

IDENTIFICAÇÃO DE SISTEMAS VIA FUNÇÕES ORTOGONAIS: MODELOS DE SEGUNDA ORDEM VERSUS REALIZAÇÃO NO ESPAÇO DE ESTADOS

Clayton Rodrigo Marqui¹
clayton_rm@dem.feis.unesp.br

Douglas Domingues Bueno¹
ddbueno@dem.feis.unesp.br

Gregory Bregion Daniel²
gbdaniel@fem.unicamp.br

Tobias Souza Morais³
tsmorais@mecanica.ufu.br

Gilberto Pechoto de Melo¹
gilberto@dem.feis.unesp.br

Vicente Lopes Júnior¹
vicente@dem.feis.unesp.br

¹Departamento de Engenharia Mecânica – GMSINT – Grupo de Materiais e Sistemas Inteligentes
Faculdade de Engenharia de Ilha Solteira – UNESP, Av. Brasil n.º 56, centro, CEP 15385-000

²Faculdade de Engenharia Mecânica – Unicamp, Campinas, Rua Mendeleiev, s/n, Cidade Universitária, CEP 13083-970

³Faculdade de Engenharia Mecânica – Universidade Federal de Uberlândia – UFU, Av. João Naves de Ávila - Campus
Sta Mônica, bloco 1M, CEP 38400-902

Resumo: Para aplicações de monitoramento da integridade estrutural e no projeto de sistemas de controle ativo de vibrações, grande parte das metodologias se baseiam em modelos matemáticos. Geralmente estes modelos são equações diferenciais de segunda ordem ou modelos no espaço de estados em diferentes tipos de coordenadas. Durante os últimos anos, vários métodos têm sido propostos para resolver problemas de identificação, embora nenhum deles possa ser considerado como sendo universalmente adequado a todas as situações. Todas as metodologias buscam fornecer expressões matemáticas que representem o problema físico em análise. Nas técnicas de identificação via funções ortogonais se procura determinar os valores desconhecidos pela manipulação dos sinais de entrada (excitação) e de saída (resposta) do sistema. Este trabalho apresenta uma aplicação do uso de funções ortogonais para identificação de modelos no espaço de estados e compara os resultados com a metodologia tradicional, que identifica os parâmetros de equações de segunda ordem. Os resultados são avaliados para as funções de Legendre e Chebyshev.

Palavras-chave: funções ortogonais, identificação de sistemas, espaço de estados, funções de Legendre e de Chebyshev.

1. INTRODUÇÃO

Séries de funções ortogonais são freqüentemente utilizadas para identificação de sistemas, principalmente em projetos de sistemas de controladores (Bueno et al., 2006) e monitoramento da integridade estrutural (Fernandes et al., 2006). Séries de funções ortogonais, também, são utilizadas para identificação de sistemas não lineares (Pacheco e Steffen, 2004) e na análise da sensibilidade da identificação de parâmetros em sistemas dinâmicos representados por equações de segunda ordem (Pacheco e Steffen, 2002).

A idéia principal do uso de funções ortogonais é baseada na utilização das propriedades de integração e derivação das bases vetoriais que envolvem as matrizes operacionais de integração e derivação, respectivamente. Na literatura são apresentadas diversas séries de funções ortogonais e se destacam as séries de Fourier, Legendre, Laguerre, Hermite, Chebyshev, Jacobi, entre outras. Steffen e Rade (1991) apresentaram a identificação de um sistema de N graus de liberdade utilizando séries de Fourier. Esta técnica foi experimentalmente testada, como relatado por Melo e Steffen (1993). Funções ortogonais também são utilizadas para a identificação de parâmetros de circuitos e na redução de modelos de sistemas discretos (Hwang e Shih, 1984).

Em geral, as técnicas de identificação de parâmetros estruturais envolvem equações diferenciais de segunda ordem e exigem o conhecimento das saídas e das entradas (Daniel et al., 2005). Esta metodologia tradicional permite a conversão de um conjunto de equações diferenciais em um conjunto de equações algébricas que são então resolvidas para a obtenção dos parâmetros desconhecidos. Neste contexto, este trabalho apresenta uma nova proposta de utilização de funções ortogonais aplicadas à identificação das equações no espaço de estados. O conhecimento do vetor de estados ou de sua derivada é necessário, ainda, é possível identificar as condições iniciais. Apenas um sinal de entrada é exigido, enquanto na metodologia tradicional são necessárias forças de entrada em todos os graus de liberdade do sistema.

