilham a característica de serem fortemente baseados na malha computacional, e por esta razão não são adequados para tratar casos com descontinuidades que não coincidem com as arestas da malha. Mesmo na ausência de descontinuidades não é raro o custo do cálculo da malha ser superior ao custo associado à resolução das equações propriamente ditas. Como uma alternativa, neste trabalho é apresentado o desenvolvimento e alguns resultados obtidos pela implementação de um método numérico para simular escoamentos de fluidos em superfícies definidas por pontos não organizados, evitando completamente o uso de malhas. A equação de Hele-Shaw é derivada por meio de simplificações nas equações de conservação e aproximada utilizando-se uma adaptação do método Smoothed Particle Hydrodynamics para o caso em que as partículas utilizadas na discretização não se movem. Uma nova abordagem para o tratamento da superfície livre do escoamento, baseada no método Volume of Fluid, é proposta.*

Palavras-chave: *moldagem por injeção, métodos meshless, equação de Hele-Shaw, superfície livres.*

1. INTRODUÇÃO

Com o crescente aumento do poder computacional disponível, novas técnicas numéricas vêm sendo desenvolvidas para as diversas áreas de pesquisa existentes. Na área de Mecânica de Fluidos Computacional, esse desenvolvimento permite a utilização de técnicas numéricas e algoritmos, cuja implementação em sistemas computacionais era inviável há alguns anos.

A discretização das equações diferenciais parciais em questão é obtida geralmente cobrindo o domínio de interesse por uma malha apropriada. Então, após a discretização temporal, linearização e a discretização do espaço, por Elementos Finitos, Diferenças Finitas, ou Volumes Finitos, um sistema linear de equações discretas é estabelecido e resolvido. Contudo, em problemas de escoamentos em domínios de geometria complicadas ou em problemas dependentes do tempo (as fronteiras móveis e superfícies livres mudam a cada passo no tempo) o uso de métodos baseados em malhas pode ser uma tarefa complicada. Como alternativa a essas dificuldades, diversos pesquisadores focaram seus esforços na obtenção de algoritmos que reconstruíssem a malha a cada passo do tempo, na evolução do problema. Essa estratégia pode introduzir diversas dificuldades na solução numérica, como a

degradação da precisão, complexidade computacional e o custo associado ao alto número de vezes de recalcular a malha (*remeshing*). Desta forma, especialmente na comunidade de Engenharia, tem crescido o interesse em outros métodos de discretização que não envolvem nenhum tipo de malha: são as aproximações *meshless*.

O modelo completo para a simulação de escoamentos de fluidos gerais envolve as equações conservação de massa, quantidade de movimento e energia, combinadas com leis constitutivas para o tipo de fluido em questão. A posição da superfície livre do fluido a cada passo de tempo deve ser determinada como parte da solução. Uma vez que os produtos fabricados por moldagem por injeção são muito finos, uma aproximação das equações de conservação denominada Hele-Shaw pode ser usada. Isto simplifica dramaticamente a equação da quantidade de movimento e resulta em um escoamento 2D. Os problemas de transferência de calor são, não obstante, 3D. Por esta razão esta aproximação é chamado 2^{1/2}D (Kennedy, 1995; Tucker III, 1989). No presente trabalho, resolveremos as equações diferenciais considerando fluidos Newtonianos e escoamentos isotérmicos.

Existem várias formas de se representar a superfície livre em escoamentos de fluidos. No método *Volume of Fluid* (VOF), primeiramente introduzido por Hirt e Nichols (Hirt and Nichols, 1981) e Hirt, Cook e Butler (Hirt et al., 1970), são utilizadas funções marcadoras para reconstrução da superfície livre, que assumem valores entre 0 e 1, dependendo da quantidade de fluido em cada célula. A cada passo no tempo, a superfície livre é reconstruída a partir das funções marcadoras. Esta superfície livre é então movida com a velocidade normal, para a atualização das funções marcadoras. O método de predição da posição da superfície livre utilizado neste trabalho é uma versão *meshless* do método *Volume of Fluid*, uma vez que em métodos *meshless* não existem células.

