

MODELAGEM SEMI-EMPÍRICA DE TURBINAS RADIAIS

Felipe Tannús Dórea

Universidade Federal De Uberlândia - FEMEC
felipemectd@yahoo.com.br

Oscar Saul Hernandez Mendoza

Universidade Federal De Uberlândia - FEMEC
oscarhm@mecanica.ufu.br

Gleyzer Martins

Universidade Federal De Uberlândia
gmartins@mecanica.ufu.br

Jose Edmundo Pitillo

Universidade Federal De Uberlândia
jepitillo@mecanica.ufu.br

Resumo: *O uso de turbinas em refrigeração (ciclo Brayton/Joule), como aquelas utilizadas por veículos utilitários necessitam de um modelo real que descreva seu comportamento. Esse trabalho utiliza o fluxo axial do modelo da turbina proposto por ASHRAE TC 4.7, utilizado em uma turbina brasileira. O modelo proposto por ASHRAE exige a identificação de alguns parâmetros como: ângulo de incidência do fluxo, diâmetro do impulsor, e área de saída da válvula. O modelo de ASHRAE foi testado usando curvas de comportamento real, fornecidas por fabricantes brasileiros de turbinas. No presente trabalho mostra-se que a identificação de somente quatro parâmetros pode caracterizar o comportamento do fluxo de massa e do rendimento em função da relação de pressão, o que caba por introduzir maior simplicidade nos cálculos e confirma as estrutura proposta pela ASHRAE TC 4.7.*

Palavras-chave: Turbinas, Ciclo Joule, Ciclo ar.

1. INTRODUÇÃO

As turbinas radiais pequenas do tipo “inflow”, ou turbinas centrípetas têm sido usadas em muitas aplicações na última década por operarem com menores fluxos sendo mais eficientes que as turbinas axiais. Às aplicações são a sobre alimentação de motores automotivos e Diesel, as unidades de expansão nos sistemas de resfriamento em aeronaves comerciais, a liquefação de gases e outros sistemas de criogenia. Além do mais oferecem uma montagem compacta e rígida, quando montadas com compressores centrífugos, utilizadas em aplicações onde o tamanho é mais importante que o consumo de combustível. Esta configuração tem mostrado uma excelente opção em pequenas unidades de turbina a gás para geração de potência de até 3MW, Cohen et al (1996).

Em turbinas radiais, a energia é transferida do fluido para o rotor pela passagem do maior raio para o menor, sendo necessário para produção de trabalho positivo que o produto da velocidade absoluta tangencial pela rotação de entrada seja maior que o mesmo produto na saída. Para isso, são utilizados bocais múltiplos para evitar a pré-rotação do fluxo na saída. A figura 1 mostra a configuração típica de uma turbina radial.

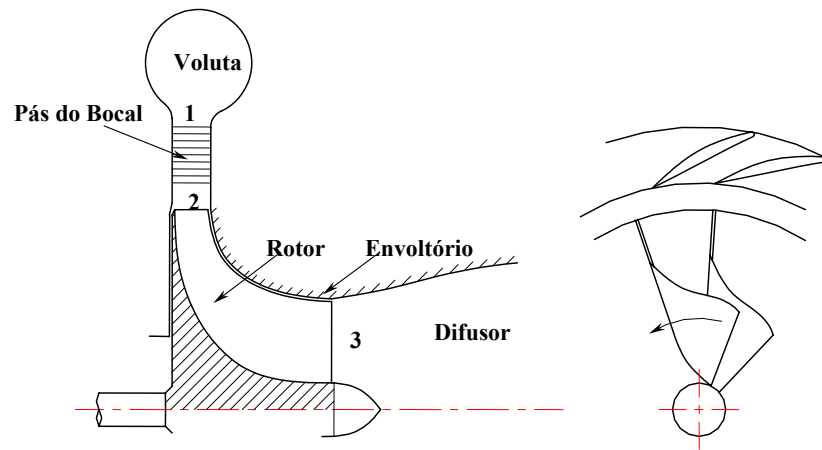


Figura 1 - Configuração típica de turbina radial

Vários métodos podem ser usados para calcular a eficiência de operação e avaliar os efeitos compressíveis nas turbinas. Os princípios básicos são apresentados pela discussão do processo de expansão no diagrama T-S

Um típico processo de expansão de uma turbina radial é mostrado no diagrama de pressão e temperatura pelo fluxo na turbomáquina, conforme figura 2. As linhas sólidas representam a variação da pressão total. Para os estados 1 e 2 é observada uma pequena variação de pressão que representa as perdas no bocal, no entanto, nos estados 2 e 3, há uma súbita redução da pressão total, devido à mudança de momento, além do termo adicional de perda por atrito, em consequência da passagem do fluxo pelo impulsor. A linha pontilhada representa a variação da pressão estática pela turbomáquina, sendo que maior diferença ocorre na região de saída do bocal no estado 2, uma vez que a diferença entre a pressão total e estática é dada pela energia cinética.