2. MODELO DINÂMICO ESTRUTURAL

Alguns sistemas mecânicos podem ser representados com considerável eficiência por modelos dinâmicos lineares e de segunda ordem. Em geral, estes modelos são obtidos pelo princípio de Hamilton ou das equações de Lagrange e representados por equações diferenciais parciais, que geralmente, descrevem o movimento em coordenadas generalizadas dependentes de variáveis espaciais em função do tempo. Para um sistema com “n” graus de liberdade, tem-se

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{q}}(t) + \mathbf{D}\dot{\mathbf{q}}(t) + \mathbf{K}\mathbf{q}(t) = \mathbf{B}_0\mathbf{u}(t) \quad (1)$$

onde $\mathbf{M}$ é a matriz de massa, $\mathbf{D}$ é a matriz de amortecimento, $\mathbf{K}$ é a matriz de rigidez, $\mathbf{B}_0$ é a matriz de posição da entrada, $\mathbf{u}(t)$ é a força de entrada e $\mathbf{q}(t)$ é o vetor deslocamento.

Este modelo analítico pode ser escrito na forma de espaço de estados através da equação (Ogata, 1997)

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{x}}(t) &= \mathbf{A}\mathbf{x}(t) + \mathbf{B}\mathbf{u}(t) \\ \mathbf{y}(t) &= \mathbf{C}\mathbf{x}(t) \end{aligned} \quad (2)$$

sendo as matrizes $\mathbf{A}$, $\mathbf{B}$ e $\mathbf{C}$, em coordenadas físicas, definidas pela Equação (3)

$$\begin{aligned}
\mathbf{A} &= \begin{bmatrix} \mathbf{0} & \mathbf{I} \\ -\mathbf{M}^{-1}\mathbf{K} & -\mathbf{M}^{-1}\mathbf{D} \end{bmatrix} \\
\mathbf{B} &= \begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ -\mathbf{M}^{-1}\mathbf{B}_o \end{bmatrix} \\
\mathbf{C} &= [\mathbf{C}_{oq} \quad \mathbf{C}_{ov}]
\end{aligned} \tag{3}$$

onde $\mathbf{A}_{(2n \times 2n)}$ é a matriz dinâmica do sistema, $\mathbf{B}_{(2n \times i)}$ é a matriz de entrada (“i” é o número de entradas do sistema), $\mathbf{C}_{oq(o \times n)}$ e $\mathbf{C}_{ov(o \times n)}$ as matrizes de saída de deslocamento e velocidade, respectivamente (“o” é o número de sensores que estão sendo utilizados).

2.1 Funções Ortogonais

Seja um conjunto de funções reais $\phi_k(t)$, $k = 1, 2, 3, \dots$ definido no intervalo $[a, b] \in \mathfrak{R}$. Tal conjunto é dito ortogonal neste intervalo se (Spiegel, 1976)

$$\int_a^b \phi_m(t) \phi_n(t) dt = k \tag{4}$$

onde k é uma constante igual a zero se $m \neq n$ e diferente de zero se $m = n$.

O conjunto de funções $\phi_k(t)$ é dito ortonormal se for válida a relação:

$$\int_a^b \phi_m(t) \phi_n(t) dt = \delta_{mn} \tag{5}$$

onde δ_{mn} , denominado delta de Kronecker, é definido como zero se $m \neq n$ ou a unidade se $m = n$ e $\phi_k(t)$ é o conjunto de funções ortonormais.

Um conjunto finito de funções ortonormais possui a seguinte propriedade em relação à sua integração sucessiva no intervalo $[0, t]$

$$\int_0^t \underbrace{\dots}_{n \text{ vezes}} \int_0^t \phi_m(\tau) d\tau \equiv \mathbf{P}^n \phi(t) \tag{6}$$

onde $\phi_m(t) = [\phi_0(t) \ \phi_1(t) \ \dots \ \phi_r(t)]$ o conjunto finito da série ortogonal e $\mathbf{P}$ é uma matriz quadrada de ordem r com elementos constantes denominada matriz operacional de integração.

