

## EFEITO DA RAZÃO DE ASPECTO SOB ANÁLISE 3-D EM DUTOS RETANGULARES COM PAREDES DE TEMPERATURAS NÃO- UNIFORMES

**Robson Leal da Silva**

Instituto Tecnológico de Aeronáutica (ITA) – Divisão Eng. Mecânica-Aeronáutica (IEM)  
Pr. Marechal Eduardo Gomes, 50 – Vila das Acácias CEP 12.228-900 – São José dos Campos-SP Brasil  
rlealsilva@hotmail.com

**Ezio Castejon Garcia**

ezio@ita.br

**Resumo:** A não-uniformidade das temperaturas nas paredes (condições de contorno) ocorre devido ao acoplamento da condução-convecção que será modelado através do balanço de energia e conceito de temperatura média das paredes. Um modelo computacional de solução iterativa é utilizado para convergência numérica da temperatura da mistura e do campo de temperaturas. No presente trabalho, será modelado um trocador de calor que possui um determinado material de paredes (aço-carbono) e fluido de trabalho (ar) para estudo dos efeitos no coeficiente de convecção médio ( $H_m$ ), número de Nusselt ( $Nu$ ) e nas variações longitudinais da temperatura da mistura adimensional para diversos valores da razão de aspecto ( $1.0 < Ra < 8.0$ ) de dutos retangulares. Conclui-se que o efeito da condução de calor na situação apresentada afeta de maneira significativa o  $Nu$ .

**Palavras-chave:** simulação de sistemas térmicos, transferência de calor, métodos numéricos, acoplamento térmico, razão de aspecto.

### 1. INTRODUÇÃO

A influência da razão de aspecto ( $Ra$ ), que relaciona as dimensões de largura ( $D$ ) e altura ( $L$ ), em dutos retangulares é um parâmetro importante na determinação de características do funcionamento de trocadores de calor que são utilizados em diversos sistemas térmicos. Nestes dispositivos, existe simultaneamente mais de um modo de transferência de calor.

Os efeitos deste parâmetro na transferência de calor que ocorre em escoamentos laminares para os quais são estabelecidas condições de contorno especificadas, seja para temperaturas ou fluxo de calor nas paredes, são conhecidos da literatura (Clark e Kays, 1953; Shah e London, 1978).

No presente trabalho serão avaliados para diversos valores de  $Ra = D / L$ , os efeitos resultantes nos parâmetros de interesse para a transferência de calor em dutos retangulares 3-D onde ocorre acoplamento da condução-convecção nas paredes. As condições de contorno serão resultantes do balanço de energia nos elementos infinitesimais das paredes, ou seja, não são prescritas.

#### 1.1 Modelagem do Sistema Térmico e Considerações Adotadas

O interesse em modelar sistemas térmicos com acoplamento de mais de um modo de transferência de calor reside no fato de que em muitas aplicações da engenharia existem contribuições relevantes da condução, convecção e radiação. Portanto, somente o acoplamento de dois ou três modos é capaz de representar fisicamente os parâmetros desejados, além de permitir a análise quantitativa e qualitativa das contribuições de cada modo no fenômeno em estudo. Os resultados assim obtidos permitem entender o processo energético que acontece e maximizar o aproveitamento da energia disponível.

O acoplamento térmico 3-D da condução-convecção é utilizado para modelar um trocador de calor (Fig. 1), representado por duto retangular compacto com escoamento externo de ar e escoamento interno de ar. A troca de calor ocorre entre dois fluidos (interno e externo) em diferentes temperaturas e separados por paredes sólidas. Figura 1 indica também os eixos, o sistema de referências adotado e um esboço para o duto de seção retangular considerado para o uso das equações governantes das propriedades do escoamento em análise no trocador de calor modelado.

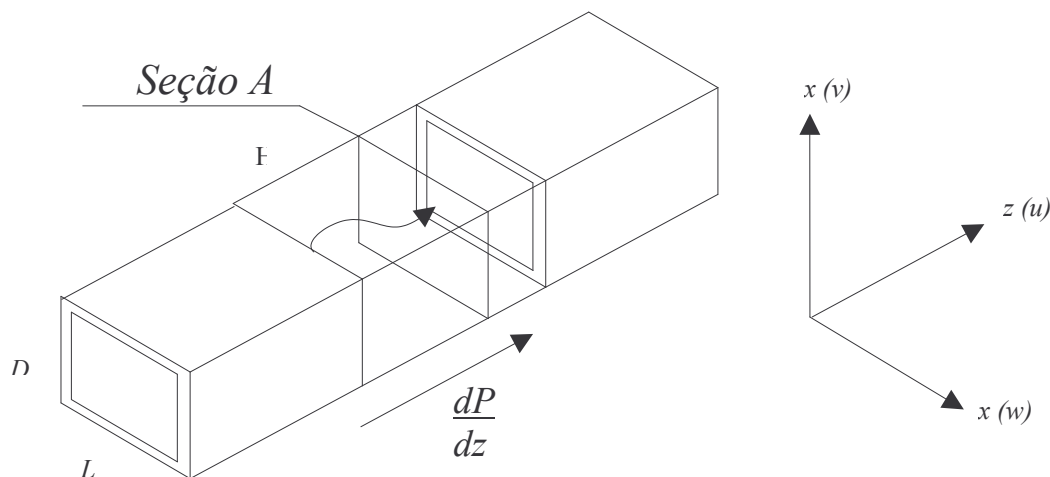


Figura 1: Duto Retangular 3-D com Escoamento Interno na Direção Z

As aplicações destes equipamentos são bastante abrangentes, dentre as quais se podem mencionar o uso na produção de energia, recuperação de calor, aquecimento de ambientes e resfriamento de dispositivos.

