

INFLUÊNCIA DAS CONDIÇÕES DE CONTORNO NA ANÁLISE MODAL EXPERIMENTAL DE VIGAS

A. Eliké Hermione Kloutsey

hermione_kloutsey@hotmail.com

Alberto C. G. C. Diniz

adiniz@unb.br

Cristiano Viana Serra Villa

cvsv@unb.br

Universidade de Brasília – UnB
Departamento de Engenharia Mecânica
Laboratório de Vibrações e Dinâmica de Estruturas
Campus Universitário Darcy Ribeiro
Gleba A – Faculdade de Tecnologia – FT
70910-900 – Brasília – DF – Brasil

Resumo: *A correção de modelos numéricos usando resultados experimentais é atualmente um campo de pesquisa e desenvolvimento muito importante para as indústrias da área de Engenharia Mecânica. Setores estratégicos da economia nacional, como a geração de energia elétrica, exigem modelos confiáveis e robustos de seus sistemas, equipamentos e estruturas. A qualidade e representatividade desses modelos devem ser verificadas comparando as simulações numéricas com os resultados obtidos na experimentação. Existem várias técnicas para correção de modelos de elementos finitos usando resultados experimentais. No campo da dinâmica de estruturas essas técnicas normalmente envolvem a análise modal experimental, onde a influência das condições de contorno exerce um papel fundamental na qualidade dos resultados. Apresenta-se nesse trabalho uma avaliação da influência das condições de contorno na análise modal de vigas, visando aplicações na correção de modelos de elementos finitos de estruturas complexas tais como os hidrogeradores usados nas usinas hidroelétricas brasileiras.*

Palavras-chave: *análise modal, correção de modelos, condições de contorno.*

1. INTRODUÇÃO

O desenvolvimento de setores estratégicos da indústria brasileira passa pelo desenvolvimento da competência nacional no projeto e análise de sistemas e estruturas cada vez mais confiáveis e robustos. O projeto de sistemas de qualidade exige a confecção de modelos que sejam suficientemente representativos da realidade modelada. Essa representatividade pressupõe que as hipóteses e considerações feitas sejam coerentes e consistentes com os fenômenos físicos envolvidos, bem como com os aspectos construtivos (materiais, condições de contorno, geometria) da estrutura estudada. Dessa forma a construção de modelos confiáveis e robustos exige a validação e correção desses modelos com base em resultados experimentais.

Visando o desenvolvimento de competência no uso das técnicas de correção de modelos usando resultados experimentais e a aplicação das mesmas no estudo do comportamento dinâmico de hidrogeradores de usinas hidroelétricas o Laboratório de Vibrações e Dinâmica de Estruturas da Universidade de Brasília (UnB) desenvolveu uma Bancada para Simulação do Comportamento Dinâmico de Hidrogeradores.

Essa bancada permite a realização de diferentes testes envolvendo aspectos mecânicos e eletromagnéticos, associados ao comportamento dinâmico do conjunto rotor-gerador de hidroelétricas.

Nesse contexto encontra-se o desenvolvimento de um trabalho de mestrado voltado para o estudo e aplicação de metodologias de correção de modelos de elementos finitos usando resultados de análise modal de estruturas. Trata-se de um trabalho pioneiro no Laboratório de Vibrações e Dinâmica de Estruturas da UnB e que se encontra ainda em sua etapa inicial.

Considerando a importância das condições de contorno na análise modal experimental de estruturas, e seu papel nas metodologias de correção de modelos, foi feita uma avaliação da influência dessas na análise modal de vigas, visando aplicações na correção de modelos de elementos finitos de estruturas complexas tais como os hidrogeradores, usados nas usinas hidroelétricas brasileiras.

2. CORREÇÃO DE MODELOS USANDO RESULTADOS EXPERIMENTAIS

A Correção de modelos de elementos finitos usando resultados experimentais envolve a identificação dos parâmetros da estrutura ou sistema modelado e o ajuste do modelo usando técnicas globais e/ou locais. Atualmente diferentes técnicas têm sido usadas para a validação e correção de modelos elementos finitos através de resultados experimentais (Friswel & Mottershead, 1995) e, no campo da dinâmica de estruturas, elas envolvem normalmente testes de análise modal para a identificação dos parâmetros das estruturas estudadas.

Nessa seção apresentam-se sucintamente as etapas de identificação e ajuste de modelos bem como o estado da arte dos métodos de correção de modelos usando resultados experimentais.

2.1 Identificação

Na análise modal, a identificação dos parâmetros de uma estrutura pode ser feita no domínio do tempo, através de equações do movimento, ou no domínio da frequência, através das Funções de Resposta em Frequência (FRFs) para diferentes pontos da estrutura. Nos dois casos procura-se a determinação dos parâmetros modais, a saber, frequência modal, amortecimento modal e forma modal.

A identificação é um processo numérico de ajustamento de dados experimentalmente obtidos por uma ou várias funções vindas de modelos físicos. O resultado deste processo é o conjunto de coeficientes, ou parâmetros, das funções usadas para definir analiticamente um caso real.

Os métodos de identificação são geralmente classificados em dois grandes grupos: os métodos modo-a-modo e os métodos multi-modo (Ewins, 1984). Vários métodos de identificação foram desenvolvidos e validados, apresentando erros de aproximação bastante reduzidos. R. J. Allemang (2002) apresenta os métodos básicos de identificação no domínio do tempo e no domínio da frequência. Para os métodos modo-a-modo, o autor apresenta os métodos do pico de amplitude e o método dos mínimos quadrado (*curve fitting*); para os métodos multi-modos, existem vários algoritmos como *Least Squares Complex Exponential* e o método *Ibrahim Time Domain Rational Fraction Polynomial*. Novas técnicas estão sendo aplicadas para facilitar o uso de dados no domínio de tempo, como é o caso de K. F. Alvin, A. N. Robertson, G. W. Reich, K. C. Park, 2003 que usam expansão em *wavelet* para identificação estrutural a partir das Funções Resposta ao Impulso (IRF).

