

CONTROLE DA FREQUÊNCIA NATURAL EM VIGAS COMPÓSITAS COM FIOS DE SMA

Vailton Alves Faria

Departamento de Engenharia Mecânica, Universidade de Brasília, Campus Darcy Ribeiro,
70910-900 – Brasília – DF
vailtonalves@unb.br

Edson Paulo da Silva

dasilva@unb.br

Resumo: *Este trabalho apresenta uma análise teórica e numérica da frequência natural de vigas compósitas e fios com memória de forma embebidos. O estudo é desenvolvido considerando-se diferentes combinações de matriz/reforço. Para cada combinação analisa-se a influência da fração volumétrica de fios com memória de forma sob diferentes condições de engastamento. Os resultados ilustram como os fios com memória de forma podem ser empregados para influenciar a frequência natural de vibração de estruturas compósitas.*

Palavras-chave: materiais compósitos, ligas com memória de forma, controle de vibração;

1. INTRODUÇÃO

Nos últimos anos têm-se proposto o emprego de ligas com memória de forma (SMA – *Shape Memory Alloys*) para o desenvolvimento de estruturas adaptativas (Janoch, 1999; Gandhi e Thonson, 1994; Srinivasan e Farland, 2001). Entre os materiais funcionais as SMAs têm grande potencial de aplicação em situações que envolvem grandes forças, grandes deformações e baixas frequências. Nesta linha de pesquisa identificam-se basicamente duas tendências: i) aplicação de SMA para controle de forma (Sanders et al., 2004; Chandra, 2001) e, ii) aplicação de SMA para controle de vibração em máquinas e estruturas (Zak, et al., 2003; Oh et al., 2001; Saadat et al., 2001).

Um dos trabalhos pioneiros sobre o emprego de SMA no controle de vibração foi apresentado por Jia e Rogers (1989). Eles propuseram dois conceitos para o controle estrutural: sintonização ativa de propriedades (APT - *Active Properties Tuning*) e sintonização ativa de energia de deformação (ASET - *Active Strain Energie Tuning*). No princípio APT o elemento com memória de forma é embebido numa estrutura compósita. Uma vez que o módulo de elasticidade dessas ligas varia enormemente com a temperatura, controlando-se o aquecimento torna-se possível, portanto, controlar a rigidez da estrutura como um todo. O princípio ASET baseia-se no mesmo mecanismo. Aqui, entretanto, os elementos com memória de forma são pré-deformados, dessa forma, têm-se mais um parâmetro que é a tensão de recuperação de forma gerada durante o aquecimento. Schetky (1992) considera ainda o controle ativo de forma (ASC - *Active Shape Control*). Neste caso, elementos com memória de forma pré-deformados são montados a certa distância do eixo neutro da estrutura. Quando aquecidos os momentos gerados na recuperação de forma dos atuadores deformam a estrutura. Desta forma, pode-se controlar a forma da estrutura controlando-se o aquecimento dos atuadores. Baz et al. (1993) propuseram o emprego de fios com memória de forma como reforçadores numa viga compósita, na qual eles atuam como sensores cujos sinais permitem um monitoramento contínuo da deflexão da viga. Resultados teóricos e experimentais mostram a potencialidade das SMA para controle de vibrações. Nos últimos 15 anos, vários trabalhos com foco na aplicação de SMA para controle de vibração em máquinas e estruturas têm sido desenvolvidos (Choi and Hwang, 2000; Willians et al, 2002). Gotthardt e Bidaux (1998) investigaram a aplicação de reforçadores com memória de forma em compósitos. O objetivo era controlar a vibração através

da variação das propriedades mecânicas do sistema através da ativação dos reforçadores com memória de forma. Shahin et al (1997) propuseram a aplicação de tendões com memória de forma para o controle ativo de vibração em estruturas. Fios com memória de forma são empregados por Da Silva e Mesquita (2000) para o controle de vibração de uma viga engastada explorando em ambos os efeitos de memória de forma e pseudoelástico. Nagaya et al (1997) propõem um método para controle ativo de vibrações de um eixo através da variação da rigidez de suportes com memória de forma. Willians et al. (2002) exploram o módulo variável das SMA para desenvolver um sistema adaptativo-passivo para controle de vibração.