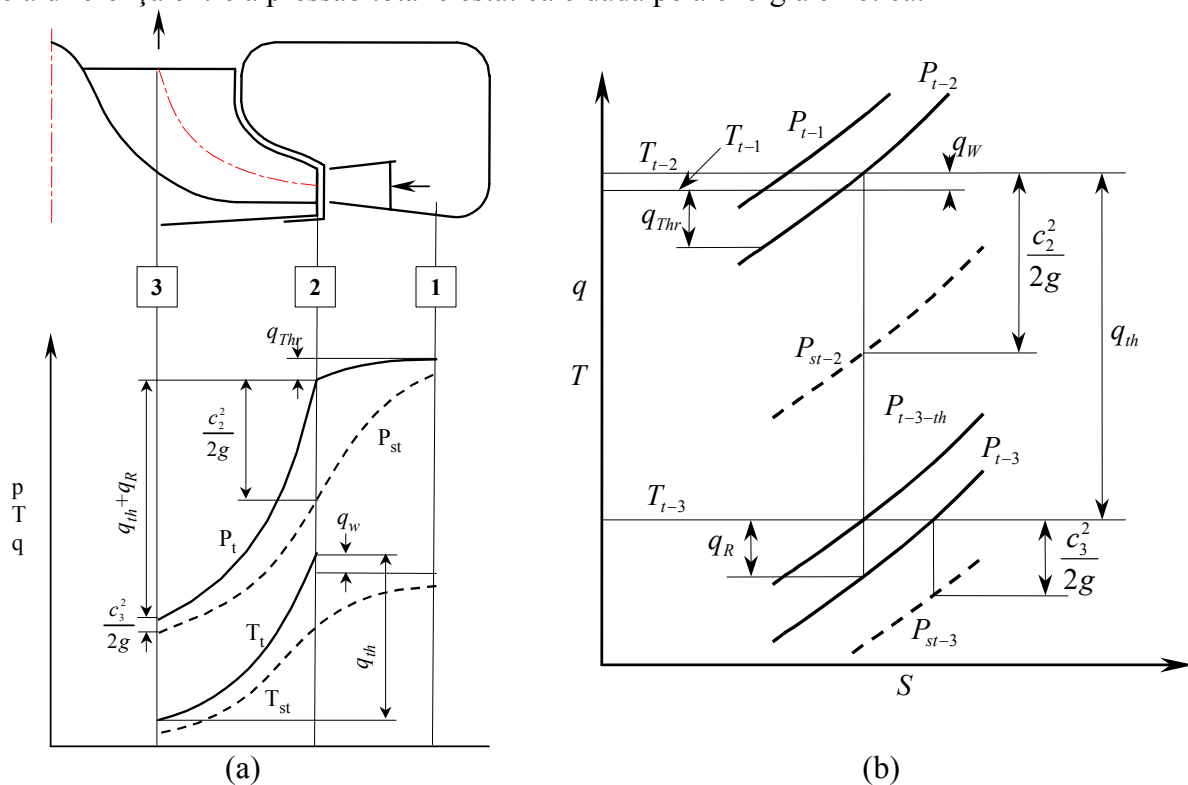


Figura 2 - Processo de fluxo em turbinas

As linhas sólidas abaixo, mostradas na figura 2(a), representam a variação da temperatura total. Entre os estados 1 e 2 não ocorre variação da temperatura total, porém acontece um aumento brusco no estado 2, devido às perdas por atritos do disco da roda, e entre os estados 2 e 3 sobrevém uma redução grande de temperatura total em razão da mudança de momento. A temperatura estática é mostrada logo abaixo pela linha pontilhada, e observa-se que a diferença entre temperatura estática e total é pequena na entrada e na saída da turbina, porém, no estado 2, à alta velocidade acentua-se essa diferença.