2.2. Ajuste de modelo

As previsões dos cálculos numéricos ou analíticos são frequentemente colocadas em questão quando não são de acordo com os resultados de ensaios. O ajuste de modelos visa a correção desses usando as respostas do teste modal. Friswell & Mottershead, 1993, consideram que se encontra três tipos de erros na modelagem.

- Erros de modelagem da estrutura;
- Erros na modelagem dos parâmetros, o que inclui a aplicação de condições de contorno inapropriadas e hipóteses simplificadoras;
- Erros na escolha da ordem da discretização de sistemas complexos.

Os problemas de identificação paramétrica são tratados por métodos clássicos de otimização envolvendo os parâmetros estruturais. Não existe um método de ajuste de modelo universal, no entanto pode ser definida uma metodologia comum a todas (Figura 1).

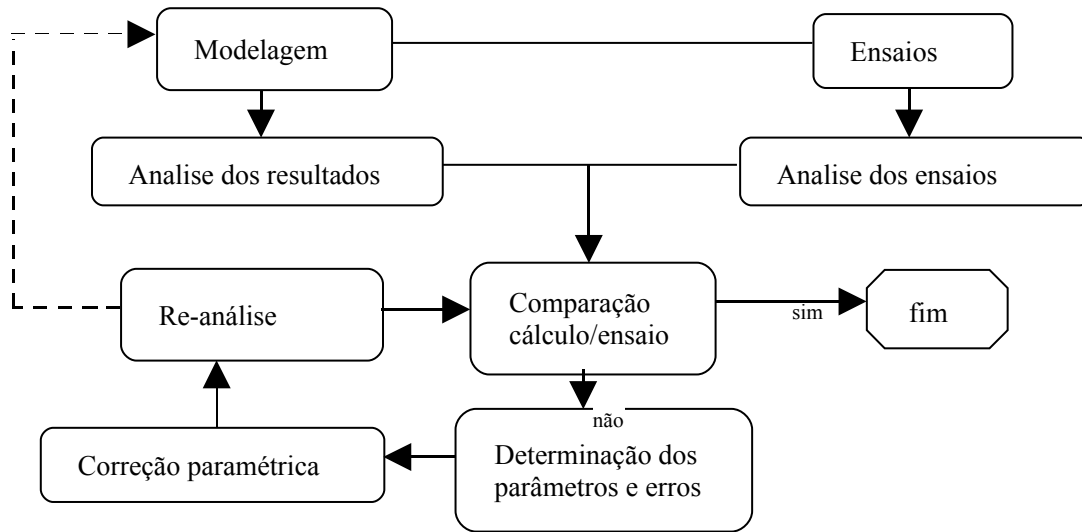


Figura 1: Processo de validação e correção de modelo

Para a comparação dos resultados dos cálculos com os dos ensaios é necessário a definição de critérios permitindo que se conheça a diferença entre os resultados numéricos e experimentais. Em dinâmica das estruturas, entre os critérios de comparação de dados modais mais usados temos:

- Os parâmetros efetivos modais
- As distribuições das energias modais
- As frequências e deformadas modais
- O MAC, *modal assurance criterion* (Randall J. Allemang, 2002)

O MAC é um coeficiente de correlação entre dois autovetores quaisquer.

$$MAC(p, x) = \frac{\left| \sum_{i=1}^n \psi_{xi} \psi_{pi}^* \right|^2}{\left(\sum_{i=1}^n \psi_{xi} \psi_{xi}^* \right) \left(\sum_{i=1}^n \psi_{pi} \psi_{pi}^* \right)}$$

ψ_x são os vetores experimentais e ψ_p os numéricos.

O MAC é uma quantidade escalar (mesmo se os autovetores forem complexos). Um valor do MAC entre 0.9 a 1.0 indica uma boa proximidade dos modos. Por outro lado, se o valor for perto de zero, conclui-se que os modos de vibrações são diferentes.

A eficácia dos critérios depende muito da quantidade e da qualidade dos resultados experimentais disponíveis. Por exemplo, a determinação das deformadas modais necessita um número de pontos de medidas tão maior quanto a complexidade da estrutura e o número de modos a serem medidos.

3. INFLUÊNCIA DAS CONDIÇÕES DE CONTORNO

É sabido que para se efetuar um teste modal é preciso um mecanismo que permita a excitação da estrutura assim como meios para medir a sua resposta. Mas também é preciso definir corretamente as condições de contorno da estrutura.

Alguns cuidados são necessários no que se refere às condições de contorno da estrutura a ser estudada. Ewins, 1984 mostra que para uma boa aproximação da condição livre-livre ser realizada basta verificar que as frequências correspondentes aos modos de corpos rígidos (que teoricamente devem ser nulos) sejam baixas suficientemente em relação aos modos de flexão (10 a 20% desses). Uma solução prática para isso é uma suspensão com rigidez fraca para suportar a estrutura. Por outro lado, quando se busca uma condição do tipo engaste, há que se considerar o problema de se atingir na prática uma situação em que deslocamentos e inclinações no ponto de engastamento sejam suficientemente pequenos para serem desprezados. Desta forma, ao se considerar que é mais fácil suspender a estrutura que fixá-la satisfatoriamente, a maioria dos experimentos feitos usa preferencialmente as condições de contorno livre-livre.

Para um entendimento prático da influência das condições de contorno no teste modal, ensaiou-se uma viga (de acordo com a figura 2) em busca de seus três primeiros modos de vibração. Para tanto, três suspensões diferentes foram utilizadas, com intuito de se verificar qual dela pode melhor aproximar a condição livre-livre.