3. METODOLOGIA DE IDENTIFICAÇÃO

3.1 Modelos Dinâmicos de Segunda Ordem

No caso em que o sistema está sujeito a forças de excitação, é possível identificar as matrizes dos parâmetros estruturais, permitindo a geração do modelo espacial do sistema. A equação de movimento do sistema mecânico de N graus de liberdade sujeito à excitação é mostrada na Equação (1). Medindo os sinais de deslocamentos e realizando em tal equação uma integração no tempo duas vezes, em um intervalo $[0, t]$ se obtém

$$\mathbf{M}(\mathbf{q}(t) - \mathbf{q}(0) - \dot{\mathbf{q}}(0)t) + \mathbf{D} \left(\int_0^t \mathbf{q}(\tau) d\tau - \mathbf{q}(0)t \right) + \mathbf{K} \int_0^t \int_0^t \mathbf{q}(\tau) d\tau^2 = \int_0^t \int_0^t \mathbf{F}(\tau) d\tau^2 \quad (7)$$

Os sinais $\mathbf{q}(t)$ e $\mathbf{F}(t) = \mathbf{B}_0 \mathbf{u}(t)$ são expandidos em séries de funções ortogonais truncadas com r termos:

$$\begin{aligned} \mathbf{q}(t) &= \mathbf{Q}_{(1,r)} \phi(t)_{(r,1)} \\ \mathbf{F}(t) &= \mathbf{F}'_{(1,r)} \phi(t)_{(r,1)} \end{aligned} \quad (8a,b)$$

onde $\mathbf{F}'$ e $\mathbf{Q}$ são os vetores dos coeficientes da série ortogonal utilizada.

Substituindo as Equações (8a,b) na Equação (7) se obtém

$$\mathbf{M}(\mathbf{Q}\phi(t) - \mathbf{q}(0) - \dot{\mathbf{q}}(0)t) + \mathbf{D} \left(\int_0^t \mathbf{Q}\phi(\tau) d\tau - \mathbf{q}(0)t \right) + \mathbf{K} \int_0^t \int_0^t \mathbf{Q}\phi(\tau) d\tau^2 = \int_0^t \int_0^t \mathbf{F}'\phi(\tau) d\tau^2 \quad (9)$$

Substituindo $t = \mathbf{e}^T \mathbf{P} \phi(t)$, onde $\mathbf{e}$ é um vetor constante de dimensão $r \times 1$, na Equação (9) e aplicando a propriedade para a integração da base ortogonal e igualando os coeficientes de $\phi(t)$, resulta a Equação (10). O vetor $\mathbf{e}$ depende da série ortogonal utilizada e para séries Fourier, Legendre, Jacobi, Walsh e Chebyshev sua forma é $\mathbf{e}^T = [1 \ 0 \ \dots \ 0]$. Para funções de Block-Pulse $\mathbf{e}^T = [1 \ 1 \ \dots \ 1]$.

$$\left\{ \mathbf{M} \quad -\mathbf{M}\mathbf{q}(0) \quad [-\mathbf{M}\dot{\mathbf{q}}(0) \quad -\mathbf{D}\mathbf{q}(0)] \quad \mathbf{D} \quad \mathbf{K} \right\} \begin{bmatrix} \mathbf{Q} \\ \mathbf{e}^T \\ \mathbf{e}^T \mathbf{P} \\ \mathbf{Q}\mathbf{P} \\ \mathbf{Q}\mathbf{P}^2 \end{bmatrix} = \mathbf{F}' \mathbf{P}^2 \quad (10)$$

Fazendo:

$$\mathbf{H} = \left\{ \mathbf{M} \quad -\mathbf{M}\mathbf{q}(0) \quad [-\mathbf{M}\dot{\mathbf{q}}(0) \quad -\mathbf{D}\mathbf{q}(0)] \quad \mathbf{D} \quad \mathbf{K} \right\} \quad (11)$$

$$\mathbf{J} = \begin{bmatrix} \mathbf{Q} & \mathbf{e}^T & \mathbf{e}^T \mathbf{P} & \mathbf{Q}\mathbf{P} & \mathbf{Q}\mathbf{P}^2 \end{bmatrix}^T \quad (12)$$

$$\mathbf{E} = \mathbf{F}' \mathbf{P}^2 \quad (13)$$

A Equação (10) pode ser escrita da seguinte forma

$$\mathbf{H}\mathbf{J} = \mathbf{E} \quad (14)$$

Calculando $\mathbf{H}$ na Equação (14) são obtidos os parâmetros desconhecidos $\mathbf{M}$, $\mathbf{D}$ e $\mathbf{K}$, além das condições iniciais do sistema.