A condução ocorre nas paredes do duto e a convecção nos fluidos em escoamento. A condução de calor é unidimensional (1-D) em uma dada seção, considerando que as paredes são de espessura fina, mas varia longitudinalmente. Este modo de transferência de calor é modelado na direção “x” para a parede superior e inferior e na direção “y” para as paredes esquerda e direita.

O escoamento externo entre o ambiente e paredes (superior e inferior) dos dutos dá origem a uma convecção externa, enquanto ocorre convecção interna forçada devido ao fluido que escoar no interior do duto retangular. A parede superior e inferior estão submetidas a 350 K e as paredes esquerda e direita estão submetidas a condições de simetria uma vez que são consideradas vizinhas de outros dutos retangulares que fazem parte de um conjunto trocador de calor.

A formulação e o método de solução para as configurações deste trabalho trata-se de uma evolução do trabalho desenvolvido por Garcia (1996) e mais recentemente por Silva e Garcia (2006).

Tabela 1: Propriedades Térmicas das Paredes do Duto, 300 K (Incropera e De Witt, 1998)

|                                            | k (W / m.K) |
|--------------------------------------------|-------------|
| Aço Carbono Não-Ligado<br>(Mn≤1%; Si≤0.1%) | 60,5        |

Tabela 2: Propriedades Térmicas do Fluido de Trabalho, 300 K (Moran et al, 2005)

|                       |                              |                        |
|-----------------------|------------------------------|------------------------|
| Calor Específico      | $C_p$ [kJ/kg.K]              | 1005,7                 |
| Massa Específica      | $\rho$ [kg/m <sup>3</sup> ]  | 1,1614                 |
| Condutividade Térmica | $K_f$ [W/m.K]                | $26,3 \times 10^{-3}$  |
| Difusividade Térmica  | $\alpha$ [m <sup>2</sup> /s] | $22,5 \times 10^{-6}$  |
| Viscosidade Dinâmica  | $\mu$ [N.s/m <sup>2</sup> ]  | $184,6 \times 10^{-7}$ |

## 2. EQUAÇÕES GOVERNANTES

Aplicando as hipóteses de escoamento laminar, incompressível, regime permanente, desprezando forças de campo (p.g), obtêm-se as equações à frente, obtidas da mecânica dos fluidos e transferência de calor, para representar a modelo de interesse. A equação da continuidade é descrita pela Eq. (1), da quantidade de movimento pela Eq. (2) e da energia pela Eq. (3). Todas estas equações estão na forma simplificada para as hipóteses consideradas.

$$\frac{\partial u}{\partial z} = 0 \quad (1)$$

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = \frac{1}{\mu} \cdot \frac{\partial P}{\partial z} \quad (2)$$

$$\frac{\partial^2 T_f}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T_f}{\partial y^2} = \frac{u}{\alpha} \cdot \frac{\partial T_f}{\partial z} \quad (3)$$

Onde  $u$ ,  $v$  e  $w$  são as componentes cartesianas de velocidades nas direções  $x$ ,  $y$  e  $z$  respectivamente,  $T_f$  é a temperatura do fluido,  $p$  é a pressão interna ao duto,  $dP/dz$  é o gradiente de pressão na mesma direção axial/longitudinal,  $\rho$  é a massa específica do fluido,  $k_f$  é a condutividade térmica do fluido,  $C_p$  é o calor específico à pressão constante e  $\alpha$  a difusividade térmica [ $\alpha = k_f / (\rho \cdot C_p)$ ]. Para a viscosidade dinâmica ( $\mu$ ) de pequena ordem de grandeza, a exemplo dos fluidos ar e água, pode-se considerar efeito desprezível do atrito viscoso, o que corresponderia às equações de Euler.

Para uma determinada seção de área  $A$  na Fig. 1, pode-se definir parâmetros de velocidade e temperatura de mistura do fluido, indicadas respectivamente por  $U_b$  e  $T_b$ . A formulação originalmente desenvolvida por Clark e Kays (1953) para dutos de seções retangulares considera condições de contorno nas paredes constantes na seção transversal e na direção longitudinal do escoamento, seja com temperaturas prescrita ou fluxo de calor prescrito. Conforme desenvolvido por Garcia (1996), é possível definir um valor para a temperatura média das paredes ( $T_{W_m}$ ) em uma determinada seção, Eq. (4) e desenvolvendo de maneira análoga, resulta em uma nova expressão para a equação da energia, Eq. (5).