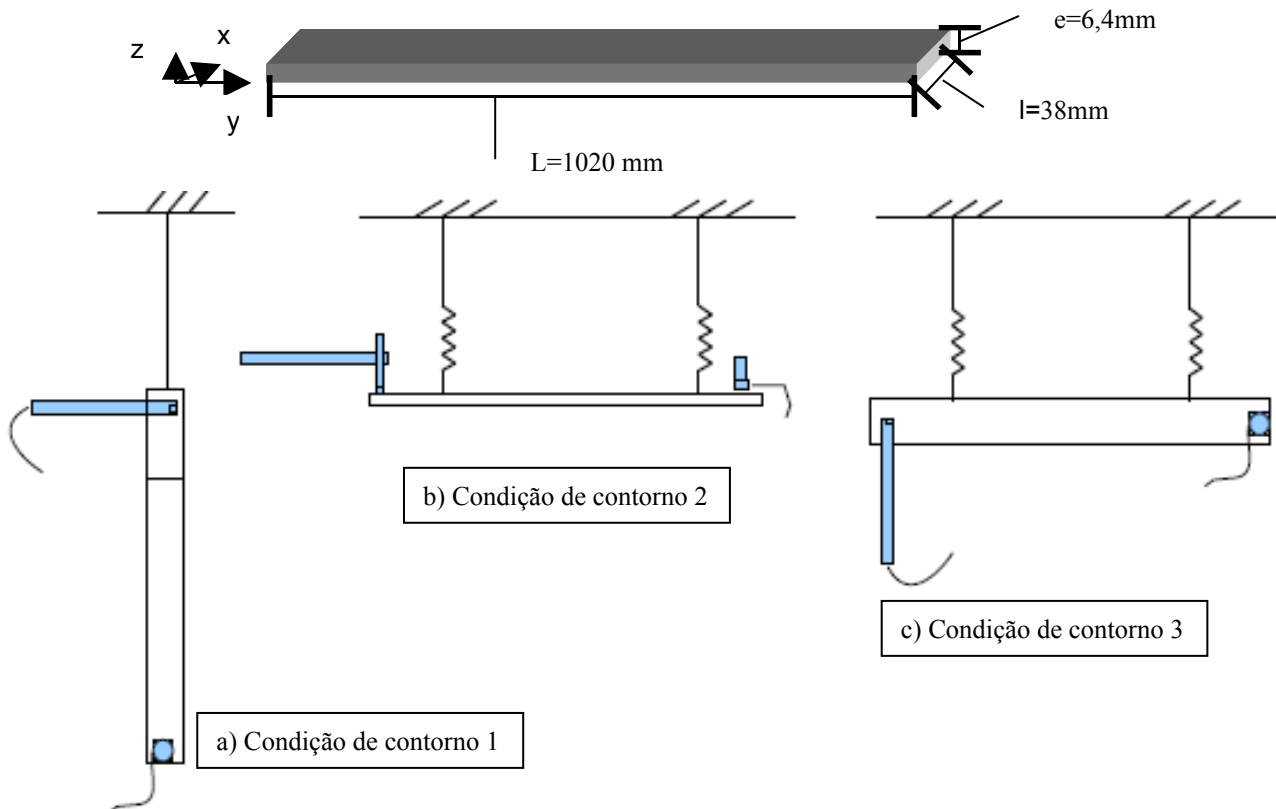


Figura 2: Diferentes condições de contorno usadas

4. RESULTADOS

Esta seção apresenta as deformadas modais experimentais comparadas com as soluções teóricas (Tse, Morse, Hinkle, R, 1978).

Mostra-se através das equações de movimento que os modos de oscilação do pêndulo são mais fracos do que os modos de vibração da viga, os primeiros representando os modos de corpos rígidos. Obtêm-se as deformadas ligando os picos da parte imaginária da FRF em cada ponto para cada modo de vibração. Na frequência natural, considera que a ressonância ocorre quando a parte real da resposta do sistema é nula e a parte imaginária máxima pode ser considerado o autovetor (Peter Avitabile, 2001,). Para uma melhor visualização dos resultados, o teste foi feito visualizando a resposta na vizinhança de cada frequência natural.

4.1. Condição de contorno 1: viga pendurada com um fio

Após a realização dos ensaios a matriz dos MAC foi calculada:

$$MAC = \begin{bmatrix} 0.9942 & 0.0000 & 0.0990 \\ 0.0089 & 0.9810 & 0.0006 \\ 0.0813 & 0.0102 & 0.9797 \end{bmatrix}$$

O valor do MAC calculado entre modos experimentais e autofunções analíticas do mesmo modo é entre 0.9 e 1.0. Isso mostra uma boa correlação entre os mesmos. Como se esperava para modos diferentes o MAC é quase nulo.