Lau (2002a) desenvolveu um estudo teórico-experimental sobre o comportamento dinâmico de uma viga compósita com fios de SMA embebidos, sob diferentes condições de engastamento. Ele analisou teórico e experimentalmente a frequência natural e o amortecimento de uma viga Epóxi/Fibra de vidro e reforçada com fios de NiTi embebidos na camada intermediária central. A resposta do sistema foi analisada considerando diferentes condições de engastamento com os fios de NiTi nos estados martensítico e austenítico. Verificou-se que no estado martensítico a frequência natural diminui com o aumento do número de fios. Já no austenítico observa-se o oposto.

O presente trabalho é uma extensão do estudo apresentado por Lau (2002b). Além do comportamento da viga Epóxi/Fibra de vidro aqui se considerou também a combinação Epóxi/SMA. Para cada uma das combinações determinou-se a frequência natural de vibração considerando-se os fios de SMA nos estados martensítico e austenítico, para diferentes frações volumétricas de SMA e sob as diferentes condições de engastamento da viga. Para o desenvolvimento deste trabalho utilizou-se o modelo para SMA proposto por Brinson (1993). Os resultados obtidos ilustram como as propriedades termomecânicas das SMAs podem ser exploradas para o desenvolvimento de sistemas de controle de vibração baseado no comportamento termomecânico das ligas de SMA.

2. MODELAGEM DA VIGA COMPÓSITA

A modelagem utilizada no presente trabalho é a mesma apresentada por Lau (2002b). A viga compósita é constituída de uma matriz polimérica (Epóxi) reforçada com fibras vidro, e com fios de SMA, para ambos os casos os fios de SMA foram embebidos na camada intermediária central da viga, Figura 1a. Foram consideradas três diferentes condições de engastamento: bi-engastada - condição EE (Figura 1b), engastada em uma extremidade e livre na outra - condição EL (Figura 1c) e bi-apoiada - condição LL (Figura 1d). Para as condições EL e LL considerou-se os fios de SMA em estado livre de tensões e deformações. No caso da viga bi-engastada foram considerados dois casos: fios de SMA sem pré-deformação (EE – 0%) e fios de SMA pré-deformados em 4% (EE – 4%).

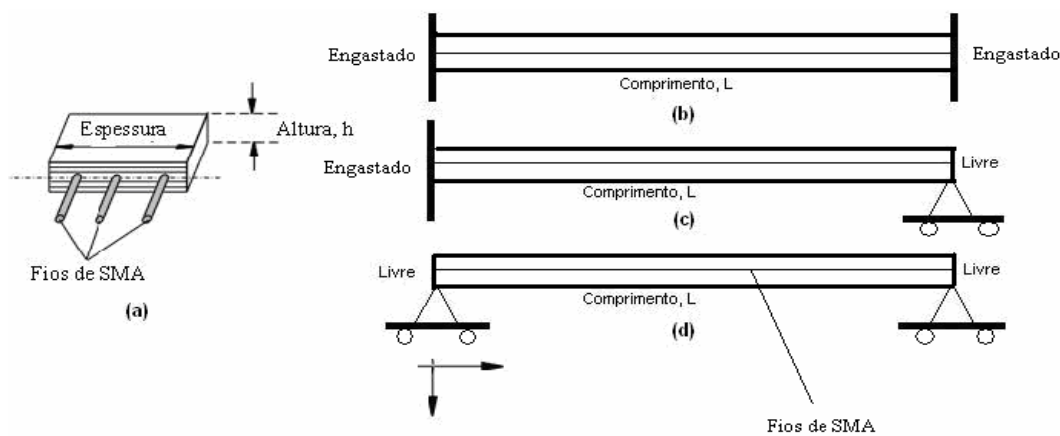


Figura 1: a) Viga compósita com fios de SMA embebidos. b) EE, c) EL). d) LL.

Para desenvolver a análise da frequência natural a viga híbrida é submetida a uma vibração livre a partir de um deslocamento inicial $y_{\max}$ imposto no ponto médio da viga ($x = L/2$).