3.2 Realização no Espaço de Estados

Principalmente para o projeto de controladores, em geral, é necessário representar a estrutura em análise por um modelo no espaço de estados. Esta formulação é apresentada na literatura em diferentes tipos de coordenadas, como físicas, modais e balanceadas. Esta formulação permite, por exemplo, a aplicação de técnicas de redução de modelos, que apresentam vantagens e desvantagens que não serão evidenciadas aqui, porém são facilmente encontradas na literatura (Gawronski, 1998). Neste contexto, surge a necessidade da utilização de metodologias de identificação destes modelos. Considerando uma realização no espaço de estados, como mostra a Equação (2), e conhecendo os vetores de estados e a força de entrada, é possível integrar no tempo em um intervalo de $[0,1]$ e obter o seguinte resultado:

$$\begin{aligned} \int_0^t \dot{\mathbf{x}}(t)dt &= \int_0^t \mathbf{A}\mathbf{x}(t)dt + \int_0^t \mathbf{B}\mathbf{u}(t)dt \\ \mathbf{x}(t) - \mathbf{x}(0) &= \mathbf{A} \int_0^t \mathbf{x}(t)dt + \mathbf{B} \int_0^t \mathbf{u}(t)dt \end{aligned} \quad (15)$$

Similarmente a Equação (8) é possível utilizar uma expansão em termos de séries de polinômios ortogonais:

$$\begin{aligned} \mathbf{x}(t) &\cong \mathbf{X}_{(2n \times r)} \boldsymbol{\phi}(t)_{(r \times 1)} \\ \mathbf{u}(t) &\cong \mathbf{U}_{(i \times r)} \boldsymbol{\phi}(t)_{(r \times 1)} \end{aligned} \quad (16)$$

onde $\mathbf{X}$ e $\mathbf{U}$ são vetores contendo os coeficientes de expansão. Substituindo na equação (15), obtém-se:

$$\mathbf{X}\boldsymbol{\phi}(t) - \mathbf{x}(0) = \mathbf{A} \int_0^t \mathbf{X}\boldsymbol{\phi}(\tau)d\tau + \mathbf{B} \int_0^t \mathbf{U}\boldsymbol{\phi}(\tau)d\tau \quad (17)$$

Ainda, usando $\mathbf{1} = \mathbf{e}^T \boldsymbol{\phi}(t)$ e a propriedade de integração da base vetorial, obtém-se:

$$\begin{aligned} \mathbf{X}\boldsymbol{\phi}(t) - \mathbf{x}(0)\mathbf{e}^T \boldsymbol{\phi}(t) &= \mathbf{A}\mathbf{X} \int_0^t \boldsymbol{\phi}(\tau)d\tau + \mathbf{B}\mathbf{U} \int_0^t \boldsymbol{\phi}(\tau)d\tau \\ \mathbf{X}\boldsymbol{\phi}(t) - \mathbf{x}(0)\mathbf{e}^T \boldsymbol{\phi}(t) &= \mathbf{A}\mathbf{X}\mathbf{P}\boldsymbol{\phi}(t) + \mathbf{B}\mathbf{U}\mathbf{P}\boldsymbol{\phi}(t) \end{aligned} \quad (18)$$

Eliminando a base vetorial e agrupando de maneira conveniente, similarmente ao mostrado na Equação (10), tem-se que:

$$\begin{aligned} \mathbf{X} - \mathbf{x}(0)\mathbf{e}^T &= \mathbf{A}\mathbf{X}\mathbf{P} + \mathbf{B}\mathbf{U}\mathbf{P} \\ \left[\mathbf{A} \quad \mathbf{B} \quad \mathbf{x}(0) \right] \left\{ \begin{array}{c} \mathbf{X}\mathbf{P} \\ \mathbf{U}\mathbf{P} \\ \mathbf{e}^T \end{array} \right\} &= \mathbf{X} \\ \mathbf{H}_{ss}\mathbf{J}_{ss} &= \mathbf{E}_{ss} \end{aligned} \quad (19)$$

onde o sub-índice ss significa espaço de estados, do inglês *state space*. Observe que com esta formulação as matrizes de massa, rigidez e amortecimento não estão explícitas. No entanto, se encontra um modelo representativo que pode ser utilizado principalmente em aplicações de projetos de controladores, já que permite a mudança para uma base canônica e então o desacoplamento das equações para cada modo de vibrar. Ainda, é possível obter o vetor de estados nas condições iniciais.