2. AS EQUAÇÕES GOVERNANTES

As equações de conservação em três dimensões, governantes do movimento isotérmico de fluidos são:

Equação da Continuidade

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + (\nabla \cdot \rho \mathbf{v}) = 0 \quad (1)$$

Equação da Quantidade de Movimento

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho \mathbf{v}) = \rho \mathbf{g} + [\nabla \cdot \underline{\sigma}] - [\nabla \cdot \rho \mathbf{v} \mathbf{v}] \quad (2)$$

Estas equações são gerais e valem para todos os tipos de fluido. Para simular o preenchimento de um molde durante o processo de moldagem por injeção, são realizadas simplificações nas equações de conservação(1) e (2). As suposições serão listadas a seguir:

Suposição 1: O fluido é considerado incompressível.

Suposição 2: O fluido pode ser representado como um fluido Newtoniano Generalizado.

Suposição 3: Simplificação por análise dimensional.

Em geral, peças moldadas por injeção são finas. Essa característica permite simplificar as equações empregando-se uma técnica chamada análise dimensional. Basicamente, a idéia é obter estimativas da ordem de magnitude de cada termo nas equações governantes. Termos de ordem suficientemente baixa têm pequena influência e são, portanto, desconsiderados. Desta forma, a idéia de valores característicos é fundamental. Estes são valores típicos das variáveis, tais como comprimento da cavidade, espessura da cavidade, velocidade do fluido e viscosidade. Valores exatos não são necessários - estimativas da ordem de magnitude são suficientes.

Os valores característicos são (Kennedy, 1995):

- Espessura da cavidade: $H = 10^{-3} \text{ m}$;
- Comprimento da cavidade: $L = H/\delta \text{ m}$ onde $\delta = H/L \ll 1$;
- Velocidade do fluido: $V = 10^{-1} \text{ m/s}$;
- Pressão na cavidade: $p_0 = 10^7 \text{ N/m}^2$;
- Viscosidade do fluido: $\eta_0 = 10^4 \text{ Ns/m}^2$;
- Densidade do fluido: $\rho = 10^3 \text{ kg/m}^3$.

Usando esses valores típicos, as variáveis relevantes nas equações podem ser definidas em termos de variáveis adimensionais, como segue:

- Coordenada- x : $x = Lx^* = H/\delta x^*$;
- Coordenada- y : $y = Ly^* = H/\delta y^*$;
- Coordenada- z : $z = Hz^*$;
- Tempo: $t = [L/V]t^* = [H/\delta V]t^*$;
- Componente x da velocidade: $v_x = [L/T]v_x^* = Vv_x^*$;
- Componente y da velocidade: $v_y = [L/T]v_y^* = Vv_y^*$;
- Componente z da velocidade: $v_z = [H/T]v_z^* = \delta Vv_z^*$;
- Pressão: $p = p_0p^*$;
- Viscosidade: $\eta = \eta_0\eta^*$.

onde as quantidades marcadas com o asterisco (*) são adimensionais e de ordem um.

A aproximação envolverá, portanto, a substituição de variáveis adimensionais em cada equação, para, então, estimar a ordem de magnitude de cada termo e finalmente eliminar os termos de ordem mais baixa.

Usando as suposições sobre o comportamento do material e a análise dimensional para estimar a magnitude dos termos em cada equação, equações (1) e (2) se reduzem a:

Equação da Continuidade

$$\frac{\partial v_x}{\partial x} + \frac{\partial v_y}{\partial y} + \frac{\partial v_z}{\partial z} = 0 \quad (3)$$

Equações da Quantidade de Movimento

$$\frac{\partial p}{\partial x} = \frac{\partial}{\partial z} \left(\eta \frac{\partial v_x}{\partial z} \right), \quad \frac{\partial p}{\partial y} = \frac{\partial}{\partial z} \left(\eta \frac{\partial v_y}{\partial z} \right), \quad \frac{\partial p}{\partial z} = 0 \quad (4)$$

Suposição 4: Simplificação por análise matemática.