2.1. Comportamento termomecânico dos fios de SMA

O complexo comportamento termomecânico das SMA está associado às transformações de fase martensítica, e é fortemente dependente da temperatura. Para determinar a força F_{rec} utilizou-se neste trabalho o modelo para SMA proposto por Brinson (1993), para o qual a equação constitutiva é dada por:

$$\sigma - \sigma_0 = D(\xi)(\varepsilon - \varepsilon_0) + \Theta(T - T_0) + \Omega(\xi)(\xi - \xi_M), \quad (1)$$

onde σ é a tensão, ε a deformação, T a temperatura e ξ a fração volumétrica de martensita. Ω , D e Θ representam o tensor de transformação de fase, o módulo de elasticidade, e o coeficiente de expansão térmica da liga respectivamente. σ_0 , ε_0 , ξ_0 e T_0 representam o estado termomecânico inicial. A evolução de ξ em função da temperatura T é dada pelas seguintes relações (Liang and Rogers, 1997):

$$\xi = \frac{\xi_M}{2} \{ \cos[a_A(T - A_S)] + 1 \}, \quad (2a)$$

$$\xi = \frac{1 + \xi_A}{2} \{ \cos[a_M(T - M_S)] \} + \frac{1 + \xi_A}{2}, \quad (2b)$$

onde

$$a_A = \frac{\pi}{A_f - A_S}, \quad (3a)$$

$$a_M = \frac{\pi}{M_S - M_f}, \quad (3b)$$

são constantes positivas das SMAs. A Eq. (2a) descreve a evolução de ξ durante o resfriamento, ou seja, descreve a formação de martensita a partir da austenita (transformação direta). Já a Eq. (2b) descreve a evolução de ξ durante o aquecimento, ou seja, descreve a formação de austenita. Para a determinação do módulo elástico e do coeficiente de expansão térmica da liga utiliza-se a regra da mistura.

$$D(\xi) = \xi D_M + (1 - \xi) D_A, \quad (4a)$$

$$\Theta(\xi) = \xi \Theta_M + (1 - \xi) \Theta_A, \quad (4b)$$

onde D_M , D_A , Θ_M e Θ_A representam os módulos de elasticidade e os coeficientes de expansão térmica das SMAs nas fases martensítica e austenítica respectivamente.

Uma das situações analisadas neste trabalho é o da viga compósita bi-engastada com fios de SMA pré-deformados e embebidos na matriz. Considerando o modelo de Brinson (1993) Lau et al. (2002a) calcularam que a tensão de recuperação nos fios de SMA é dada por:

$$\sigma_R(\xi) = \frac{\{\alpha D(\xi) + \Theta(\xi)\}(T - T_0) + \Omega(\xi)(\xi - \xi_M)}{1 - \frac{D(\xi)N\pi d^2}{4E_1A}}, \quad (5)$$

onde N é o número de fios de SMA e d o diâmetro de cada fio de SMA. α é o coeficiente expansão térmica do material compósito (matriz/fibra), T_0 temperatura ambiente e E_1 o módulo de elasticidade da viga epóxi/fibra de vidro na direção da fibras. Para obtenção da Eq. (5) considerou-se a hipótese de uma união perfeita entre os fios de SMA e a matriz compósita. Nesta condição pode-se então garantir que as deformações nos fios de SMA e na matriz compósita são iguais (Lau et al, 2002a).

Na condição de engastamento EE (viga bi-engastada) com fios de SMA pré-deformados ter-se-á, quando do aquecimento, o desenvolvimento de uma força de recuperação devido ao fato do material tentar recuperar a sua forma original, efeito memória de forma, e ser impedido pelos engastamentos. Para se determinar esta força utilizou-se neste trabalho o modelo para SMA proposto por Brinson (1993). Lau (2002a) apresenta que essa força de recuperação dos fios de SMA é dada por:

$$F_{SMA} = \sigma_R(\xi) \frac{N\pi d^2}{4}, \quad (6)$$

2.2. Determinação das frequências naturais da viga

O comportamento vibratório lateral de uma viga compósita com seção transversal uniforme, embebida com fios de SMA pode ser analisado pela equação diferencial de quarta ordem dada por (Lau et al, 2002b):

$$E_B I_B \frac{d^4 y(x)}{dx^4} + F_{SMA} \frac{d^2 y(x)}{dx^2} - \rho_B A \omega_n^2 y(x) = 0, \quad (7)$$

onde o subscrito B representa as propriedades da viga (matriz/reforço e fios de SMA). ρ é a densidade da viga por unidade de volume e ω_n sua frequência natural. Para determinar o módulo elástico e a densidade da viga pode-se usar a regra da mistura da seguinte forma:

$$E_B = E_1 + (D(\xi) - E_1) \frac{A_{SMA}}{A}, \quad (8a)$$

$$\rho_B = \rho_C + (\rho_{SMA} - \rho_C) \frac{A_{SMA}}{A}, \quad (8b)$$

onde A_{SMA} e A representam área total da seção transversal dos fios de SMA embebidos, e a área da viga compósita respectivamente. As propriedades do material compósito são identificadas pelo subscrito c .