No presente trabalho são obtidos resultados do acoplamento 3-D da condução-convecção resolvendo-se o sistema de equações para uma determinada seção ( $z = n$ ) e em seguida para as seções posteriores ( $z = n+1$ ), nas quais ainda será constante para cada seção “ $n$ ”, porém variante para seções posteriores.

$$T_{W_m} = \frac{\frac{1}{L} \cdot \int_0^L T_1(0, y) \cdot dy + \frac{1}{D} \cdot \int_0^D T_2(x, 0) \cdot dx + \frac{1}{L} \cdot \int_0^L T_3(D, y) \cdot dy + \frac{1}{D} \cdot \int_0^D T_4(x, L) \cdot dx}{4} \quad (4)$$

$$\frac{\partial^2 T_f}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T_f}{\partial y^2} = \frac{u}{\alpha} \cdot \left( \frac{T_{W_m} - T_f}{T_{W_m} - T_b} \right) \frac{\partial T_b}{\partial z} \quad (5)$$

Onde  $T_1$ ,  $T_2$ ,  $T_3$  e  $T_4$  são as temperaturas em um elemento infinitesimal das superfícies das paredes 1, 2, 3 e 4, localizadas respectivamente na parte inferior, lateral direita, superior e lateral esquerda do duto na Fig. 1.

Para adimensionalizar as variáveis da formulação apresentada, serão aplicadas as seguintes considerações:

$$X = \frac{x}{D_h} \text{ e } Y = \frac{y}{D_h} \quad (6) \text{ e } (7)$$

$$\phi = \frac{a.(T_{wm} - T_f)}{U_b.D_h^2.\left(\frac{dT_b}{dz}\right)} \quad (8)$$

onde " $D_h$ " é o diâmetro hidráulico dado por  $D_h = 2.L.D/(L+D)$ . Substituindo as Eq. (6) a (8) na Eq. (5), a equação da energia na forma adimensional, cujo valor " $\phi_b$ " é o valor de " $\phi$ ", definido na Eq. (8), para " $T_f$ " substituído por " $T_b$ ", fica na seguinte forma:

$$\phi_b = \frac{a.(T_{wm} - T_b)}{U_b.D_h^2.\left(\frac{dT_b}{dz}\right)} \quad (9)$$

A Equação (9) pode ser reescrita na Eq. (10a), que integrada resulta em (10b):

$$\frac{dT_b}{dz} = \frac{a.(T_{wm} - T_b)}{U_b.D_h^2.\phi_b} \text{ e } T_b = T_{wm} - \frac{D_h^2.U_b}{a} \cdot \frac{dT_b}{dz} \cdot \phi_b \quad (10a) \text{ e } (10b)$$

Aplicando Eq. (10b) na Eq. (8), resulta em (11), que substituída na equação de  $T_b$ , (Clark and Kays, 1953) resulta em (12):

$$T_f = T_{wm} - \frac{\phi.U_b.D_h^2.\left(\frac{dT_b}{dz}\right)}{a} \text{ e } T_b = T_{wm} - \frac{D_h^2}{a.A} \cdot \frac{dT_b}{dz} \cdot \iint u.\phi.dxdy \quad (11) \text{ e } (12)$$

Substituindo Eq. (12) na Eq. (9), juntamente com as Eq. (6) e (7), obtém-se a temperatura de mistura na forma adimensional:

$$\phi_b = \frac{D_h^2}{A.U_b} \cdot \iint u.\phi.dxdy \quad (13)$$

Pode-se calcular a taxa de calor por unidade de comprimento do dispositivo em função de  $T_{wm}$  e do coeficiente médio de convecção pela Eq. (14), a frente, ou então em função da variação de entalpia do fluido, dada pela Eq. (15).

$$q' = P_e.\bar{h}.(T_{wm} - T_b) \text{ e } q'_f = \rho.U_b.A.c_p \cdot \frac{dT_b}{dz} \quad (14) \text{ e } (15)$$

Ao se igualar as Eq. (13) e (14), pode-se desenvolver a expressão resultante e realizar a integração entre uma seção de entrada (chamada de  $z_1$ ) e uma de saída (chamada de  $z_2$ ), que resulta na Eq. (16).

$$T_{b_{z_2}} = T_{wm} - (T_{wm} - T_{b_{z_1}}) e^{-\left(\frac{P_e}{2A}\right)^2 \cdot \frac{a}{U_b} \cdot N_u \cdot (z_1 - z_2)} \quad (16)$$

Pela Eq. (16), pode-se obter a variação de temperatura de mistura “ $T_b$ ” no sentido longitudinal (eixo  $z$ ) dividindo o duto em segmentos e aplicando o modelo numérico para cada um destes segmentos. Conhecendo-se a temperatura de mistura de entrada do duto ( $T_{b1}$ ), após uma dada execução, uma temperatura de mistura de saída ( $T_{b2}$ ) será obtida através desta expressão. Então se faz  $T_{b1}=T_{b2}$ ; e tem-se uma nova  $T_{b1}$  (como dado de entrada) para o próximo segmento, onde teremos uma atualização das condições de contorno, do campo de temperaturas adimensional ( $\phi$ ) e da temperatura de mistura adimensional ( $\phi_b$ ), conforme indicado nas Eq. (9), (10a) e (10b).

## 2.1 Condições Iniciais e de Contorno

Para escoamentos totalmente desenvolvidos (camada limite térmica e hidrodinâmica), o campo de velocidades possui valores máximos no centro do duto e valores mínimos nas paredes (zero, devido às condições de não-eskorregamento). O gradiente de pressão “ $dP/dz$ ”, eq. (2), entre as seções transversais de entrada e saída do duto retangular é uma condição imposta para que seja mantida a hipótese de regime laminar do escoamento interno ( $Re < 2100$ ) e portanto seus valores alteram-se para cada valor da razão de aspecto ( $Ra$ ).