Das últimas equações da quantidade de movimento (4) tem-se que a pressão é uma função somente de x e de y . Por essa razão, é conveniente integrar as equações da quantidade de movimento ao longo da espessura. A equação resultante 2D combina as equações da continuidade e quantidade de movimento e é conhecida como equação de Hele-Shaw:

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(S_2 \frac{\partial p}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(S_2 \frac{\partial p}{\partial y} \right) = 0 \quad (5)$$

onde a quantidade S_2 é chamada fluidez. Para moldes simétricos, S_2 é definida por:

$$S_2 = \int_0^h \frac{z'^2}{\eta} dz'$$

onde h é a espessura do molde.

Finalmente, a equação (5) deve ser resolvida utilizando as seguintes condições de contorno: a pressão é zero na superfície livre; a vazão do fluido ou a pressão é especificada na região de injeção de fluido e em qualquer fronteira impermeável, o gradiente de pressão na direção normal à fronteira é zero.

A solução numérica das equações governantes da fase de preenchimento com um fluido Newtoniano é feita em dois estágios principais: cálculo do campo da pressão e avanço da superfície livre (Kennedy, 1995). Em nosso método, a equação da pressão é resolvida por uma aproximação Euleriana baseada no método *Smoothed Particle Hydrodynamics Method*. A predição da posição de superfície livre é obtida por uma aproximação *meshless* do método Volume of Fluid Method.

3. SOLUÇÃO DA EQUAÇÃO DA PRESSÃO

O método *Smoothed Particle Hydrodynamics* (SPH) é um método de partículas e não requer uma malha para calcular as derivadas espaciais, que são encontradas pela derivação analítica da fórmula de interpolação. Neste trabalho, será utilizada uma adaptação do método SPH para o caso em que as partículas estão fixas no espaço, isto é, segundo o referencial Euleriano.

Qualquer função f , definida sobre um domínio de interesse e representando alguma variável física pode ser expressa em termos de seus valores em um conjunto discreto de pontos não organizados – as partículas – por meio de uma definição apropriada de núcleo de interpolação (Lucy, 1977; Gingold and Monaghan, 1977; Monaghan, 1992; Ellero, 2004). Dada uma função f definida em todo o domínio Ω , sempre é possível escrever f como

$$f(\mathbf{x}) = \int_{\Omega} f(\mathbf{x}') \delta(\mathbf{x} - \mathbf{x}') d\mathbf{x}' \quad (6)$$

onde $\delta(x)$ é a função do delta de Dirac centrada na posição $\mathbf{x}$. Substituindo o delta de Dirac por uma função núcleo de interpolação $W(\mathbf{x} - \mathbf{x}', h)$, obtemos:

$$\langle f(\mathbf{x}) \rangle = \int_{\Omega} f(\mathbf{x}') W(\mathbf{x} - \mathbf{x}', h) d\mathbf{x}' \quad (7)$$

A fim obter integral estimada corretamente, as seguintes suposições são necessárias:

$$\int W(\mathbf{x} - \mathbf{x}', h) d\mathbf{x}' = 1 \quad \text{e} \quad \lim_{h \rightarrow 0} W(\mathbf{x} - \mathbf{x}', h) = \delta(\mathbf{x} - \mathbf{x}'). \quad (8)$$

Estas características asseguram a normalização e a consistência apropriadas no limite do contínuo. Para um fluido de densidade ρ , a integral interpolante de f é aproximada pelo somatório:

$$\langle f(\mathbf{x}) \rangle \approx \sum_b m_b \frac{f_b}{\rho_b} W(\mathbf{x} - \mathbf{x}'_b, h) \quad (9)$$

onde o índice b denota o rótulo da partícula, e a soma é feita sobre todas as partículas. A partícula b tem massa m_b , posição $\mathbf{x}_b$, densidade ρ_b e velocidade $\mathbf{v}_b$ e o valor de f em $\mathbf{x}_b$ é denotado por f_b .

O ponto essencial é que é possível construir um interpolante diferenciável de uma função a partir dos valores nas partículas (pontos de interpolação) usando um núcleo que é diferenciável. As derivadas desse interpolante podem ser obtidas por diferenciação ordinária e não é necessário usar diferenças finitas nem malhas.