A solução da Eq. (7) será obtida para as três diferentes condições de engastamento EE, EL e LL. Para a viga bi – engastada (condição EE) a deflexão e a declividade são nulas nas extremidades, ou seja:

$$y(x) = 0 \Big|_{x=0,L}, \quad (9a)$$

$$\frac{\partial y(x)}{\partial x} = 0 \Big|_{x=0,L} , \quad (9b)$$

assim, a solução geral da Eq. (9) é dada por:

$$y(x) = A \cosh(\beta_1 x) + B \sinh(\beta_1 x) + C \cosh(\beta_2 x) + D \sinh(\beta_2 x) . \quad (10)$$

A derivada primeira da Eq. (10) em relação a x é:

$$\frac{dy(x)}{dx} = -\beta_1 (A \sinh(\beta_1 x)) + B (\cosh(\beta_1 x)) - \beta_2 (C \sinh(\beta_2 x)) + \beta_2 (\cosh(\beta_2 x)) , \quad (11)$$

onde

$$\beta_1 = \sqrt{\frac{\sqrt{a^2 - 4b}}{2}} + \frac{a}{2} , \quad \beta_2 = \sqrt{\beta_1 - a} , \quad (12a)$$

$$a = -\frac{\sigma_R(\xi) N \pi d^2}{4 E_B I_B} , \quad b = -\frac{\rho_B A \omega^2}{E_B I_B} . \quad (12b)$$

Aplicando-se as condições de contorno (9) para $x = 0$ nas equações (10) e (11) obtém-se as seguintes expressões para as constantes A e B :

$$A = -C , \quad (13a)$$

$$B = -D \left(\frac{\beta_2}{\beta_1} \right) . \quad (13b)$$

Substituindo agora os valores de A e B nas equações (10) e (11) para $x = L$ obtém-se a seguinte relação:

$$2\beta_1 (1 - \cosh(\beta_1 L) \cos(\beta_2 L)) + \left(\frac{\beta_1^2}{\beta_2} - \beta_2 \right) (\sinh(\beta_1 L) \sinh(\beta_2 L)) = 0 . \quad (14)$$

Neste trabalho utilizou-se o Maple para se obter simbolicamente as raízes da Eq. (14) e uma expressão para a frequência natural da viga em função dos coeficientes dados nas Equações 12a e 12b, que é dada por:

$$\omega_n = \frac{(\beta L)^2}{L^2} \sqrt{\frac{E_B I_B}{\rho_B A}} , \quad (15)$$

Para a condição de engastamento LL tem-se que os deslocamento e momento fletor são nulos nas extremidades de viga, ou seja,

$$y(x) = 0 \Big|_{x=0,L} , \quad (16a)$$

$$\frac{\partial^2 y(x)}{\partial x^2} = 0 \Big|_{x=0,L} . \quad (16b)$$

Calculando a segunda derivada da Eq. (12) em relação a x , e aplicando o resultado na Eq. (16) obtém-se a seguinte expressão para a condição de engastamento LL:

$$\omega_n = \frac{(\lambda_n L)^2}{L^2} \sqrt{\frac{E_B I_B}{\rho_B A}} , \quad (17)$$

onde n representa os modos de vibração da viga.

Para a condição de engastamento EL o deslocamento e a declividade na extremidade fixa nulos. Já na extremidade livre o momento fletor e a força cortante são nulos. Matematicamente estas condições são dadas por:

$$\frac{\partial y(x)}{\partial x} = 0 \Big|_{x=0} , \quad (18a)$$

$$\frac{\partial^2 y(x)}{\partial x^2} = \frac{\partial^3 y(x)}{\partial x^3} \Big|_{x=L} = 0 . \quad (18b)$$

Calculando a terceira derivada da Eq. (10) e aplicando o resultado à Eq. (18) obtém a seguinte expressão para ω_n da viga na condição de engastamento EL:

$$\omega_n = \frac{(\lambda_n L)^2}{L^2} \sqrt{\frac{E_B I_B}{\rho_B A}} . \quad (19)$$

As frequências naturais da viga nas condições EL e LL são obtidas a partir dos resultados mostrados na Tabela 1 (Craig, 1981).