O processo de expansão pode ser representado também em diagrama T-S, como mostra a figura 2 (b) no qual as linhas sólidas representam isobáricas de pressão total e o pontilhado, as linhas de isobáricas de pressão estática. Observem, nesta figura, os detalhes das alturas manométricas envolvidas no processo, tais como q_{th} que representa a diferença de altura manométrica devido à queda de temperatura de T_{2-t} até T_{3-t} realizando um processo isentrópico, destacando ainda os principais termos de perdas q_R , perdas no rotor, q_w , perdas na voluta e q_{Thr} perdas no bocal, e ainda o termos de velocidade C_2 e C_3 que representam a diferença de energia entre o estado estático e total.

Os tipos de modelagem mais comuns aplicadas a este tipo de equipamento segundo Balje (1980) são: análise baseada em dados de cascata, argumentos de canal e coeficientes de velocidade. No entanto Benson (1970) avaliou uma variedade de métodos para representar as perdas em turbinas radiais em operação fora do ponto de projeto. Para essa avaliação, dividiram-se as perdas em duas principais, perdas no bocal, e no rotor, sendo que às perdas no bocal incluem as perdas da voluta. Benson conclui que ambos os modelos para o bocal apresentaram bons resultados, quando comparados ao experimental, e que o modelo de Futral e Wasserbauer apresentaram os melhores resultados para as perdas, quando comparados com os resultados experimentais. Além disto, demonstrou que o ângulo de fluxo de saída das turbinas possui pequeno efeito, quando comparado ao termo de perdas e ângulo de fluxo do bocal.

Mseddi et al, (2002) desenvolveram uma metodologia de turbinas radiais fundamentado no cálculo da relação de expansão em dois estados da turbina; um estático e outro dinâmico, e a eficiência isentrópica pela combinação da equação de Euler para turbomáquinas e a equação de efeitos de deslizamento dada na relação empírica de Stodola. As considerações realizadas para o tratamento foram que o modelo é estacionário, unidimensional, utiliza relações de gás perfeito e capacidade térmica constante. O modelo emprega somente parâmetros geométricos para modelagem e obtém como resultado erros da relação de pressão da ordem de 3% e para eficiência de 5,8%. Esses resultados, por sua vez, levaram os autores a concluir que esta metodologia é eficaz para os primeiros cálculos a serem realizados sobre as turbomáquinas.

Devido a relativa complexidade e a necessidade de conhecer as características geométricas das turbomáquinas a modelagem proposta limita bastante a abordagem estabelecida anteriormente, assim a ASHRAE Toolkit T.C 4.7, estabeleceu uma modelagem paramétrica simplificada destes equipamentos de forma a avaliar as condições de operação e o comportamento físico, sem entrar no mérito dos aspectos de projeto e geométricos, que é mostrada a seguir.

2. MODELO SEMI – EMPIRICO DA TURBINA

O modelo desenvolvido pelo Toolkit está focado no estudo de turbinas axiais utilizadas em centrais de turbinas a gás. Nesse sentido, estabelece que as turbinas comportam-se como uma turbina elementar, conhecida como roda D’Laval, que é constituída de um bocal e uma roda com pás simétricas, conforme mostra a figura 3. O equacionamento baseia-se na teoria de gás perfeito, na equação de Euler e nos efeitos compressíveis.