Neste trabalho a metodologia descrita foi aplicada utilizando as funções ortogonais de Legendre e de Chebyshev mostradas nas Tabelas 1 e 2, respectivamente. Outras funções também são comumente utilizadas em trabalhos de identificação de sistemas, entre elas se destacam, as funções de Fourier, Laguerre, Hermite e Jacobi.

Tabela 1: Base Vetorial e Matriz Operacional da função ortogonal de Legendre

Fórmula recursiva no intervalo $t \in [0, t_f]$	Matriz operacional de integração
$(n+1)\phi_{n+1}(t) = (2n+1)\left(\frac{2t}{t_f} - 1\right)\phi_n(t) - n\phi_{n-1}(t)$ $\phi_0(t) = 1$ $\phi_1(t) = 2t/t_f - 1$ $n = 1, 2, 3, \dots, r-1$	$\mathbf{P} = \frac{t_f}{2} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ -\frac{1}{3} & 0 & \frac{1}{3} & 0 & \dots & 0 \\ 0 & -\frac{1}{5} & 0 & \frac{1}{5} & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \ddots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & \frac{-1}{2r-3} & 0 & \frac{1}{2r-3} \\ 0 & 0 & \dots & 0 & \frac{-1}{2r-1} & 0 \end{bmatrix}$

Tabela 2: Base Vetorial e Matriz Operacional da Função Ortogonal de Chebyshev

Fórmula recursiva no intervalo $t \in [0, t_f]$	Matriz operacional de integração
$\phi_{i+1}(t) = 2\left(\frac{2t}{t_f} - 1\right)\phi_i(t) - \phi_{i-1}(t)$ $\phi_0(t) = 1$ $\phi_1(t) = \frac{2t}{t_f} - 1$ $i = 1, 2, \dots, r-1$	$\mathbf{P} = \frac{t_f}{2} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ -\frac{1}{3} & 0 & \frac{1}{3} & 0 & \dots & 0 \\ 0 & -\frac{1}{5} & 0 & \frac{1}{5} & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \ddots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & \frac{-1}{2r-3} & 0 & \frac{1}{2r-3} \\ 0 & 0 & \dots & 0 & \frac{-1}{2r-1} & 0 \end{bmatrix}$

4. APLICAÇÃO DA METODOLOGIA

A metodologia apresentada foi aplicada em um sistema massa-mola-amortecedor com três graus de liberdade (GL), Figura 1. O modelo dinâmico de segunda ordem linear foi obtido utilizando a segunda Lei de Newton. Os valores de massa, rigidez e amortecimento foram considerados iguais a $m = 20$ kg, $k = 1000$ N/m e $c = 0,4$ Ns/m, respectivamente. Para a identificação do modelo no espaço de estados, como mostra a Equação (19), foram consideradas condições iniciais nulas ($\mathbf{x}(0) = \mathbf{0}$) e uma força de entrada senoidal, com frequência de 8 Hz, na massa onde está localizado o sensor 1. Para resolução do problema tradicional também foram consideradas condições iniciais nulas e utilizadas forças de entradas (senos) nas três massas com frequências de 8 Hz, 15 Hz e 30 Hz, respectivamente.

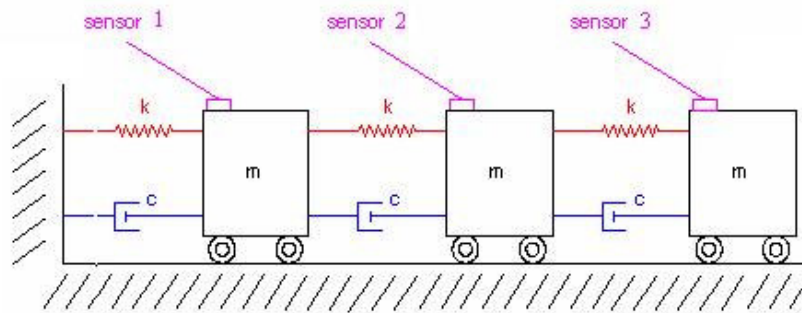


Figura 1: Sistema com 3GL utilizado.