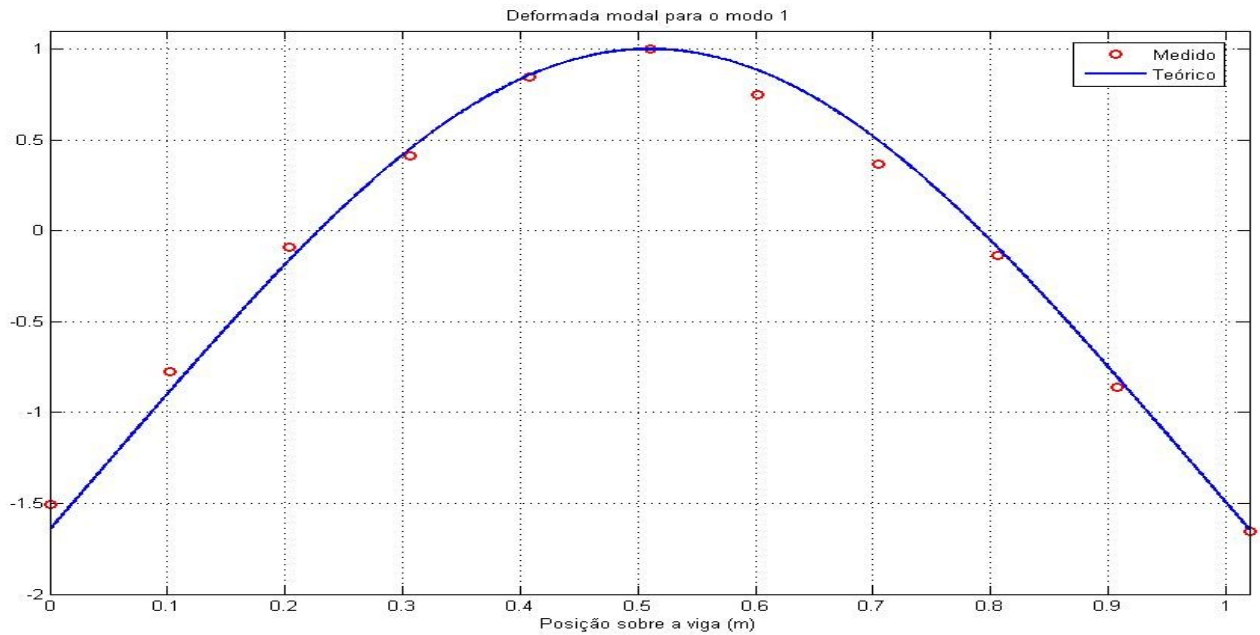


Figura 3: Deformadas modais para o modo 1 $\omega_{te} = 31.25 \text{ rad/s}$, $\omega_n = 32.31 \text{ rad/s}$

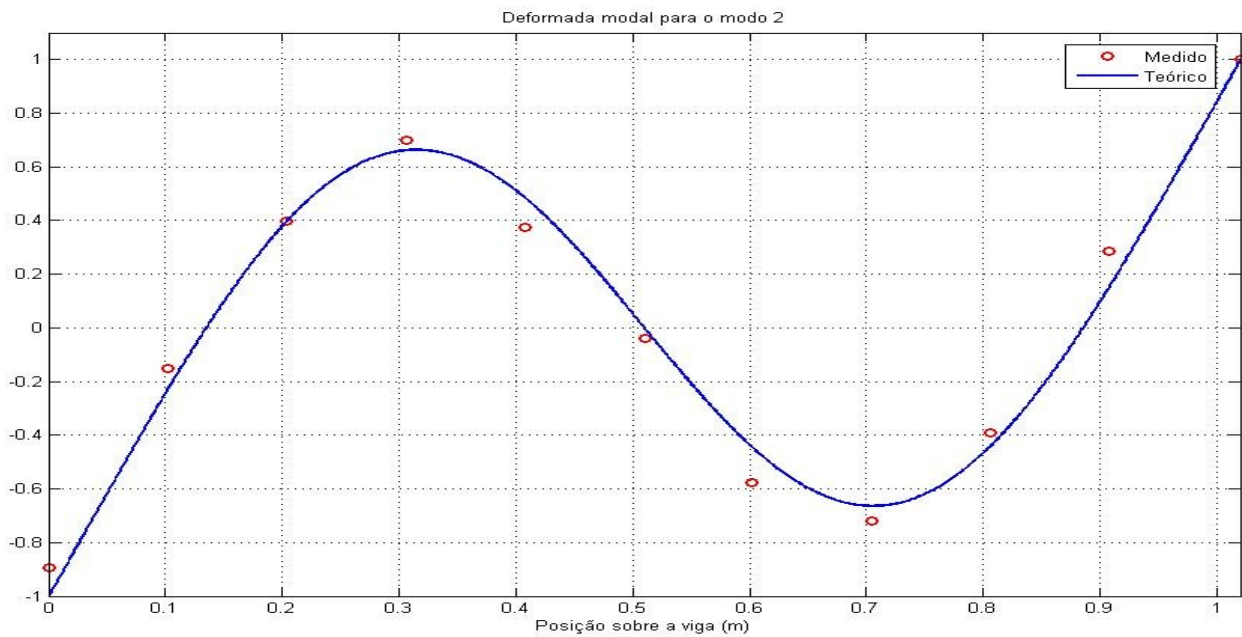


Figura 4: Deformadas modais para o modo 2 $\omega_{te} = 86.25 \text{ rad/s}$, $\omega_{mat} = 89.06 \text{ rad/s}$