A parede superior e inferior estão submetidas a 350 K e as paredes esquerda e direita estão submetidas a condições de simetria uma vez que são consideradas vizinhas de outros dutos retangulares que fazem parte de um conjunto trocador de calor.

A temperatura da mistura “ $T_b$ ” é definida para a seção de entrada em condições ambiente de temperatura (27°C ou 300 K) e as mudanças de valores ao longo do comprimento longitudinal são obtidas pelo balanço de energia que considera as taxas de calor devido ao efeito de condução e convecção interna e externa (Fig. 2).

Tabela 3. Parâmetros Estabelecidos para Escoamento Interno (ar).

|                                    | $Ra = 1$ | $Ra = 1,333$ | $Ra = 2$ | $Ra = 3$ | $Ra = 4$ | $Ra = 5$ | $Ra = 6$ | $Ra = 8$ |
|------------------------------------|----------|--------------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|
| D(m)                               | 0,010    | 0,0133       | 0,020    | 0,030    | 0,040    | 0,050    | 0,060    | 0,080    |
| L (m)                              | 0.010    |              |          |          |          |          |          |          |
| H (m)                              | 20.000   |              |          |          |          |          |          |          |
| $dP/dz$<br>(Pa/m)                  | 16,00    | 9,53         | 4,92     | 2,85     | 2,00     | 1,55     | 1,26     | 0,92     |
| $T_b$ (K)                          | 300      |              |          |          |          |          |          |          |
| $T_{ext}$ (K)                      | 350      |              |          |          |          |          |          |          |
| $H_{ext}$<br>(W/m <sup>2</sup> .K) | 12       |              |          |          |          |          |          |          |

As condições de contorno nas formas adimensionais são dadas pelas Eq. (17) a (20):

$$\phi(0, Y) = \frac{a.(T_{wm} - T_1)}{U_b.D_h^2.\left(\frac{dT_b}{dz}\right)} \quad \text{e} \quad \phi(X, 0) = \frac{a.(T_{wm} - T_2)}{U_b.D_h^2.\left(\frac{dT_b}{dz}\right)} \quad (17) \text{ e } (18)$$

$$\phi(D/D_h, Y) = \frac{a.(T_{wm} - T_3)}{U_b.D_h^2.\left(\frac{dT_b}{dz}\right)} \quad \text{e} \quad \phi(X, L/D_h) = \frac{a.(T_{wm} - T_4)}{U_b.D_h^2.\left(\frac{dT_b}{dz}\right)} \quad (19) \text{ e } (20)$$

Equações (8), (9), (10b), juntamente com as condições de contorno, Eq. (17) as (20), formam um conjunto de equações diferenciais para os quais os parâmetros “ $\phi$ ” e “ $T_b$ ” são as incógnitas. A resolução deste sistema permite o cálculo do campo de temperatura do fluido, “ $T_f$ ”.

## 2.2 Balanço de Energia

A análise de um elemento infinitesimal localizado nas paredes do duto, conforme Fig. 2 permite realizar o balanço de energia que estabelecerá as relações entre os fluxos de calor devido aos modos de transferência de calor no modelo, ou seja, o acoplamento condução-convecção em função da distribuição de temperaturas nas paredes.

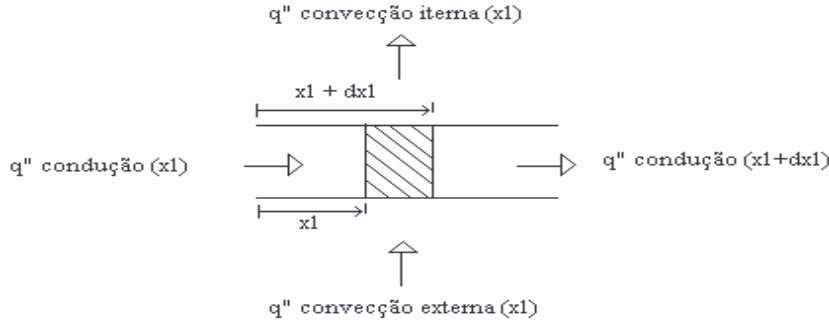


Figura 2: Acoplamento Condução-Convecção no Balanço de Energia na Superfície 1 (Parede Inferior –  $T_1$ )

Assim, pelo princípio da conservação da energia ou 1ª Lei da Termodinâmica, em regime permanente, as quantidades de calor por unidade de comprimento longitudinal que entram no elemento devem ser iguais às quantidades que saem, ou seja, para uma dada parede (parede nº 1), resulta o balanço descrito pela Eq. (21) que desenvolvida toma a forma da Eq. (22). Balanços e equações semelhantes podem ser obtidas para as outras paredes 2, 3 e 4.

$$q''_{condução_1}(y_1).E_1 + q''_{convecção\_externa_1}.dy_1 = q''_{condução_1}(y_1 + dy_1).E_1 + q''_{convecção\_interna_1}.dy_1 \quad (21)$$

$$K_1 \cdot \frac{d^2 T_1}{dy_1^2} \cdot dy_1 \cdot E_1 = +h_1 \cdot (y_1) \cdot [T_1(y_1) - T_{b\_interna}] \cdot dy_1 - h_{externo} \cdot (y_1) \cdot [T_1(y_1) - T_{externa}] \cdot dy_1 \quad (22)$$

## 3. SOLUÇÃO NUMÉRICA

Após realizar discretização por diferenças finitas, as equações algébricas obtidas para o campo de velocidade e de temperatura do fluido foram resolvidas pelo método de Gauss-Seidel.