Tabela 1: Autovalores da equação transcendental (Craig, 1981).

Engastamento da Viga	Modos de Vibração	Autovalor
Engastada – livre	Primeiro modo ($n=1$)	$\lambda_1 L = 1.8751$
Bi – apoiada	Primeiro modo ($n=1$)	$\lambda_1 L = \pi$

Para a viga na condição CC (bi – engastada), o autovalor βL é determinado em função do número de fios e da tensão de recuperação apresentados pelos fios de SMA embebidos na viga. Finalmente, as equações (15), (17) e (19) podem ser usadas para calcular ω_n da viga, nas três condições consideradas e para qualquer número de fios de SMA.

A partir da solução da Eq. (7), determinam-se as expressões para o cálculo da frequência natural da viga para as diferentes condições de engastamento mostradas na Figura 1. Para as condições LL e LE, não se têm restrição do deslocamento da viga na direção horizontal, logo, a força de recuperação dos fios de SMA é nula. Na condição EE, restringe-se o deslocamento na direção horizontal devido ao engastamento da viga e isso produz uma tensão de recuperação imposta pelos materiais com memória de forma (efeito memória de forma), essa tensão imposta pelos fios influencia na frequência natural da viga e é representada pelo termo β que aparece na Eq. (15).

Na próxima seção serão apresentados os resultados obtidos para a viga compósita epóxi/fibras de vidro a uma fração volumétrica de 13% e com os fios de SMA embebidos na linha central da estrutura e para uma viga compósita com epóxi/fios de SMA. Para essas análises variou-se a fração volumétrica de SMA através do número de fios embebidos na viga.

3.RESULTADOS E DISCUSSÕES

A análise da frequência natural ω_n foi realizada com os fios de SMA em duas situações extremas: a uma temperatura inferior à temperatura final de formação da martensita (M_f), ou seja, na fase martensítica, e a uma temperatura superior à temperatura final de formação da austenita (A_f), ou seja, na fase austenítica. Para cada fase foram consideradas as três condições de engastamento (EE, EL, LL) e três vigas compósitas (Epóxi/Fibra de vidro, Epóxi/SMA). Para cada um destes casos variou-se a fração volumétrica de SMA através do número de fios. As dimensões da viga analisada são de 280x25x1,5mm. E o fio de SMA considerado é de NiTi com diâmetro de 0,5mm. A Tabela 2 apresenta as propriedades termomecânicas dos fios de NiTi, e a Tabela 3 as propriedades dos materiais compósitos.

Tabela 2: Propriedades termomecânicas dos fios de NiTi (Lau, 2002a).

Propriedade	Valor
Módulo elástico da martensita (E_m)	25 GPa
Módulo elástico da austenita (E_a)	50 GPa
Coefficiente de expansão térmica (θ)	0.55 MPa/°C ⁻¹
Densidade (ρ)	6450 Kg/m ³
M_f	25°C
M_s	40°C
A_f	55°C
A_s	48°C

Tabela 3: Propriedades dos materiais (Lau, 2002a; Mendonça, 2005).

Material	Propriedade	Valor
Epóxi	Módulo de Elasticidade (E)	3 GPa
Epóxi	Densidade (ρ)	1200Kg/m ³
Fibra de Vidro	Módulo de Elasticidade (E_f)	72 GPa
Fibra de Vidro	Densidade (ρ_f)	2540Kg/m ³
Fibra de Vidro	Coefficiente de Expansão termica (θ)	3.4x10 ⁻⁵ /°C

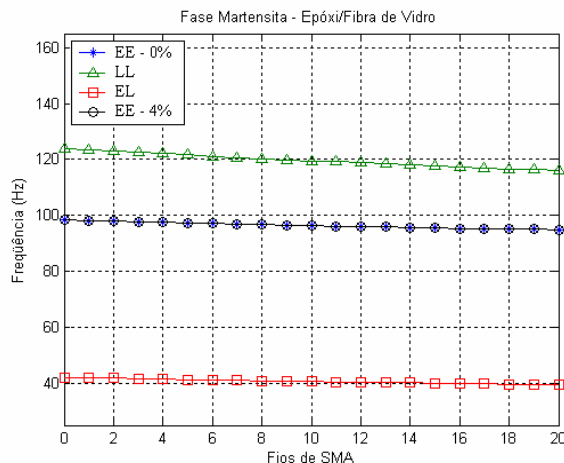


Figura 2a: Viga de epóxi/fibra de vidro com fios de SMA na fase martensita.