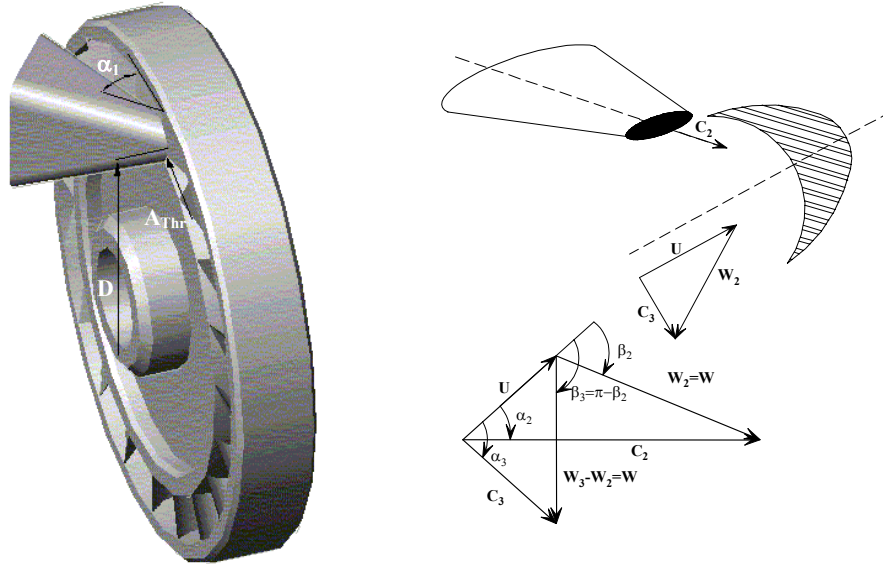


Figura 3 - Representação esquemática da roda de D'Laval e do digrama de velocidade

O trabalho desta turbina pode ser representado de acordo com a equação de Euler, como se segue:

$$\dot{W}_{Sh} = C_{u2} \cdot U_2 - C_{u3} \cdot U_3 = U \cdot (C_2 \cos(\alpha_2) - C_3 \cos(\alpha_3)) \quad (1)$$

onde:

$\dot{W}_{Sh}$ - Trabalho eixo

C_{u2} - Velocidade absoluta de entrada do rotor projetada na direção tangencial ao rotor

C_{u3} - Velocidade absoluta de saída do rotor projetada na direção tangencial ao rotor

C_2 - Velocidade absoluta de entrada do rotor

C_3 - Velocidade absoluta de saída do rotor

α_2 - Ângulo entre a velocidade absoluta e tangencial na entrada do rotor

α_3 - Ângulo entre a velocidade absoluta e tangencial na saída do rotor

U - Velocidade tangencial do rotor, dado por $U = \pi \cdot D \cdot N$ (2)

D - Diâmetro

N - Velocidade de rotação do rotor

Do triângulo de velocidade, tem-se:

$$C \cdot \cos(\alpha) = U + W \cdot \cos(\beta) \quad (3)$$

onde:

β - Ângulo entre a velocidade relativa e tangencial

W - Velocidade Relativa

Por simetria da pá, tem-se que o ângulo de saída da pá é dado por

$$\beta_3 = \pi - \beta_2 \quad (4)$$

Substituindo as equações (3) e (4) na equação (1), tem-se

$$\dot{W}_{Sh} = 2 \cdot U \cdot W \cdot \cos(\beta_2) = 2 \cdot U \cdot (C_2 \cdot \cos(\alpha_2) - U) \quad (5)$$

A velocidade C_2 , como mostra a figura (3), pode ser calculada por uma expansão isentrópica do bocal, dada por

$$C_2 = \sqrt{2 \cdot C_p \cdot T_{su} \cdot \left[1 - \left(\frac{P_{EX}}{P_{SU}} \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} \right]} \quad (6)$$

onde:

- T_{SU} - Temperatura de entrada na turbina
- P_{SU} - Pressão de entrada na turbina
- P_{EX} - Pressão de saída na turbina
- C_p - Calor Específico a pressão constante

A eficiência isentrópica η é dada na forma:

$$\eta = \frac{W_{sh}}{W_{ad}} = \frac{2 \cdot U \cdot (C_2 \cdot \cos(\alpha_2) - U)}{\frac{1}{2} \cdot C_2^2} \quad (7)$$

O fluxo de massa que passa pelo bocal é definido como função da área do bocal (A_{thr}), usando considerações de escoamento compressível, Whitfield e Baines (1976) afirmam que os componentes de uma turbomáquina podem ser representados por dutos e uma configuração simplificada para um bocal, admitindo que os estados estático e total são aproximadamente os mesmos na entrada do bocal, têm-se assim:

$$\dot{M}_{Ar} \cdot \frac{\sqrt{\gamma \cdot R_{AR} \cdot T_{SU}}}{A_{Thr} \cdot P_{SU} \cdot \gamma} = M_2 \cdot \left[1 + \frac{\gamma-1}{2} \cdot M_2^2 \right]^{-\frac{1}{2} \frac{\gamma+1}{\gamma-1}} \cdot \left[1 - \frac{\gamma-1}{2} \cdot \zeta_{Thr} \cdot M_2^2 \right]^{\frac{\gamma}{\gamma-1}} \quad (8)$$

onde:

- $\dot{M}_{Ar}$ - Fluxo mássico de ar
- A_{Thr} - Área de saída do bocal
- R_{AR} - Constante particular dos gases ideais para o ar
- γ - Razão de calores específicos
- M_2 - Número de Mach na saída do bocal
- ζ_{Thr} - Coeficiente de perdas no bocal

Pela definição do coeficiente de perdas estabelecido por Whitfield e Baines (1976) :

$$\zeta_{Thr} = \frac{h_{EX} - ih_{EX}}{\frac{1}{2} \cdot C_2^2} \quad (9)$$

A modelagem estabelece, conforme observado na equação (8), que a relação de pressão nas turbinas axiais é variável até o ponto de relação de pressão crítica, dada pela equação (9), e em seguida, constante, com o valor da relação de pressão crítica.

O equacionamento proposto nesse modelo mostra-se bastante simplificado quando comparado aos modelos anteriores, fazendo-se necessário identificar apenas 3 parâmetros para caracterizar as turbinas: área do bocal (A_{thr}); diâmetro do rotor (D) e ângulo de entrada do fluxo no rotor (α_2). Esse procedimento é facilmente realizado, sendo suficiente o uso das curvas de operação das turbomáquinas.

3 - METODOLOGIA DE DETERMINAÇÃO DOS PARÂMETROS

Diferentemente da metodologia de substituição proposta na determinação dos parâmetros anteriores, este trabalho utilizou a metodologia de mínimos quadrados de multi-variáveis. O método de linearização do equacionamento consiste do agrupamento e substituição das variáveis associadas aos parâmetros por uma variável somente.

O método de mínimos quadrados de multi-variáveis é o mesmo aplicado para uma variável, e é dado por:

$$\sum_{i=1}^n (a + b \cdot X_i - Y_i)^2 \rightarrow \text{mínimo} \quad (10)$$

onde:

a - Coeficiente de ajuste

b - Coeficiente de ajuste

c - Coeficiente de ajuste

X_i - Variável dependente

Y_i - Variável independente

O mínimo ocorre quando a derivada parcial da equação (16) com respeito aos coeficientes a e b igual a zero.

$$\frac{\partial \sum_{i=1}^m (a + b \cdot X_i - Y_i)^2}{\partial a} = 0 \text{ e } \frac{\partial \sum_{i=1}^m (a + b \cdot X_i - Y_i)^2}{\partial b} = 0 \quad (11)$$

Organizando os termos, tem-se um sistema de equações.

$$\begin{bmatrix} m & \sum X_i \\ \sum X_i & \sum X_i^2 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} a \\ b \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sum Y_i \\ \sum X_i \cdot Y_i \end{bmatrix} \quad (12)$$

Para a solução do sistema de equacionamento estabeleceu uma rotina computacional, e utilizando a linearização a equação (7), tem-se

$$\frac{\eta}{\ddot{Y}} = \frac{2 \cdot U \cdot (C_2 \cdot \cos(\alpha_2) - U)}{\frac{1}{2} \cdot C_2^2} = \underbrace{4 \cdot r \cdot \cos(\alpha_2)}_{Ki} \cdot \underbrace{\frac{\omega}{C_2}}_{\frac{C_2}{Xi}} - \underbrace{4 \cdot r^2}_{Kii} \cdot \underbrace{\frac{\omega^2}{C_2^2}}_{\frac{C_2^2}{Xii}} \quad (13)$$

Para determinação dos parâmetros, resolve-se o sistema de equações similares ao sistema (13) e obtêm-se os valores das constantes Ki e Kii , e se estabelece que.

$$D = 2 \cdot \sqrt{-\frac{Kii}{4}} \quad (14)$$

$$\alpha_2 = a \cos\left(\frac{Kii}{2 \cdot D}\right) \quad (15)$$

linearizando a equação (8)

$$\frac{\left(\frac{\dot{m} \cdot \sqrt{\gamma \cdot R_{AR} \cdot T_{SU}}}{P_{SU} \cdot \gamma} \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}}{M_2 \cdot \left[1 + \frac{\gamma-1}{2} \cdot M_2^2 \right]^{\frac{1}{2} \cdot \frac{\gamma+1}{\gamma}}} = \underbrace{\frac{A_{Thr}^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}}{K_{ii}}}_{\underbrace{\frac{\gamma-1}{2} \cdot \zeta_{Thr} \cdot A^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}}_{Ki}} \cdot \underbrace{M_2^2}_{Xi} \quad (16)$$