Em seguida, as equações oriundas dos balanços de energia, que representam o acoplamento dos modos de transferência de calor condução-convecção nas paredes (Fig.2) foram resolvidas pelo método TDMA modificado (Patankar, 1982 e Garcia, 1996) e então a Eq. (16) é resolvida para cada seção transversal do duto retangular.

Passo 1: Obtenção do campo de velocidades e estimativa inicial dos parâmetros " $T_{wm}$ " e " $dT_b/dz$ "; Passo 2: Avaliação das condições de contorno nas paredes (Eq. 17 a 20); Passo 3: Resolução da equação de conservação da energia na forma adimensional (campo de temperaturas " $\theta$ ") e cálculo de " $\theta_b$ " de acordo com a Eq. (13), até se obter convergência numérica ( $\theta_b < R_{max}$ ) que resulta no fim do primeiro laço iterativo; Passo 4: Cálculo do valor atualizado para o parâmetro " $dT_b/dz$ " conforme Eq. (10a) e atualização das condições de contorno (Passo 2) para obter uma nova solução para o campo de temperaturas (Passo 3), até se obter convergência numérica ( $dT_b/dz < R_{max}$ ) que resulta no fim do segundo laço iterativo; Passo 5: Um novo valor para " $T_f$ " é calculado pela Eq. (10b), fornecendo todas as informações necessárias para obter o gradiente de temperaturas da mistura " $dT_b/dz$ " entre 2 seções transversais e calcular na seção " $T_b(n+1)$ ".

A Figura 3 apresenta um fluxograma representativo da metodologia utilizada para se obter a solução numérica desenvolvida em linguagem FORTRAN.

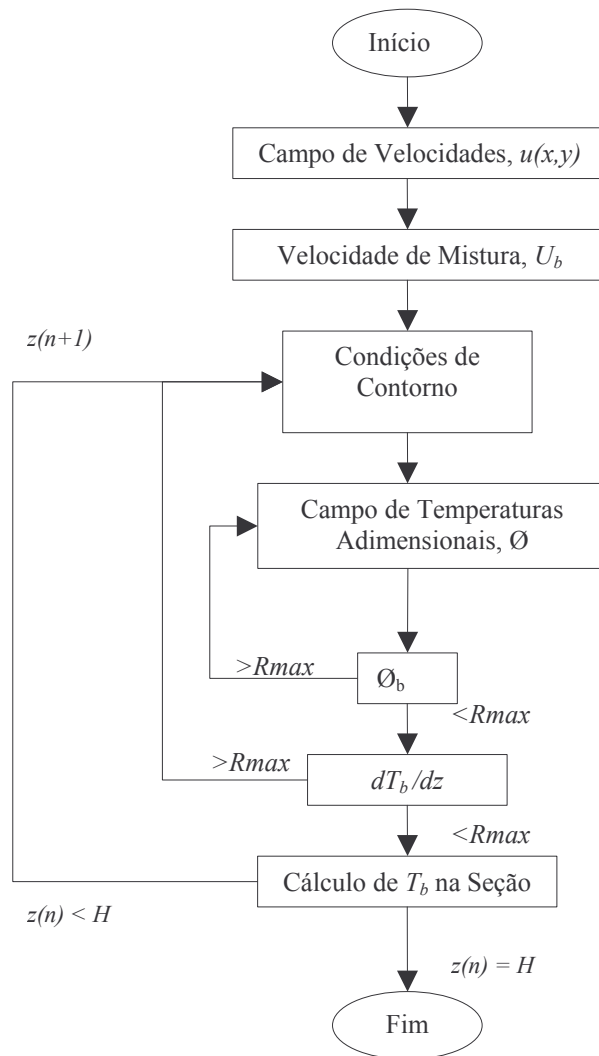


Figura 3: Fluxograma para Solução Iterativa do Modelo Matemático e Computacional

Quando aplicado ao longo do comprimento longitudinal do duto retangular ( $H$ ), obtém-se a variação longitudinal da temperatura da mistura e o campo de temperaturas 3-D. Na Fig. 3,  $R_{max}$  é utilizado como critério de convergência numérica de “ $\Theta_b$ ” (temperatura da mistura em escoamento interno) e de “ $dT_b/dz$ ” (campo de temperaturas adimensional,  $\Theta_b$ ). O valor do resíduo máximo ( $R_{max}$ ) é considerado igual a  $10^{-5}$ .

#### 4. RESULTADOS E CONCLUSÕES

Foram obtidos resultados para um trocador de calor, conforme modelo da Fig. 1 e determinadas condições do escoamento (Tab. 3), operando com ar (propriedades dadas pela Tab. 2) e considerando aço-carbono como material de construção das paredes (Tab. 1).

A seguir serão apresentados em gráfico e tabelas os comportamentos do coeficiente de convecção ( $H_m$ ), do número de Nusselt ( $Nu$ ) e das variações longitudinal das temperaturas adimensionais para diversos valores da razão de aspecto de dutos retangulares.