Na identificação do sistema utilizando o polinômio de Chebyshev e a realização no espaço de estados, foram considerados quarenta termos ($r = 40$) para expansão dos sinais de entrada e saída. A Figura 2 mostra a resposta ao impulso e a função de resposta em frequência dos sistemas real e identificado. A Tabela 3 mostra os resultados obtidos para as frequências naturais e fatores de amortecimento dos sistemas real e identificado.

Este mesmo sistema foi identificado utilizando o polinômio de Chebyshev e o modelo de segunda ordem. Neste caso foram considerados cento e vinte termos ($r = 120$) para expansão dos sinais de entrada e saída. A Figura 3 mostra a resposta ao impulso e a função de resposta em frequência dos sistemas real e identificado. A Tabela 4 mostra os resultados obtidos para as frequências naturais e fatores de amortecimento dos sistemas real e identificado.

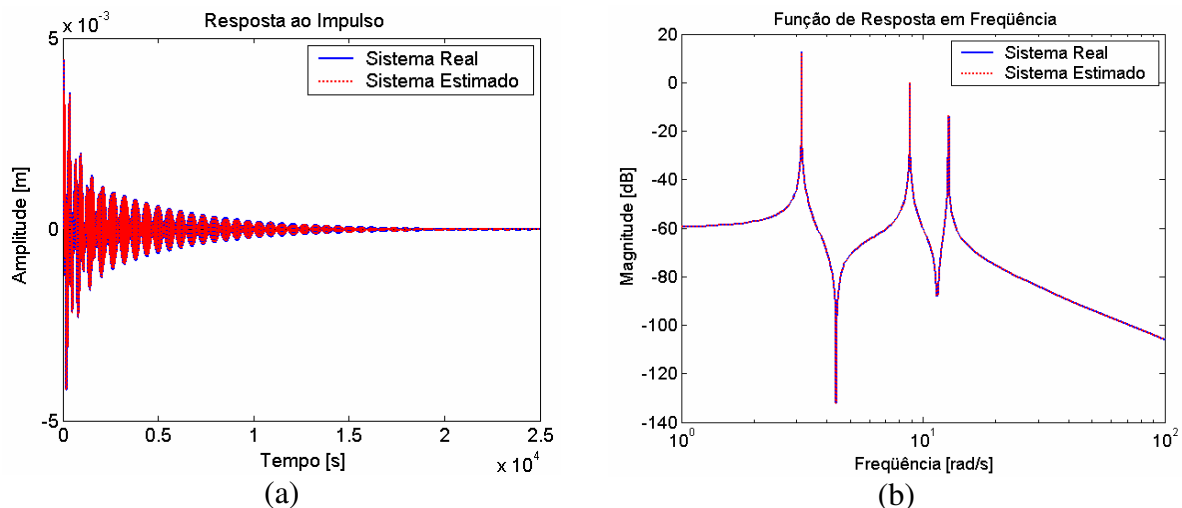


Figura 2: Resposta ao Impulso (a) e FRF (b) do sistema real e identificado por Chebyshev utilizando a realização no espaço de estados.

Tabela 3: Frequências naturais e fatores de amortecimento reais e identificados por Chebyshev utilizando a realização no espaço de estados

Modo	Frequências Naturais [Hz]		Fatores de amortecimento ($\times 10^{-3}$)	
	Sist. real	Sist. Estimado	Sist. real	Sist. Estimado
1°	0.50084	0.50085	0.06294	0.06283
2°	1.40334	1.40334	0.17635	0.17631
3°	2.02789	2.02789	0.25483	0.25484