Desta forma, lembrando que a Eq. (5) pode ser escrita como:

$$\nabla \cdot S_2 \nabla p = 0,$$

sua aproximação por SPH é, portanto:

$$\sum_b p_b \nabla \cdot S_2 \nabla W(\mathbf{x} - \mathbf{x}'_b, r) = 0. \quad (10)$$

Como está sendo usado o referencial Euleriano, a massa e a densidade do fluido se tornam constantes, podendo ser incorporadas em W .

4. AVANÇO DA SUPERFÍCIE LIVRE

O método *Volume of Fluid* (VOF) foi originalmente introduzido em 1981 por Hirt e Nichols (Hirt and Nichols, 1981) e pode ser aplicado a problemas com vários fluidos com diferentes densidades, e portanto é considerado adequado para prever o movimento da superfície livre.

A idéia principal no método VOF é introduzir uma função ϕ cujo valor é $\phi = 1$ em qualquer ponto ocupado por fluido e $\phi = 0$ caso contrário. O valor médio de ϕ em uma célula representa a fração de volume da célula ocupada pelo fluido. Em particular $\phi = 1$ corresponde à célula cheia de fluido, $\phi = 0$ à célula vazia e $0 < \phi < 1$ à célula contendo a superfície livre.

A dependência temporal de ϕ é governada pela seguinte equação de transporte, escrita na forma integral:

$$\frac{\partial \phi}{\partial t} + \nabla \cdot (\mathbf{v} \phi) = 0 \quad (11)$$

Para tanto, várias aproximações podem ser utilizadas, e uma delas consiste em resolver a forma integral da equação (11), :

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_V \phi dV + \int_S \phi \mathbf{v} \cdot \mathbf{n} dS = 0 \quad (12)$$

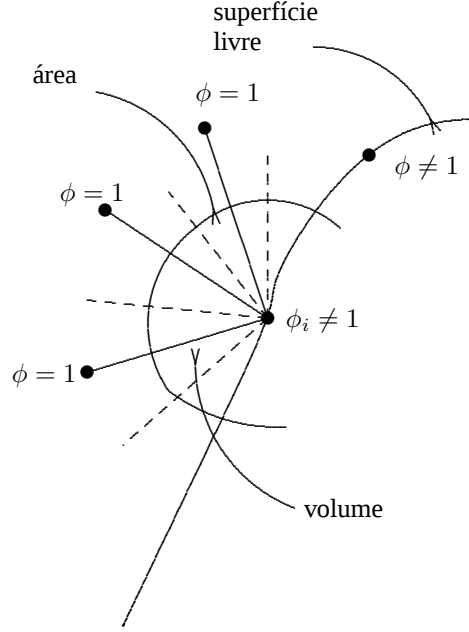
usando, por exemplo, volumes finitos.

No caso de métodos *meshless* o conceito de célula, volume ou elemento não está definido, já que apenas partículas são utilizadas na aproximação. Portanto, ao invés de considerar células ou volumes em que $\phi = 1$, essa propriedade será associada às partículas. A Figura 1 ilustra a representação de um “volume” *meshless*.

Lembrando que $\phi(part_i)$ representa a fração de volume de V_i que contém fluido, tem-se que o volume de fluido da partícula $part_i$ é $\phi(part_i) \cdot V_i$.

Voltando à equação (12), para o volume finito V_i tem-se que a taxa de variação do volume do fluido em $part_i$ é igual à soma das contribuições provenientes das partículas vizinhas j em que $\phi(part_j) = 1$, isto é:

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_{V_i} \phi(part_i) dV = - \int_S \phi(part_j) \mathbf{v} \cdot \mathbf{n} dS \quad (13)$$

Figure 1: Volume associado à partícula i .

Matematicamente, considerando que ϕ é uniforme no volume da partícula $part_i$, é possível simplificar o lado esquerdo, obtendo:

$$V_i \frac{\partial \phi(part_i)}{\partial t} = - \int_S \phi(part_j) \mathbf{v} \cdot \mathbf{n} dS \quad (14)$$

onde a integral da superfície da direita vai incluir a contribuição de todos os volumes associados a partículas cheias, isto é se $\phi(part_j) = 1$.