##### 4.1 Gradientes Longitudinais de $T_b$ , $H_m$ e $Nu$

Figura 4 apresenta a variação da temperatura da mistura ( $T_b$ ) adimensionalizada ao longo do escoamento no duto retangular os primeiros dez metros de dispositivo, a partir do qual se aproximam do valor zero.

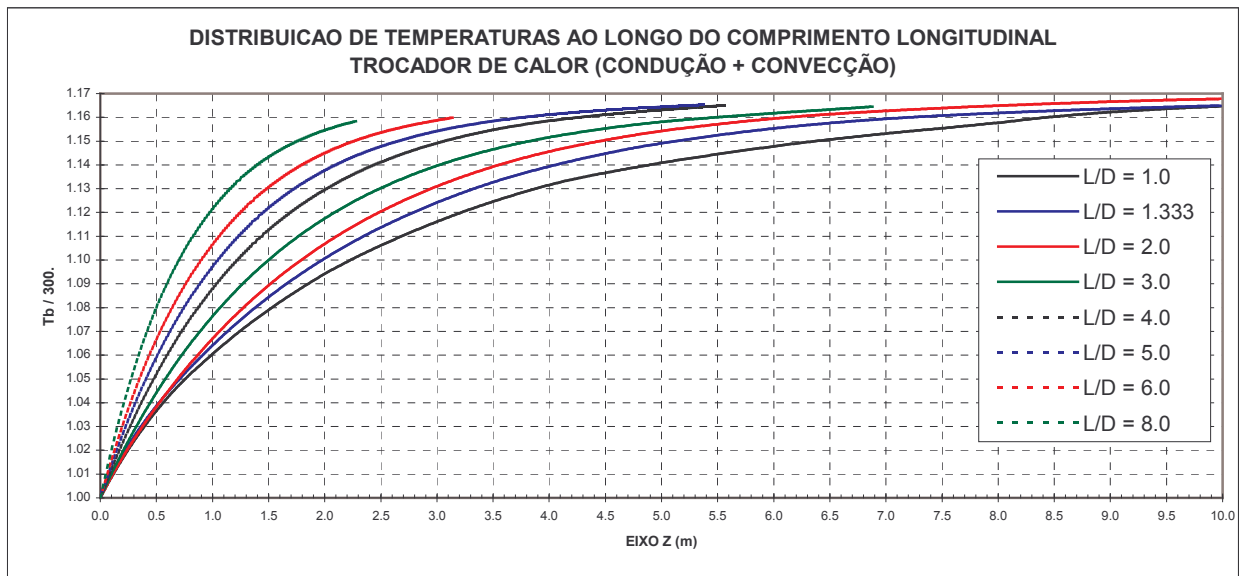


Figura 4: Gradiente Adimensional da Temperatura da Mistura ( $T_b / 300$ )

Um menor comprimento percorrido no duto indica que mais rapidamente a temperatura do fluido ( $T_b$ ) atinge o limite representado pelas condições externas ( $T_{\text{ext}} = 350 / 300 = 1,167$ ). Percebe-se que o aquecimento do fluido em escoamento (temperatura  $T_b$ ) é aumentado na função direta do crescimento da razão de aspecto ( $Ra$ ). Isto acontece porque, embora exista aumento da área interna lateral de troca de calor do duto retangular (contém uma quantidade maior de fluido a ser aquecido), o fluxo de massa (kg/s) é mantido constante. A taxa de calor disponível nas fronteiras pelo acoplamento 3-D da condução-convecção é a mesma, no entanto o perímetro interno é aumentado.

Resultados obtidos por Silva e Garcia (2006), também demonstraram consistência do modelo numérico na análise do acoplamento 3-D da condução-convecção quando observadas os parâmetros de interesse para um mesmo fluido em escoamento interno (ar) variando-se o material da parede do duto.