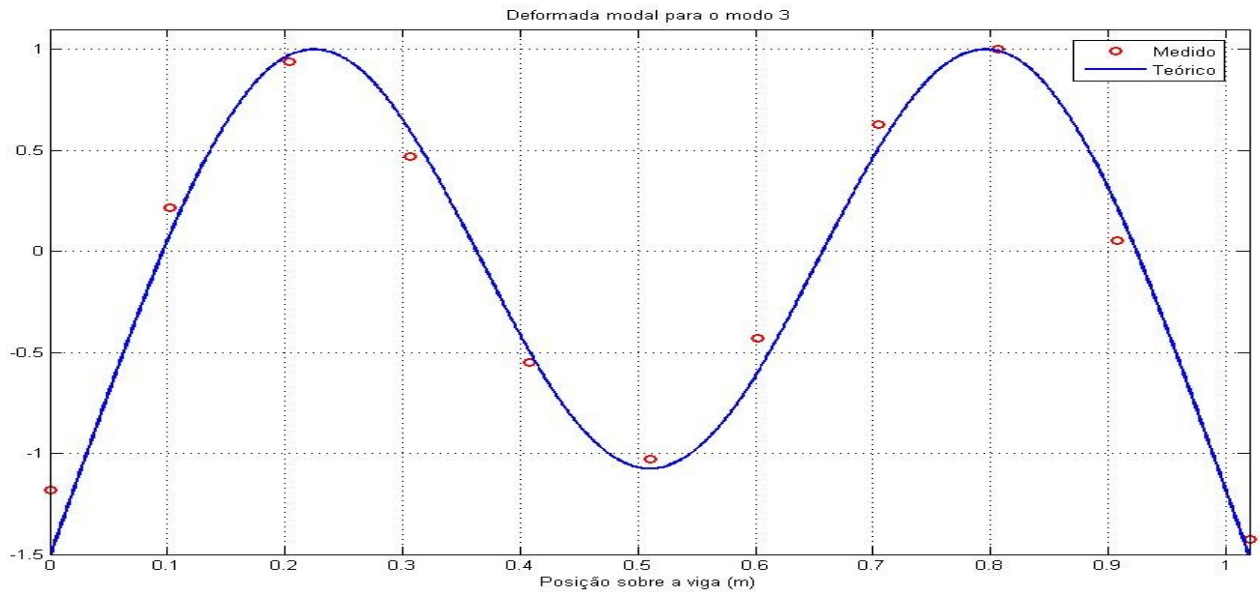


Figura 5: Deformadas modais para o modo 3 $\omega_{te} = 169.25 \text{ rad/s}$, $\omega_{mat} = 174.61 \text{ rad/s}$

Notamos que alguns pontos de deformada experimental são bem acima da deformada teoria enquanto outros ficaram um pouco fora (figuras 3,4,5). Possíveis explicações poderiam estar nos parâmetros utilizados no modelo numérico, ou ainda dispersões ligadas ao sistema de medição. Estes aspectos podem ser quantificados, e por isso estão sendo analisados, para que sua influência seja incorporada ao algoritmo de identificação.

4.2. Condição de contorno 2: viga pendurada com dois fios elásticos

Após a realização dos ensaios a matriz dos MAC foi calculada:

$$MAC = \begin{bmatrix} 0.9882 & 0.0011 & 0.0876 \\ 0.0070 & 0.9861 & 0.0003 \\ 0.1017 & 0.0007 & 0.9827 \end{bmatrix}$$

Neste caso também, o MAC é relativamente satisfatório. Pode se dizer com a leitura da diagonal principal que os modos experimentais e teóricos são próximos.

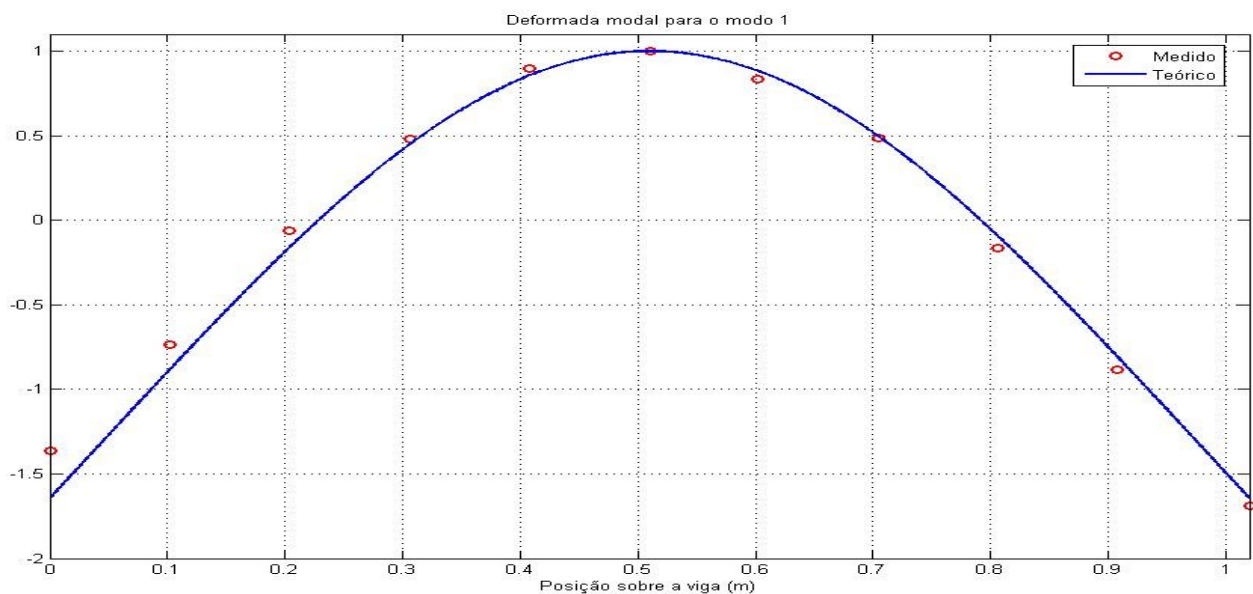


Figura 6: Deformadas modais para o modo 1 $\omega_{te} = 31.25 \text{ rad/s}$, $\omega_n = 32.31 \text{ rad/s}$