Logo, discretizando, tem-se que:

$$\phi(part_i)^{n+1} = \phi(part_i)^n - \frac{dt}{V_i} \int_S \phi(part_j) \mathbf{v} \cdot \mathbf{n} dS \quad (15)$$

Lembrando que $\mathbf{v} \cdot \mathbf{n}$ é a velocidade na direção ji , considerando que os valores médios para as componentes da velocidade são dados por:

$$\mathbf{v} = -k \nabla p \cdot \mathbf{n} \quad (16)$$

com $k = \frac{S_2}{h}$, temos que a equação (15) pode ser escrita como:

$$\phi(part_i)^{n+1} = \phi(part_i)^n - \frac{dt}{V_i} \sum_j k_{ij} \frac{p_j - p_i}{\|\mathbf{x}_j - \mathbf{x}_i\|} A_{ij} \quad (17)$$

Assumindo uma distribuição aleatória isotrópica das partículas, podemos definir o raio médio, o volume médio e a área média da partícula i como sendo, respectivamente:

$$R_i = \frac{1}{n_p} \sum_{j=1}^{n_p} \sqrt{(\mathbf{x}_i - \mathbf{x}_j)^2}, \quad V_i = \pi R_i^2, \quad A_{ij} = 2\pi R_i. \quad (18)$$

Substituindo esses valores na equação (17), tem-se

$$\phi(part_i)^{n+1} = \phi(part_i)^n - \frac{2 dt}{R_i} \sum_j k_{ij} \frac{p_j - p_i}{\|\mathbf{x}_j - \mathbf{x}_i\|} \quad (19)$$

Na estratégia adotada, deseja-se que, a cada passo no tempo dt , apenas um volume *meshless* se encha. Para tanto, calcula-se o passo de tempo dt necessário para o preenchimento de cada partícula pertencente à superfície livre ($0 < \phi < 1$), e então escolhe-se o menor valor encontrado:

$$1 = \phi(part_i)^n - \frac{2 dt}{R_i} \sum_j k_{ij} \frac{p_j - p_i}{\|\mathbf{x}_j - \mathbf{x}_i\|} \quad (20)$$

onde $dt_{preench}$ é o passo de tempo que na iteração n preencherá apenas um volume *meshless*. Logo:

$$dt_{preench} = (R_i) \frac{1 - \phi(part_i)^n}{\sum_j k_{ij} \frac{p_j - p_i}{\|\mathbf{x}_j - \mathbf{x}_i\|}} \quad (21)$$

Essa estratégia resulta num esquema com pequena difusão numérica, uma das desvantagens frequentemente encontradas em métodos do tipo VOF (Ransau, 2002).

5. RESULTADOS

O método implementado foi validado considerando a espessura do molde e a fluidez constantes, em problemas com condições iniciais e de contorno (Estacio et al., 2004). Nessa seção serão apresentados alguns resultados obtidos pela solução numérica das equações (5) e (11) para situações gerais. Nessas simulações serão utilizados valores prescritos para a pressão na região de injeção de fluido como sendo $p = 10^5 \text{ N/m}^2$.

Na primeira simulação é apresentado o preenchimento de um molde de geometria complexa e espessura constante em formato de peixe. A região de injeção escolhida está localizada na inserção do molde (buraco) definindo olho do peixe. A amplitude do molde na direção- x é de $1.8 \times 10^{-1} \text{ m}$ e na direção- y é de $1.2 \times 10^{-1} \text{ m}$. A Figura 2 ilustra os 253 pontos representando a geometria do molde e é importante ressaltar que somente esses 253 pontos são usados na simulação, não havendo construção nem manutenção de malhas.

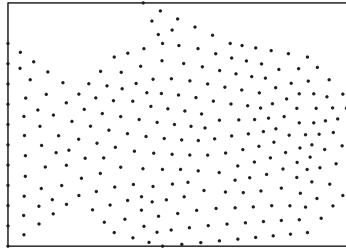


Figure 2: Pontos definindo a geometria do molde.