Para determinação dos parâmetros, resolve-se o sistema de equações similares ao sistema (16) e chega-se aos valores das constantes Ki e Kii , e estabelece que.

$$A_{Thr} = (Kii)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}} \quad (17)$$

$$\zeta_{Thr} = -\frac{Ki}{Kii} \cdot \frac{2}{\gamma-1} \quad (18)$$

4- RESULTADOS

A avaliação dos resultados foi realizada utilizando os valores exatos encontrados pela metodologia de determinação dos parâmetros das turbinas e os mesmos estados de entrada. Compararam-se os resultados calculados pelo modelo com os mapas de operação fornecidos pelo fabricante para curva da turbina Garret A/R = 0.35 e TRIM = 57. Para esse fim, foi levantada uma sub-rotina baseada nas equações (5), (6), (7) e (8), fornecendo como dados de entrada o fluxo mássico e a rotação das curvas.

Desta forma estabeleceu um código computacional em linguagem MathLab®, para modelar o comportamento das curvas. Os resultados obtidos para as duas turbinas estudadas são mostrados na figura 4.

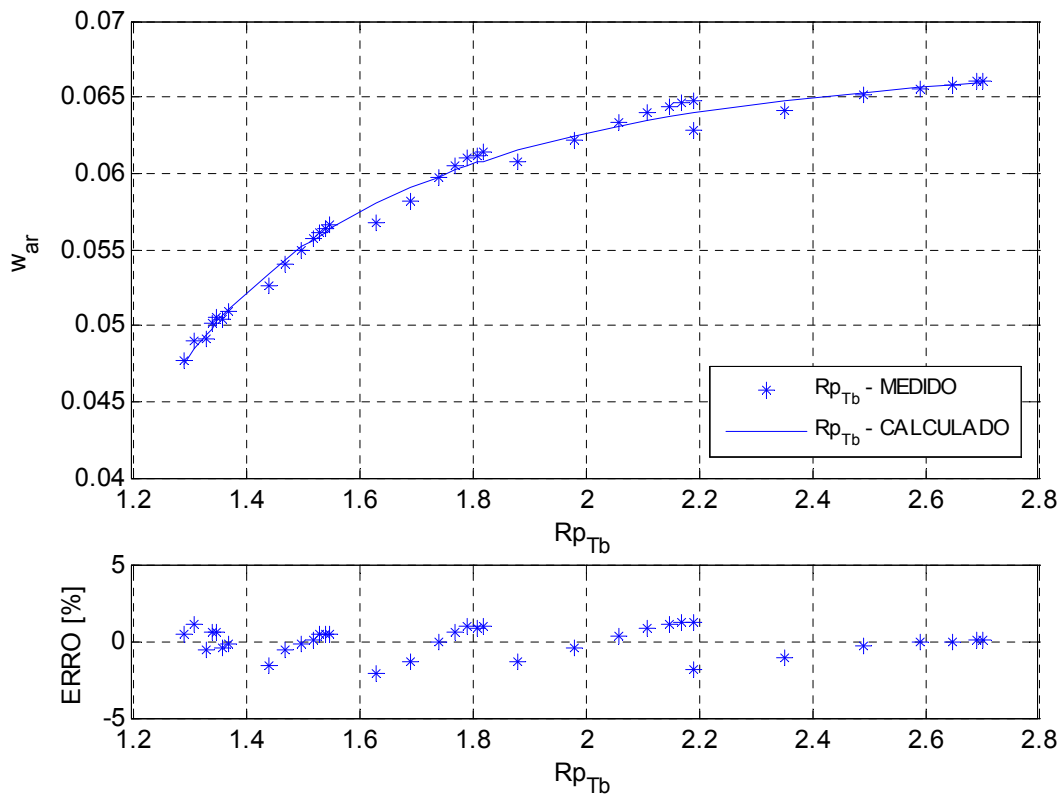


Figura 4- Comparação entre modelo utilizado e os mapas de operação da turbina.