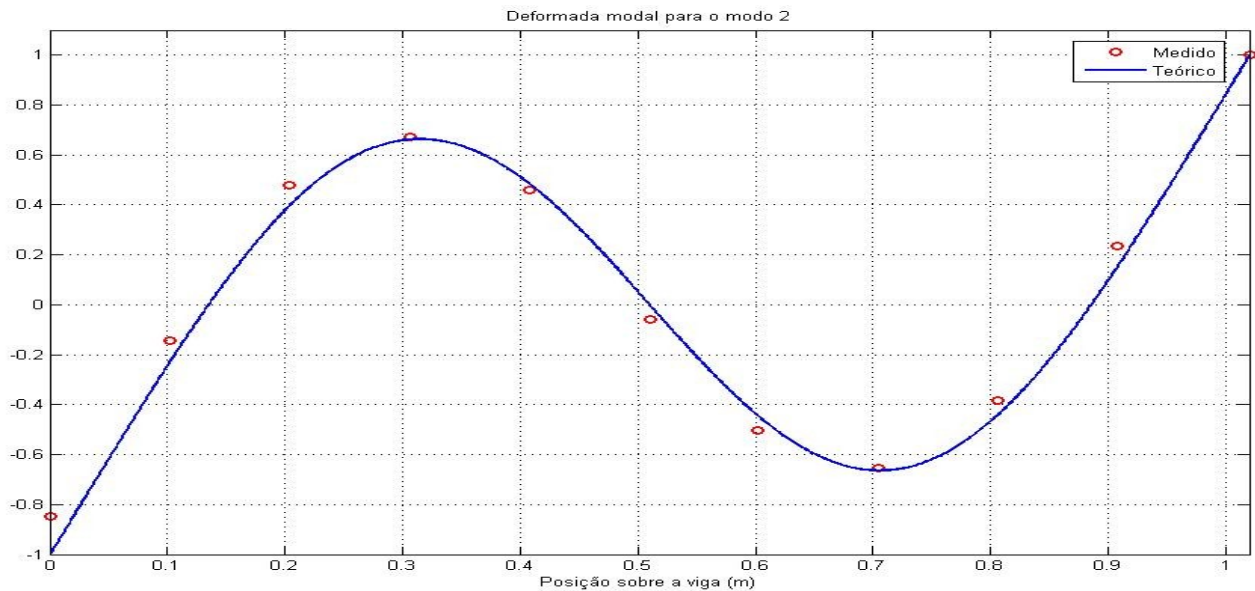


Figura 7: Deformadas modais para o modo 2 $\omega_{te} = 86.25 \text{ rad/s}$, $\omega_{mat} = 89.06 \text{ rad/s}$

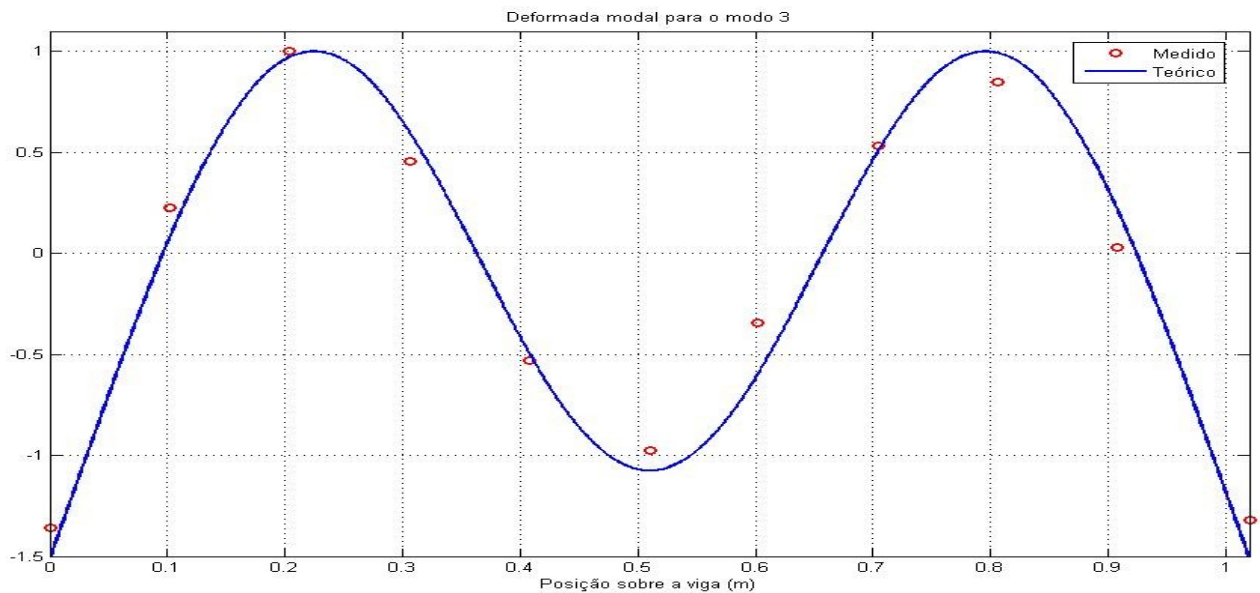


Figura 8: Deformadas modais para o modo 3 $\omega_{te} = 169.25 \text{ rad/s}$, $\omega_{mat} = 174.61 \text{ rad/s}$

4.3. Condição de contorno 3: viga pendurada com dois fios elásticos

Após a realização dos ensaios a matriz dos MAC foi calculada:

$$MAC = \begin{bmatrix} 0.9287 & 0.0051 & 0.0271 \\ 0.0079 & 0.9865 & 0.0000 \\ 0.0928 & 0.0128 & 0.9737 \end{bmatrix}$$

Neste caso, os pontos experimentais do primeiro modo se afastaram mais da curva teórica do que nas duas primeiras condições (figura 9). O primeiro valor de MAC confirma essa observação. Esta condição, então, não é uma boa aproximação do caso livre-livre.