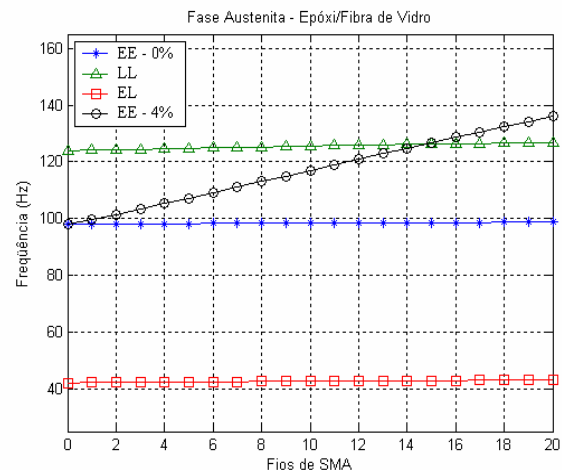


Figura 2b: Viga de epóxi/fibra de vidro com fios de SMA na fase austenita.

A Figura (2a) apresenta a evolução da frequência natural em função do número de fios, para cada um das condições de engastamento da viga compósita Epóxi/Fibra de vidro embebida com fios de SMA. Na fase martensita, nota-se que a frequência natural da viga sofre uma pequena redução para todas as condições. Isso se explica pelo aumento da densidade da viga que ocorre devido à combinação das densidades dos materiais envolvidos, fibra de vidro, epóxi e os fios de SMA. Essa alteração que ocorre com a densidade da viga supera a variação do módulo de elasticidade do material provocando um aumento no denominador da raiz das equações (15), (17) e (19), e consequentemente uma redução na frequência natural da viga compósita.

O comportamento observado na Figura (2b) é completamente o oposto que é observado na Figura (2a). Neste caso nota-se que para as condições (EE – 0%), EL e LL ocorre um ligeiro aumento da frequência natural com o número de fios de SMA. Este comportamento pode ser explicado pelo aumento do módulo de elasticidade da viga, em função dos fios de SMA estarem agora na fase austenítica, e possuírem aqui um módulo de elasticidade bem maior, Tabela 2. A contribuição desse aumento do módulo de elasticidade da viga sobrepõe ao aumento da densidade com o aumento do número de fios de SMA. Na condição (EE – 4%) observa-se um aumento bem mais acentuado da frequência natural com o número de fios. Este comportamento é explicado pelo aumento da tensão trativa atuante no material devido à força de recuperação dos fios de SMA geradas com o aquecimento.

Comparando as Figuras (2a) e (2b), pode-se perceber a influência do efeito memória de forma. No primeiro caso, com os fios de SMA na fase martensita a frequência natural da viga foi exatamente igual com os fios deformados (EE – 4%) e sem deformação (EE – 0%), já na fase austenita houve uma considerável variação dessa frequência. Isso se explica através do efeito memória de forma, o material tenta recuperar a sua forma original após ter sido aquecido, provocando um aumento na tensão de recuperação na viga, consequentemente na frequência natural Eq. (15).

A Figura (3a) apresenta a mesma evolução da frequência natural da viga em função do número de fios de SMA com as mesmas condições de engastamento, mas considerando-se apenas a combinação de epóxi com SMA. Para a fase martensítica, observa-se um comportamento semelhante àquele observado na Figura (2a), isso se explica pelo fato de que sem a fibra de vidro na viga compósita ocorre uma redução na densidade do material como um todo fazendo com que a contribuição do módulo de elasticidade supere a da densidade provando que a contribuição do módulo de elasticidade influencia significativamente na evolução da frequência natural da viga.