As figuras 3 e 4 ilustram os campos de pressão e de velocidade, respectivamente, em quatro estágios do preenchimento do molde. O tempo total de preenchimento é 166.11 s.

A segunda simulação foi conduzida considerando um molde quadrangular cuja região central é cinco vezes mais espessa que as regiões ao seu redor. As dimensões do molde e os pontos definindo ambos o contorno e o interior do molde estão ilustrados na Figura 5.

As figuras 6 e 7 ilustram os campos de pressão e velocidade, respectivamente, em quatro estágios do preenchimento do molde.

A Figura 7 ilustra o aumento da velocidade na região em que a espessura do molde é maior. Esse comportamento é esperado e se justifica pela menor resistência ao escoamento nessas regiões. Somente as partículas com fluido apresentam velocidade e essa informação ilustra o avanço da superfície livre do fluido.

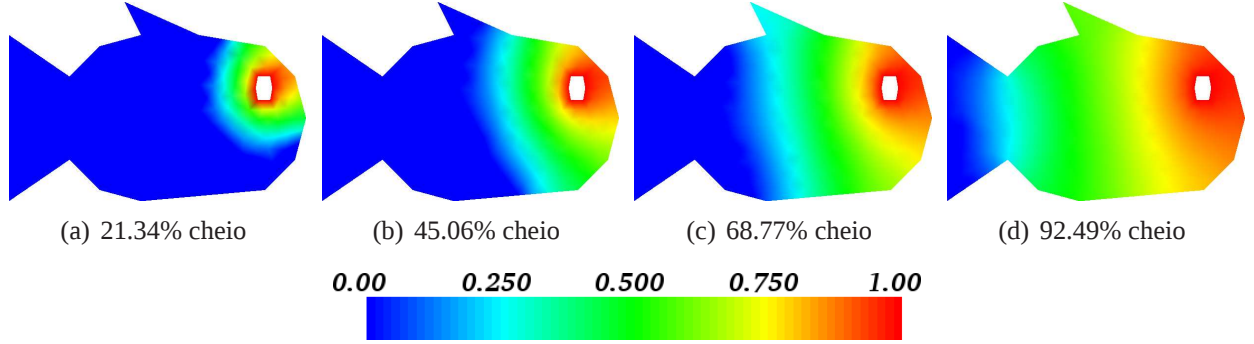


Figure 3: Quatro estágios da solução da equação da pressão. Os valores foram divididos por $p_0 = 10^{-5} \text{ N/m}^2$.

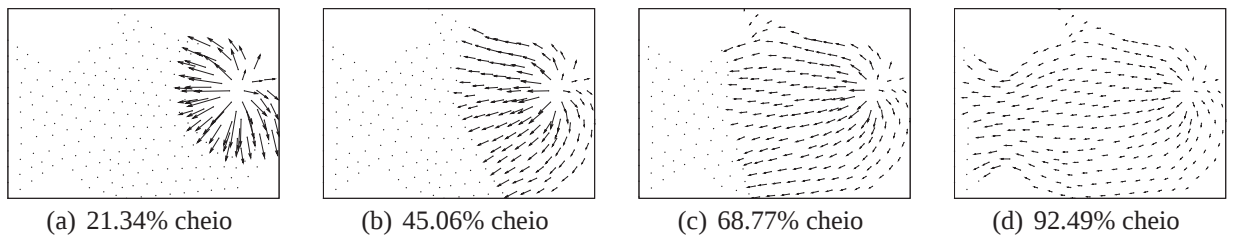


Figure 4: Quatro estágios da evolução do campo de velocidade.