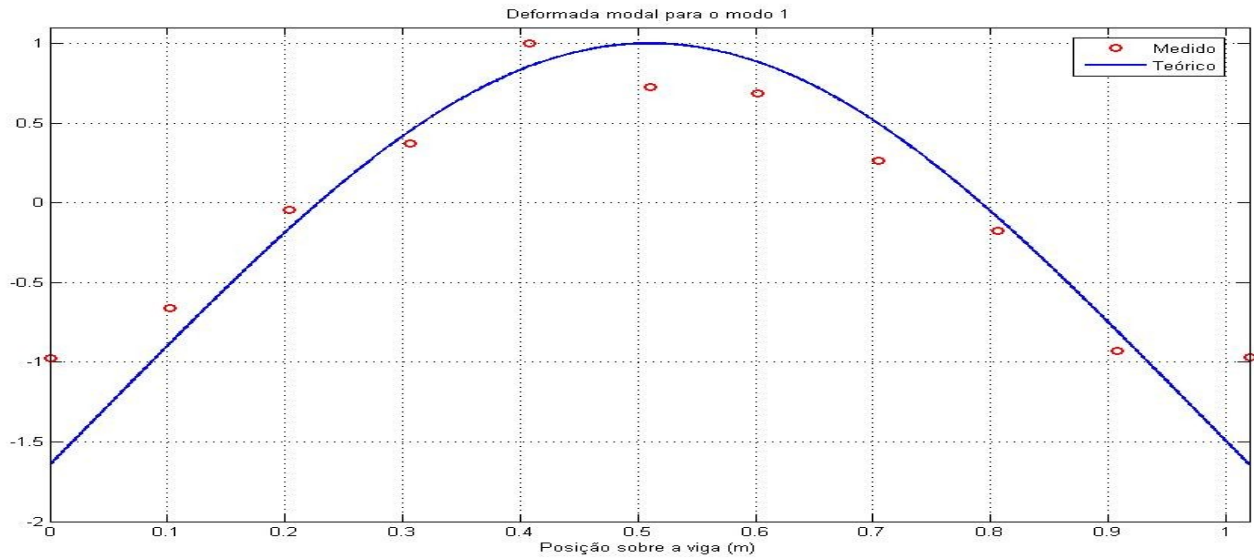


Figura 9: Deformadas modais para o modo 1 $\omega_{te} = 31.25 \text{ rad/s}$, $\omega_{mat} = 32.31 \text{ rad/s}$

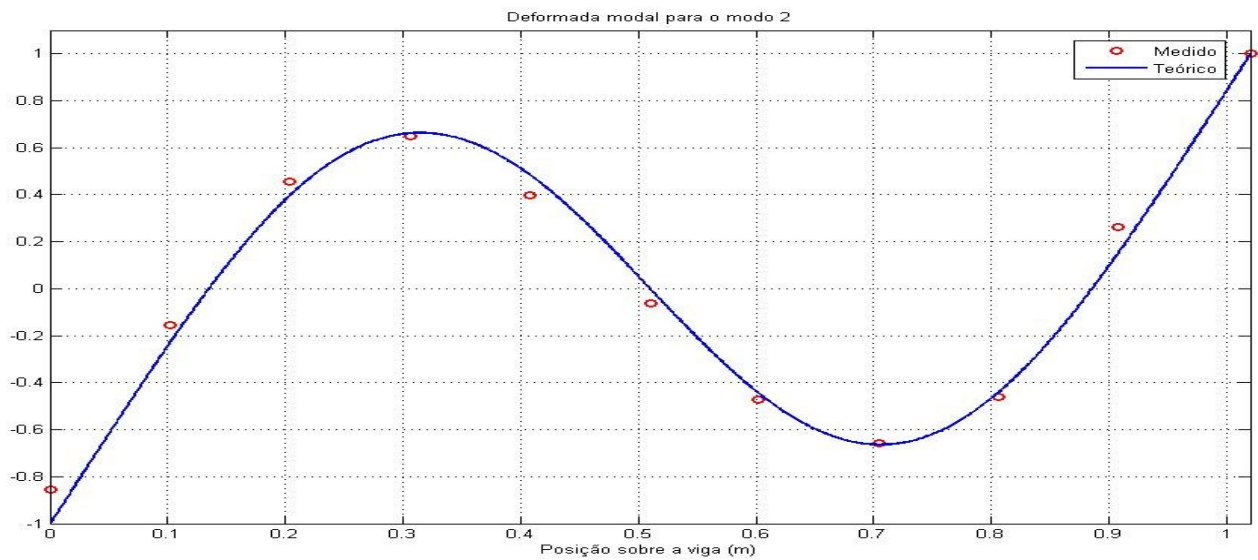


Figura 10: Deformadas modais para o modo 2 $\omega_{te} = 86.25 \text{ rad/s}$, $\omega_{mat} = 89.06 \text{ rad/s}$