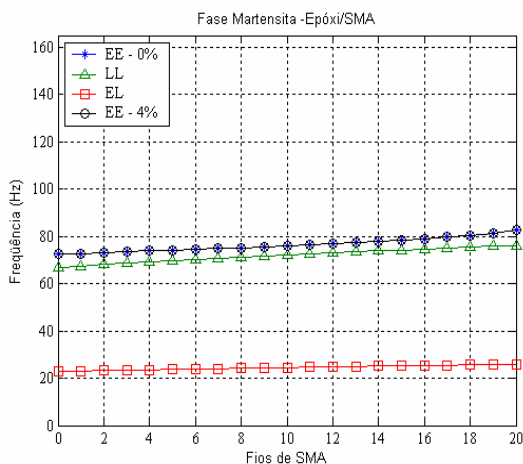


Figura 3a: Viga de epóxi/fios de SMA na fase martensita.

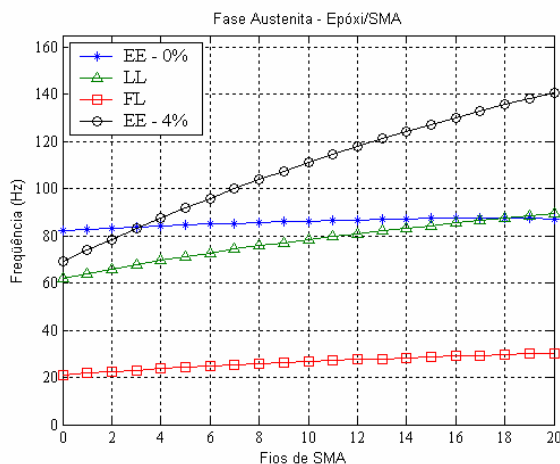


Figura 3b: Viga de epóxi/fios de SMA na fase austenita.

O comportamento observado na Figura (3b) é semelhante ao observado na Figura (3a), porém, para esse caso, nota-se um aumento mais significativo da frequência natural da viga, o que se explica pelo fato do módulo de elasticidade do material de SMA ser bem maior na fase austenítica do que na fase martensítica Tabela 2.

4. CONCLUSÃO

O presente trabalho apresentou um estudo numérico e teórico sobre a frequência natural de vigas compósitas com fios de SMA embebidos. Duas composições de viga foram consideradas: Epóxi/Fibra de vidro com fios de SMA, Epóxi/fios de SMA. A partir de um modelo matemático para SMA determinou-se a frequência natural para duas situações extremas: a uma temperatura na qual a estrutura dos fios de SMA eram completamente martensíticos, e a uma outra temperatura na qual os fios de SMA eram completamente austeníticos. Para ambos os casos foram consideradas três condições de engastamento da viga. Para o caso da viga de Epóxi/Fibra de vidro observou-se que a frequência natural diminui com o número de fios embebidos, já no austenítico ela aumenta, e apresenta um aumento mais acentuado no caso em que os fios de SMA estão pré-deformados. Em todos os casos é possível observar que com o aumento do número de fios de SMA na viga ocorre uma significativa influência na variação da frequência natural quando os materiais de SMA passam da fase martensita para austenita, e isso se dá pelo efeito memória de forma.

5. AGRADECIMENTOS

Os autores agradecem à CAPES e às Centrais Elétricas do Norte (Eletronorte) pelo apoio financeiro para o desenvolvimento deste trabalho.

6. REFERÊNCIAS

- Baz, A., Poh, S., Gilheany, J., 1993, "A multi-mode distributed sensor for vibrating beams", *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 165:3, pp. 481-495.
- Brinson, L. C., 1993, "One-Dimensional Constitutive Behavior of Shape Memory Alloys: Thermomechanical Derivation with Non-Constant Material Functions and Redefined Martensite Internal Variable", *Journal of Intelligent Material Systems and Structures*, Vol. 4, pp. 229-242.
- Chandra R., 2001, "Active shape control of composite blades using shape memory actuation", *Smart Mater Struct*, Vol. 10, pp.1018 – 1024.
- Choi, S.B., Hwang, J. H., 2000, "Structural vibration control using shape memory actuators", *Journal of Sound and Vibration*, v.231, n,4, pp. 1168-1174.
- Craig, Jr, "Structural Dynamics, An Introduction to Computer Methods". New York, John Wiley & Sons, inc. 2st, edition, 1981.
- Da Silva, E. P., Mesquita, A. L. A. 2000, "Aplicação de Ligas com Memória de Forma para controle de vibração em uma viga flexível", *Anais do Congresso Nacional de Engenharia Mecânica*. Natal, RN, CD-ROM.
- Gandhi, M. V., Thonson, B. S., 1994, "Smart Materials and Structures", Ed. Chapman & Hall, London, 309p.
- Gotthardt, R., Bidaux, J. R., 1998, "Functional Materials Based On Polymer Matrix Composites With Embedded Shape Memory Alloy Fibers", TMS Publications, pp. 157-166.
- Janoch, H., 1999, "Adaptronic and Smart Structures - Basics, Material, Design and Applications", Ed. Springer-Verlag, Berlin, 438p.
- Jia, J., Rogers, C. A., 1989, "Formulation of a mechanical model for composites with embedded SMA actuators", *Failure prevention and reliability - Proceedings of the Eighth Biennial Conference*, Montreal, Canada, pp. 203-210.