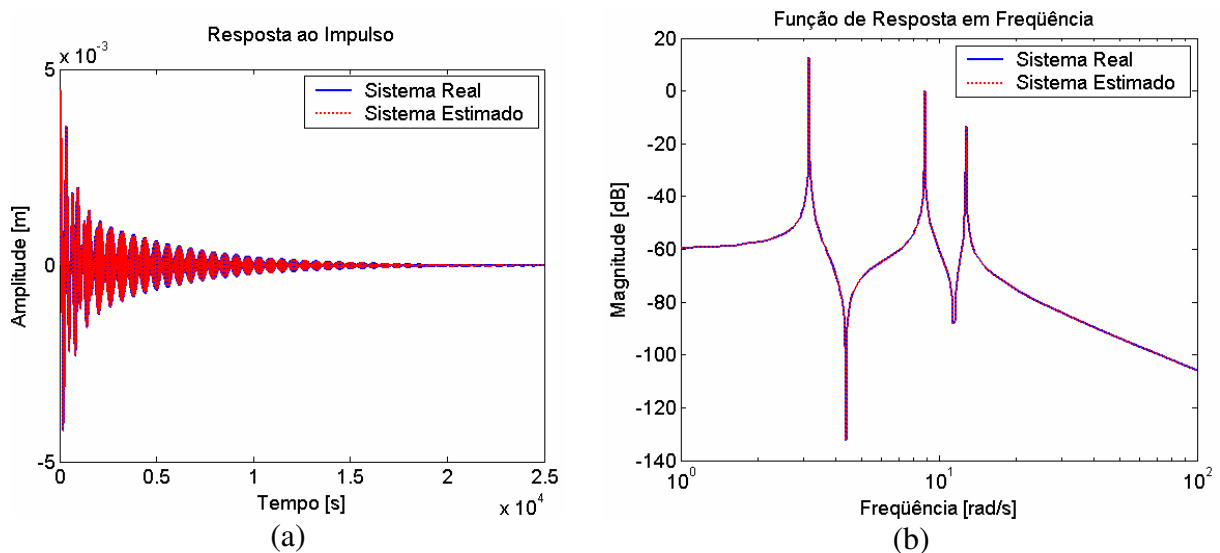


Figura 3: Resposta ao Impulso (a) e FRF (b) do sistema real e identificado por Chebyshev utilizando o modelo de segunda ordem.

Tabela 4: Frequências naturais e fatores de amortecimento reais e identificados por Chebyshev utilizando o modelo de segunda ordem

Modo	Frequências Naturais [Hz]		Fatores de amortecimento ($\times 10^{-3}$)	
	Sist. real	Sist. Estimado	Sist. real	Sist. Estimado
1°	0.50085	0.50085	0.06294	0.06303
2°	1.40334	1.40334	0.17635	0.17633
3°	2.02789	2.02789	0.25483	0.25484

Na identificação do sistema utilizando o polinômio de Legendre e a realização no espaço de estados, foram considerados quarenta termos ($r = 40$) para expansão dos sinais de entrada e saída. A Figura 4 mostra a resposta ao impulso e a função de resposta em frequência dos sistemas real e identificado. A Tabela 5 mostra os resultados obtidos para as frequências naturais e fatores de amortecimento dos sistemas real e identificado.

Este mesmo sistema foi identificado utilizando o polinômio de Legendre e o modelo de segunda ordem. Neste caso foram considerados cento e vinte termos ($r = 120$) para expansão dos sinais de entrada e saída. A Figura 5 mostra a resposta ao impulso e a função de resposta em frequência dos sistemas real e identificado. A Tabela 6 mostra os resultados obtidos para as frequências naturais e fatores de amortecimento dos sistemas real e identificado.