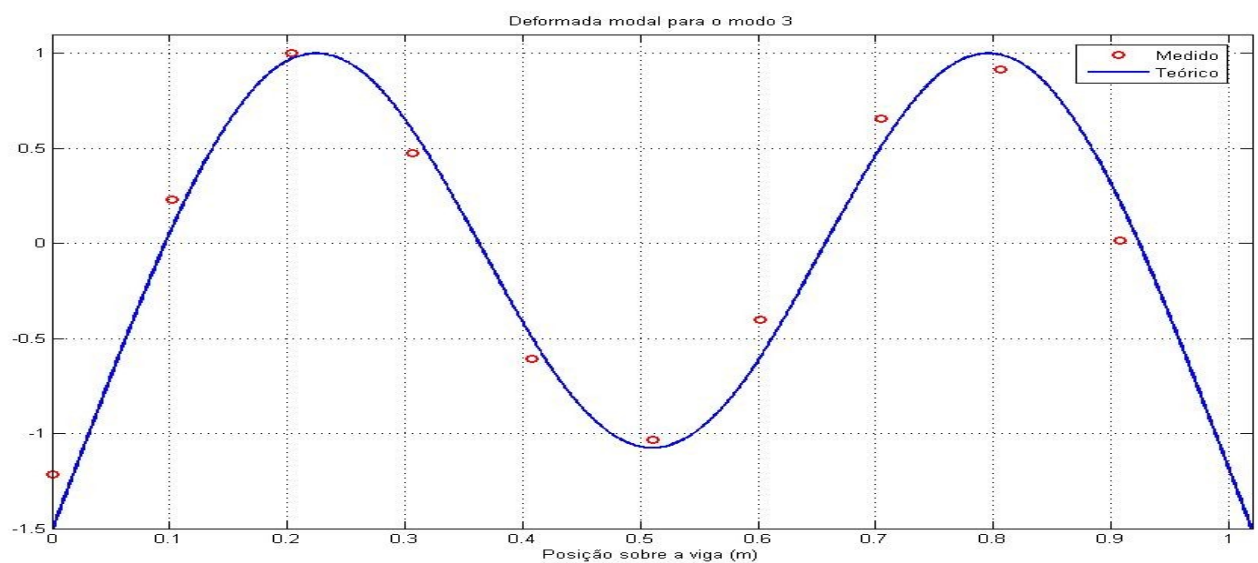


Figura 11: Deformadas modais para o modo 3 $\omega_{te} = 169.25$, $\omega_{mat} = 174.61$

5. CONCLUSÃO

Com o objetivo de aplicar as metodologias de correção de modelos de elementos finitos usando resultados de análise modal experimental de estruturas, foram realizados testes experimentais para avaliação da influência das condições de contorno na análise modal de uma viga. Esses testes permitiram além da boa compreensão da técnica de análise modal experimental, uma avaliação concreta da influência das condições de contorno nos resultados obtidos.

Foram estudados três condições de apoio diferentes e a comparação entre os resultados obtidos e os resultados analíticos foi feita usando o “*Modal Assurance Criterion*”- MAC.

Nos três casos, os valores da diagonal principal da matriz de *MAC*, calculada entre autovetores experimentais e analíticos ficaram entre 0.9 e 1.0, mostrando uma boa correlação entre modos semelhantes. Entre modos diferentes, os valores obtidos foram, como se esperava, próximos de zero.

À luz dos resultados obtidos, as condições de contorno usadas representam bem a noção de livre-livre, com destaque para a condição 2 (veja a figura 2), que forneceu os melhores resultados.

Os resultados obtidos permitem antever que as medidas tendem a se aproximar bastante das deformadas teóricas, ao se considerar as dispersões naturais das medições. Tais dispersões aparecem nos parâmetros geométricos utilizados no modelo numérico e também nos pontos extremos da parte imaginária das FRFs. Estes efeitos estão previstos no andamento da pesquisa em questão.

As medições aqui apresentadas servirão para desenvolvimento e teste de algoritmos de identificação e correção de modelos que estão sendo desenvolvidos.

6. REFERÊNCIAS

- D.J. Ewins, 1984, “Modal testing theory and practice”, R. S. P.,
- Friswell, M.I. & Mottershead, 1995, “J.E. Finite Element Model Updating in structural dynamics - Kluwer academic Publishers”
- Friswell, M.I. & Mottershead, 1993, “Model updating in structural mechanics: a survey”, journal of sound and vibration
- K. F. Alvin, A. N. Robertson, G. W. Reich, K. C. Park, 2003, “Structural system identification: from reality to models”, computers and structures, Elsevier Science Ltd
- Mark H. Richardson And David L. Formenti, 1985, “Global Curve Fitting of Frequency Response Measurements using the Rational Fraction Polynomial Method, Structural Measurement Systems San Jose”, California, 3rd IMAC Conference, Orlando, FL, January
- Mark Richardson Brian Schwarz, January 2003, “Modal Parameter Estimation from operating data”, Vibrant technology, Inc., Jamestown, California, sound and vibration
- Peter Avitabile, January 2001, “Experimental Modal Analysis (a simple non-mathematical presentation)”, modal and control laboratory, mechanical engineering department, University of Massachusetts Lowell, sound and vibration,
- Randall J. Allemang, February 2002, “Modal Parameter Estimation overview review”, Structural Dynamics Research Laboratory, University of Cincinnati,
- Randall J. Allemang, 2002, “The modal Assurance Criterion twenty years of use and abuse”, 20th IMAC Conference, Los Angeles, CA.

INFLUENCES OF BOUNDARY CONDITIONS IN THE EXPERIMENTAL MODAL ANALYSIS OF BEAMS

A. Eliké Hermione Kloutsey

hermione_kloutsey@hotmail.com

Alberto C. G. C. Diniz

adiniz@unb.br

Cristiano Viana Serra Villa

cvsv@unb.br

Universidade de Brasília – UnB
Departamento de Engenharia Mecânica
Laboratório de Vibrações e Dinâmica de Estruturas
Campus Universitário Darcy Ribeiro
Gleba A – Faculdade de Tecnologia – FT
70910-900 – Brasília – DF – Brasil

Abstract: *The correction of numerical models using experimental results is a current field of research and development very important for the industries of the area of Engineering Mechanics. Strategical sectors of the national economy, as the generation of electric energy, demand predictive models of its systems, more trustworthy and robust equipment and structures. The quality and representation of these models must be verified comparing the numerical simulations with the test results. Exist several techniques for finite elements models updating by processing record of dynamic response from test structure. In the field of the dynamics of structures, these techniques normally involve the experimental modal analysis, where the influence of boundary conditions exerts a basic paper in the quality of the results.*

An evaluation of the influence of the boundary conditions in the modal analysis of beams is presented in this work, aiming at applications in the correction of finite elements models of complex structures such as the hydrogenerators, used in the Brazilian hydroelectric plants. The results gotten with three different boundary conditions are argued and the conclusions will subdivide the continuation of the work directed toward the correction of numerical models.

Keywords: *modal analysis, updating, boundary conditions.*