- Lau, K., Zhon, L., Tao, X., 2002a, “Control of natural frequencies of a clamped clamped composite beam with embedded shape memory alloy wires”, *Composite Structures*, Vol. 58, pp. 39-47.
- Lau, K., 2002b, “Vibration characteristics of SMA composite beams with different boundary conditions”, *Materials & Design*, Vol. 23, pp. 741-749.
- Liang C, Rogers C.A., 1997, “One dimensional thermo-mechanical constitutive relations for shape memory materials”, *J Int Mater Sys Struct*, Vol. 8, pp. 285–302.
- Mendonça, P. T. R., 2005, “Materiais Compostos & Estruturas-Sanduiche: Projeto e Análise”, Ed. Manole, Barueri, São Paulo, Brasil, 586p.
- Nagaya, K., Takeda, S., Tsukui, Y., Kumaido, T., 1987, “Active control method for passing through critical speeds of rotating shafts by changing stiffness of the supports with use of memory materials”, *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 113(2), pp. 307-315.
- Oh, J. T., Park, H. C., Hwang, W., 2001, “Active shape control of a double-plate structures using piezoceramics and SMA wires”, *Smart Mater. Struct.*, Vol. 10, pp. 1100-1106
- Saadat, S., Noori, M., Davoodi, H., Suzuki, Y., Masuda, A., 2001, “Using NiTi SMA tendons for vibration control of coastal structures”, *Smart Mater. Struct.*, Vol. 10, pp. 695-704.
- Sanders, B., Cowan, D., Scherer, L., 2004, “Aerodynamic Performance of the Smart Wing Control Effectors”, *Journal of Intelligent Material Systems and Structures*, Vol. 15, No. 4, pp.293-303.
- Shahin, A.R., Meckl, P. H., Jones, J. D., 1997, "Modeling of SMA tendons for active control of structures", *Journal of Intelligent Material Systems and Structures*, Vol. 8, No. 1, pp. 51-70.
- Srinivasan, A. V., Mc Farland, D. M., 2001, “Smart Structures, Analysis and Design”, Ed. Cambridge University Press, 228p.
- Zak, A.J., Cartmell, M. P., Ostachowicz, W. M., 2003, “Dynamics and control of a rotor using an integrated SMA/Composite active bearing actuator”, *Key Engineering Materials*, Vols. 245-246, pp. 233-240.
- Willians, K., Chiu, G., Bernhard, R., 2002, “Adaptive-passive absorbers using shape-memory alloys”, *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 249, No. 5, pp. 835-848.

7. DIREITOS AUTORAIS

Os autores são os únicos responsáveis pelo conteúdo do material impresso incluído neste trabalho.

NATURAL FREQUENCY OF COMPOSITE BEAMS WITH EMBEDDED SMA WIRES

Vailton Alves de Faria

Universidade de Brasília, Campus Darcy Ribeiro, Brasília, DF.
vailtonalves@unb.br

Edson Paulo da Silva

dasilva@unb.br

Abstract. *This work presents a theoretical and numeric study of natural frequency of composite beams embedded with shape memory wires. The study is developed considering three different matrix/reinforcement combinations. For each combination the influence of the volume fraction of shape memory wires is analyzed under different boundary conditions. The results illustrate how shape memory wires can be applied to influence the natural frequency of composite structures.*

Keywords. *Composite materials, shape memory alloys, control of vibration, natural frequency.*