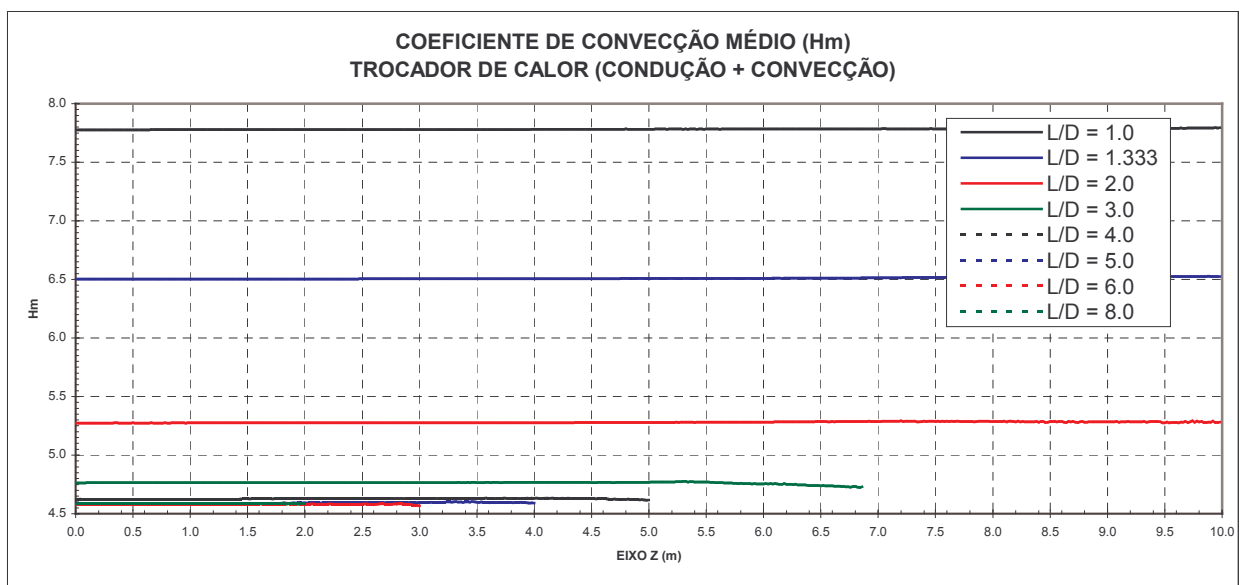


Figura 5: Variação Longitudinal (direção Z) do Coeficiente de Convecção Médio ( $H_m$ )

Para todos os valores da  $Ra$ ,  $H_m$  possui pequenas diferenças ao longo do duto que estão provavelmente associadas ao modelo numérico. No entanto o valor médio é aproximadamente constante, estando consistente com as características de escoamentos completamente desenvolvidos.

O valor médio do número de Nusselt ( $Nu$ ) do escoamento, obtido para cada seção transversal do duto retangular (coordenada  $Z$ ) é indicado na Fig. 6. Assim como na Fig. 5, notam-se que os valores encontrados são aproximadamente constantes para as condições de contorno estabelecidas para temperaturas nas paredes não-uniformes e não-prescritas. Resultados da literatura (Moran et al, 2005; Kays e Crawford, 1980) indicam valores de  $Nu$  constantes, sendo função apenas de  $Ra$ , quando são estabelecidas condições de contorno de temperatura ou fluxo de calor constante, sendo esta a mesma característica obtida sem condições de contorno constantes no presente trabalho.

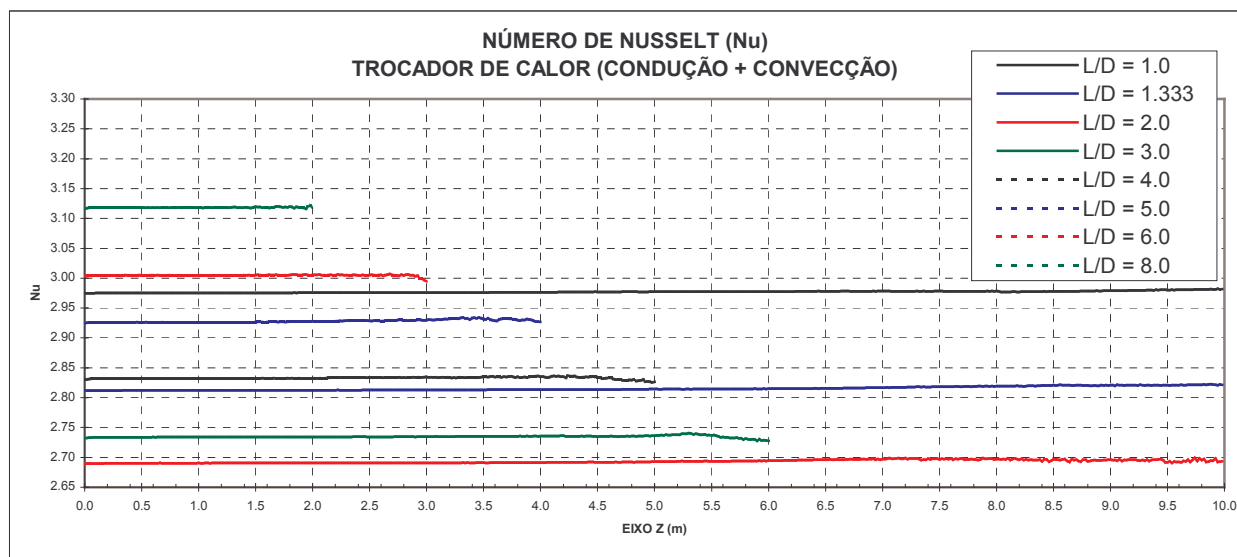


Figura 6: Variação Longitudinal (direção  $Z$ ) do Número de Nusselt ( $Nu$ )

Os valores médios de  $Nu$  obtidos da Fig. 6, a velocidade da mistura ( $U_b$ ), o Número de Reynolds ( $Re$ ) e o produto do fator de atrito pelo  $Re$  ( $f \cdot Re$ ) são apresentados na Tab. 4 para fins de comparação com resultados conhecidos da literatura.