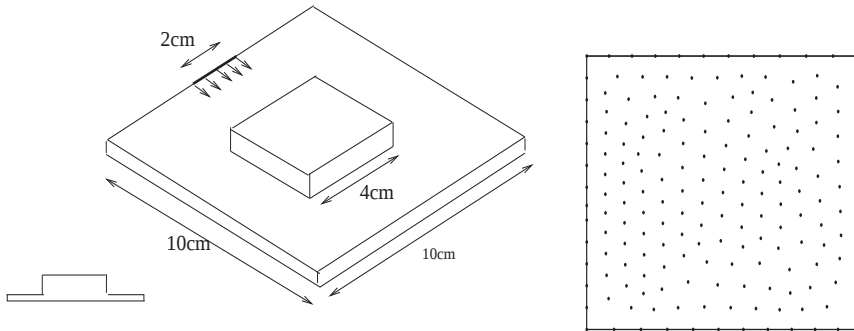


Figure 5: Dimensões do molde quadrangular com uma região central mais espessa e pontos usados na simulação.

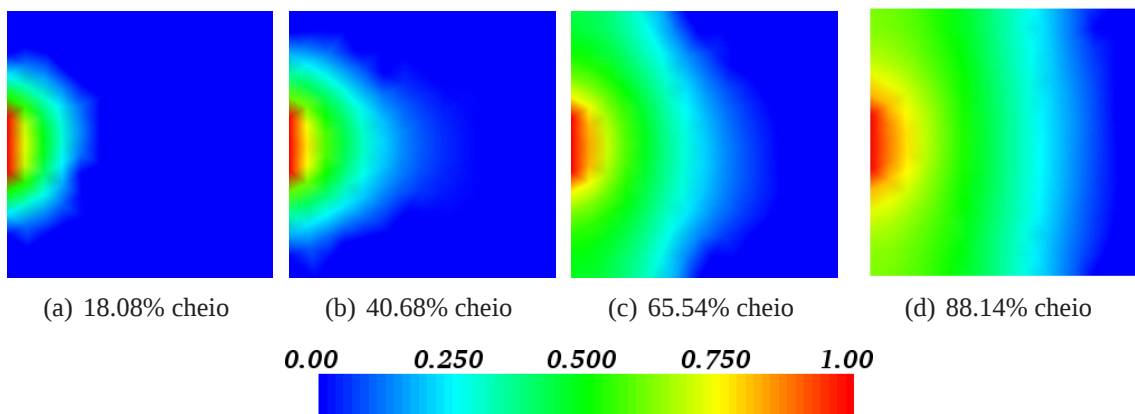


Figure 6: Quatro estágios da solução da equação da pressão. Os valores foram divididos por $p_0 = 10^{-5} \text{ N/m}^2$.

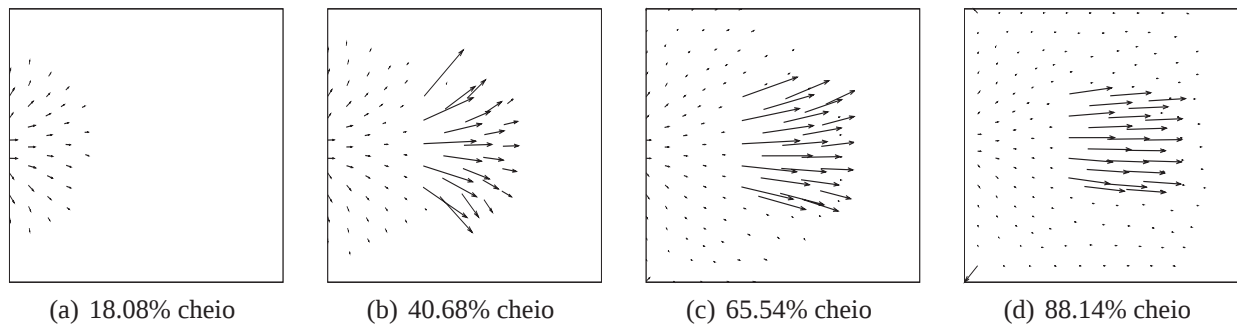


Figure 7: Quatro estágios da evolução do campo de velocidade.

6. CONCLUSÕES

Este trabalho apresenta uma adaptação Euleriana do método Smoothed Particle Hydrodynamics para resolver as equações governantes do escoamento de fluidos durante a fase de preenchimento do processo de moldagem por injeção. Esta metodologia permite simular o escoamento em moldes com geometrias complexas, com diversas regiões de entrada de fluido, sem o esforço computacional referente à construção e à manutenção de malhas. A metodologia proposta para predizer a posição da superfície-livre, que é baseada somente nas partículas, demonstrou-se ser consistente e precisa.