A figura 4 mostra a comparação e os erros referentes à relação de pressão, em função do fluxo de massa, obtidos entre modelo e as curvas de operação do fabricante para a turbina estudada. Avaliando os erros encontrados observou-se que apesar da caracterização da curva de relação de pressão versus fluxo de massa ser parametrizada para somente dois parâmetros característicos (A_{Thr}) e (ζ_{Thr}), os erros são da ordem de 2% a 3% o que sem sombra de dúvida simplifica bastante os cálculos e valida o modelo empregado, para relação de pressão

A figura 5 abaixo mostra a comparação e os erros relativos da eficiência, em função do fluxo de massa, obtidos entre modelo e as curvas de operação do fabricante para as duas turbinas estudadas.

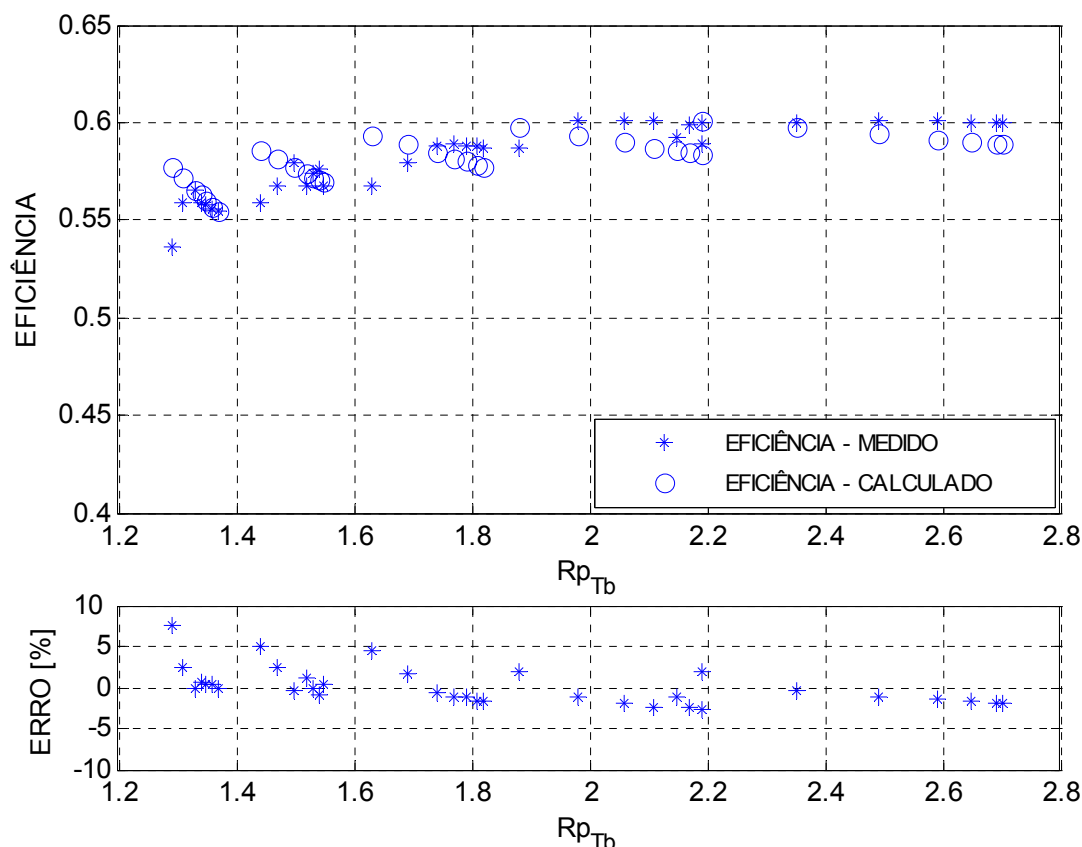


Figura 5 - Rendimento obtido pelo modelo e pelo mapa de operação.

A figura 5 mostra a comparação e os erros referentes à relação de pressão, em função da eficiência da turbomáquina, obtidos entre modelo e as curvas de operação do fabricante para a turbina estudada. Avaliando os erros encontrados observou-se que a caracterização da curva de relação de pressão versus rendimento apresentou erros significativos da ordem de 7%, o que pela simplicidade da modelagem não inviabiliza o modelo, no entanto abre a possibilidade de se aprimorar a modelagem do rendimento do compressor, ou realizar a parametrização das curvas como proposto por Martins, (2004), que obteve erros da ordem 2% levantando os parâmetros para cada curva de rotação da turbomáquina.