Tabela 4. Comparação de Parâmetros Obtidos para o Escoamento Laminar em Dutos Retangulares.

|                                                                                     | $Ra = 1$ | $Ra = 1,333$ | $Ra = 2$ | $Ra = 3$ | $Ra = 4$ | $Ra = 5$ | $Ra = 6$ | $Ra = 8$ |
|-------------------------------------------------------------------------------------|----------|--------------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|
| Presente Trabalho (Silva e Garcia)                                                  |          |              |          |          |          |          |          |          |
| $Nu_{\text{médio}}$                                                                 | 2,977    | 2,815        | 2,693    | 2,733    | 2,831    | 2,922    | 3,004    | 3,117    |
| $U_b$<br>(m/s)                                                                      | 3,043    | 2,283        | 1,522    | 1,015    | 0,759    | 0,611    | 0,508    | 0,382    |
| $Re$                                                                                | 1934     | 1640         | 1290     | 968      | 772      | 647      | 554      | 432      |
| $f \cdot Re$                                                                        | 14,19    | 14,39        | 15,51    | 17,05    | 18,19    | 19,03    | 19,66    | 20,54    |
| Parâmetros do Escoamento Laminar Desenvolvido, $Re < 2100$ (Kays e Crawford, 1980). |          |              |          |          |          |          |          |          |
| $Nu$<br>( $q'' = \text{cte}$ )                                                      | 3,61     | -            | 4,12     | 4,79     | 5,33     | -        | -        | 6,49     |
| $Nu$<br>( $T = \text{cte}$ )                                                        | 2,98     | -            | 3,39     | 3,96     | 4,44     | -        | -        | 5,60     |
| $f \cdot Re$                                                                        | 14,20    | 14,53        | 15,60    | 17,13    | 18,33    | 19,13    | 19,80    | 20,67    |

O resultado obtido indica  $Nu$  equivalente para o duto de seção quadrada ( $Ra=1$ ) e valores menores para os demais. Isto provavelmente acontece porque ao estabelecer condições de contorno fixadas ao longo de todo o comprimento do duto ( $q'' = \text{cte} \rightarrow$  temperaturas uniformes ou  $T = \text{cte}$ ), o efeito da condução longitudinal no perímetro da seção transversal é desconsiderado. Condições uniformes têm maior validade em paredes de materiais com  $\uparrow k$  (ex:  $k_{\text{cobre}} = 401 \text{ W / m.K}$ ).

No entanto, na presente situação de temperaturas não-uniformes o efeito da condução de calor é percebido na mudança de valor do  $Nu$  laminar. As paredes em aço carbono também influem, uma vez que o coeficiente de condução do material é da mesma ordem de grandeza do coeficiente de convecção interna. Pretende-se em trabalhos posteriores modelar a condução 2-D e entender melhor o gradiente longitudinal das propriedades do escoamento analisando outros materiais e os erros numéricos envolvidos.

#### 4. REFERÊNCIAS

- Clark, S. H., and Kays, W. M., 1953, "Laminar Flow Forced Convection in Rectangular Tubes", Transactions ASME, Vol. 10, pp. 859-866.
- Garcia, E. C., 1996, "Condução, Convecção e Radiação Acopladas em Coletores e Radiadores Solares", ITA-Tese de Doutorado, São José dos Campos, Brasil.
- Incropera, F. P., De Witt, D. P., 1998, "Fundamentos de Transferência de Calor e de Massa", Ed. LTC, Rio de Janeiro, Brasil.
- Kays, W. M., and Crawford, M. E., 1980, "Convective Heat and Mass Transfer", Ed. McGraw-Hill, New York, USA.
- Moran, M. J. et al, 2005, "Introdução à Engenharia de Sistemas Térmicos: Termodinâmica, Mecânica dos Fluidos e Transferência de Calor", Ed. LTC, Rio de Janeiro, Brasil.
- Patankar, S. V., 1991, "Computation of Conduction and Duct Flow Heat Transfer", Innovative Research, Maple Grove, USA, 354 p.
- Shah, R. K. and London, A. L., 1978, "Laminar Flow Forced Convection in Ducts", Advances in Heat Transfer, Academic Press, New York, USA.
- Silva, R. L., and Garcia, E. C., 2006, "Simulação Numérica do Acoplamento 3-D da Condução-Convecção para Escoamentos em Dutos Retangulares", 11° ENCIT – Encontro Nacional de Ciências Térmicas, Curitiba, Brasil.
- Silva, R. L., and Garcia, E. C., 2006, "Análise do Acoplamento Condução-Convecção para Escoamentos de Ar, Água e Óleo em Dutos Retangulares 3-D", 12° ENCITA – Encontro de Iniciação Científica e Pós-Graduação do ITA, São José dos Campos, Brasil.

### ASPECT RATIO EFFECTS UNDER 3-D ANALYSIS IN RECTANGULAR DUCTS WITH NON-UNIFORM WALL TEMPERATURES

**Robson Leal da Silva**

Instituto Tecnológico de Aeronáutica (ITA) – Divisão Eng. Mecânica-Aeronáutica (IEM)  
Pr. Marechal Eduardo Gomes, 50 – Vila das Acácias CEP 12.228-900 – São José dos Campos-SP Brasil  
rlealsilva@hotmail.com

**Ezio Castejon Garcia**

ezio@ita.br

**Abstract:** *Non-uniform wall temperatures (boundary conditions) occur due to conduction-convection thermal coupling that is modeled by energy balance and wall mean temperatures. A computational model of iterative solution is considered to obtain numerical convergence for bulk temperature and the temperature field. In this work, a heat exchanger is modeled built in a given wall material (carbon-steel) and working fluid (air) for analysis of the effects in the mean convection ( $H_m$ ), mean Nusselt number ( $Nu$ ) and the bulk temperature longitudinal behavior for an aspect ratio range ( $1.0 < Ra < 8.0$ ) in rectangular ducts. Conclusion is that conduction heat transfer effects at the present situation affect significantly  $Nu$ .*

**Keywords:** *thermal systems simulation, heat transfer, numerical methods, thermal coupling, aspect ratio.*