7. AGRADECIMENTOS

Os autores deste trabalho agradecem à FAPESP (processos 05/51040-6 e 04/16064-9) e ao CNPq (processos 02633/03-0 e 304201/05-7) pelo apoio financeiro.

8. REFERÊNCIAS

- Ellero, M., 2004. *Smoothed Particle Dynamics Methods for the Simulation of Viscoelastic Fluids*. PhD thesis, Technischen Universität Berlin.
- Estacio, K. C., Nonato, L. G., & Mangiavacchi, N., 2004. Solution of hele-shaw equation in surfaces defined by non organized points. In *XXVII CILAMCE - Iberian Latin American Congress on Computational Methods*, Belém - PA.
- Gingold, R. A. & Monaghan, J. J., 1977. Smoothed particle hydrodynamics: theory and application to non-spherical stars. *Mon. Roy. Astron. Soc.*, vol. 181, pp. 375–389.
- Hirt, C. W., Cook, J. L., & Butler, T. D., 1970. A lagrangean method for calculating the dynamics of an incompressible fluid with free surface. *Journal of Computational Physics*, vol. 5, pp. 103–124.
- Hirt, C. W. & Nichols, B. D., 1981. Volume of fluid (vof) method for the dynamics of free boundaries. *Journal of Computational Physics*, vol. 39, pp. 201–225.
- Kennedy, P., 1995. *Flow Analysis of Injection Molds*. Hanser Publishers, New York.
- Lucy, N. B., 1977. A numerical approach to the testing of frission. *Astronomical Journal*, vol. 82, pp. 1013–1024.
- Monaghan, J. J., 1992. Smoothed particle hydrodynamics. *Annu. Rev. Astron. Astrophys.*, vol. 30, pp. 543–574.
- Ransau, S. R., 2002. Solution methods for incompressible viscous free surface flows: A litterature review. Disponível em <<http://www.math.ntnu.no/preprint/numerics/2002/>>. Acesso em: 12 de janeiro de 2006.

Tucker III, C. L., ed, 1989. *Computer Modeling for Polymer Processing - Fundamentals*. Computed Aided Engineering for Polymer Processing. Hanser Publishers, Munich.

A MESHLESS METHOD FOR SIMULATING FLUID FLOW IN MOLD CAVITIES

Kémelli Campanharo Estacio

Valdemir Garcia Ferreira

Luis Gustavo Nonato

Instituto de Ciências Matemáticas e de Computação, ICMC-USP

Departamento de Matemática Aplicada e Estatística

Av. Trabalhador São-carlense 400, 13560-970, São Carlos - SP, Brasil

kemelli@icmc.usp.br

pvgf@icmc.usp.br

gnonato@icmc.usp.br

Norberto Mangiavacchi

Faculdade de Engenharia Mecânica, FEN-UERJ

Departamento de Engenharia Mecânica

Rua São Francisco Xavier 524, 20550-900, Rio de Janeiro - RJ , Brasil

norberto@uerj.br

Abstract. *Conventional computational methods such as Finite Differences, Finite Elements and Finite Volumes are strongly based on the computational mesh, and by this reason they are not adjusted to treat cases of discontinuities that do not coincide with the mesh edges. Even in case of no discontinuities, it is not rare the cost of the mesh calculation to be superior to the cost associated with the equation resolution. As an alternative, in this work it is presented the development and partial results obtained with in the implementation of a numerical method to simulate fluid flow in surfaces defined by non organized points, completely avoiding the use of meshes. The equation of Hele-Shaw is derived by simplifications in the conservation equations. The equation of Hele-Shaw is approached using an adaptation of the Smoothed Particle Hydrodynamics method for the case where the particles used in the discretization do not move. A new treatment for free surface of fluid flow, based on the Volume of Fluid method is proposed.*

Keywords: *injection molding, meshless methods, Hele-Shaw equation, free-surfaces.*