5. CONCLUSÕES

O trabalho desenvolvido avaliou, os modelos estabelecidos no documento ASHRAE Toolkit (TC 4.7), aplicados a turbinas radiais utilizadas na sobrealimentação de motores Diesel, objetivando avaliar e modelar o comportamento desses equipamentos para diferentes condições de operação.

Da mesma forma que, Martins, (2004), verificou-se que é possível representar o comportamento das turbinas radiais, de forma simplificada, através da aproximação das características de cada curva de velocidade de rotação constante à uma turbina elementar, conhecida como D’Laval, como o estabelecido no ASHRAE Toolkit para turbinas axiais, apesar de não estarem satisfeitas às condições de similitude de turbomáquinas.

Diferentemente do proposto por Martins, (2004), este trabalho veio ampliar e facilitar o uso da metodologia proposta, principalmente colocando a relação de pressão em função do fluxo de massa, uma vez que, utilizando a parametrização do modelo proposto para todo o conjunto de rotações que caracterizam o comportamento desta máquina, os erros obtidos para relação de pressão versus fluxo de massa foi de 3% e para o rendimento em média 5%, observamos que esta simplificação do modelo não inviabiliza o emprego da modelagem simplificado proposta no toolkit.

6. REFERÊNCIAS

- Martins, G., 2004, “Avaliação dos modelos semi-empíricos do toolkit ashrae para compressores centrífugos e turbinas” Dissertação de Mestrado da Universidade Federal de Uberlândia, Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica, Uberlândia MG
- Cohen, H., Rogers, G.F.C., Saravanamutto, H.I.H, 1996, “Gas Turbine Theory”, Ed. Longman
- “HVAC Systems and Equipment”, ASHRAE HANDBOOK 2000, SI Edition
- Lebrun, J. Bourdouxhe, J. P., Grodent, M., 1994 “A Toolkit for Primary HVAC System Energy Calculation”, TC 4.7 Energy Calculation, ASHRAE HANBOOK
- Mseddi, M., Baccar, M., Kchaou, H., Abid, M.S., 2000, “Modelisation des Turbines Radiales de Suralimentation”, Mécanique & Industries
- Dixon, S.L., 1978, “Fluid Mechanics, Thermodynamics of Turbomachinery”, 3rd edition, Pergamon Press, Oxford.
- Balje, O.E., 1980, “Turbomachines- A Guide to Design, Selection, and Theory”, John Wiley & Sons, NY.
- Whitfield, A. and Baines, N.C., 1976, “A General Computer Solution for Radial and Mixed Flow Turbomachine Performance Prediction”, Int. J. Mech. Sci, Vol. 18, pp 179-184, Pergamon Press.
- Benson, R.S., 1970, “A Review of Methods for Assessing Loss Coefficients in Radial Gas Turbines”.

8. DIREITOS AUTORAIS

Caso não seja declarado o possuidor dos direitos autorais desta publicação (empresas, detentores de patentes, etc), os autores serão os únicos responsáveis pelo conteúdo do material impresso incluído no seu trabalho. A não inclusão desta seção no texto acarretará na segunda prerrogativa.

SEMI-EMPIRICAL MODELING OF RADIAL TURBINES

Felipe Tannús Dórea

Federal University of Uberlândia - FEMEC

felipemectd@yahoo.com.br

Oscar Saul Hernandez Mendoza

Federal University of Uberlândia - FEMEC

oscarhm@mecanica.ufu.br

Gleyzer Martins

Federal University of Uberlândia - FEMEC

gmartins@mecanica.ufu.br

Jose Edmundo Pitillo

Federal University of Uberlândia - FEMEC

jepitillo@mecanica.ufu.br

Abstract: *Use of turbochargers in refrigeration (Joule/Brayton cycles), as those used by utility vehicles, demands real modeling of their behavior. This work used a model proposed by document ASHRAE TC 4.7, applying it to a Brazilian turbocharger. The model proposed by ASHRAE requires identification of several parameters as: incidence flow angle, impeller diameter, exit throttle area. The ASHRAE model was tested using real behavior curves, given by Brazilian manufactures. Our work shows that the identified of only four parameters can be characters the behavior of mass flow and efficiency with function of pressure ratio, what make the calculus most simple and validate the structure purpose for ASHRAE TC 4.7.*

Keywords: Turbocharger, Joule cycle, air cycle