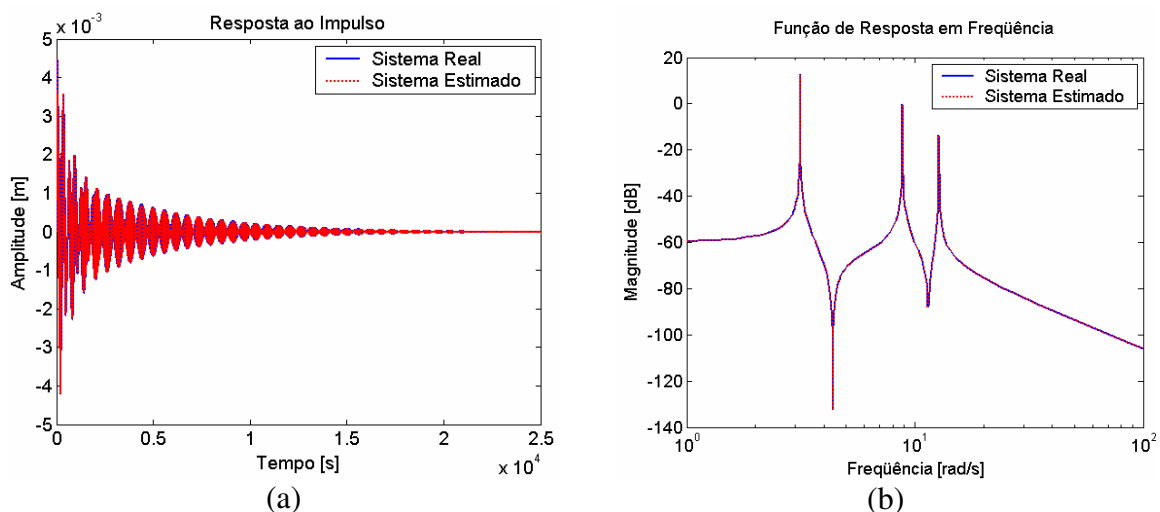


Figura 4: Resposta ao Impulso (a) e FRF (b) do sistema real e identificado por Legendre utilizando a realização no espaço de estados.

Tabela 5: Frequências naturais e fatores de amortecimento reais e identificados por Legendre utilizando a realização no espaço de estados

Modo	Frequências Naturais [Hz]		Fatores de amortecimento ($\times 10^{-3}$)	
	Sist. real	Sist. Estimado	Sist. real	Sist. Estimado
1°	0.50085	0.50085	0.06294	0.06285
2°	1.40334	1.40334	0.17635	0.17632
3°	2.02789	2.02789	0.25483	0.25485

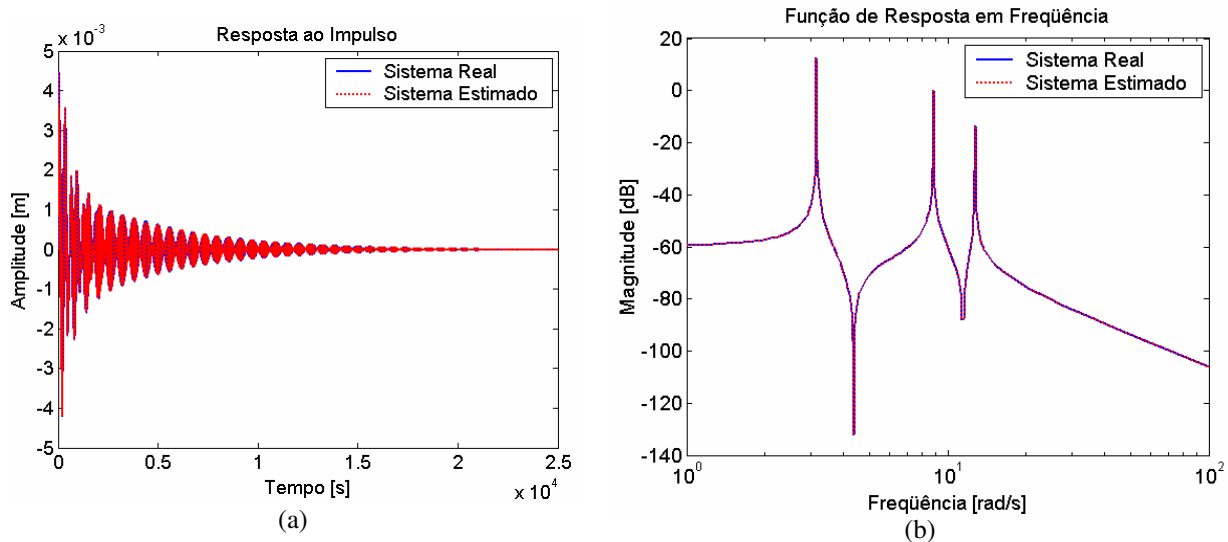


Figura 5: Resposta ao Impulso (a) e FRF (b) do sistema real e identificado por Legendre utilizando o modelo de segunda ordem.

Tabela 6: Frequências naturais e fatores de amortecimento reais e identificados por Legendre utilizando o modelo de segunda ordem.

Modo	Frequências Naturais [Hz]		Fatores de amortecimento ($\times 10^{-3}$)	
	Sist. real	Sist. Estimado	Sist. real	Sist. Estimado
1°	0.50085	0.50085	0.06294	0.06360
2°	1.40334	1.40334	0.17635	0.17617
3°	2.02789	2.02789	0.25483	0.25485

Utilizando a metodologia de identificação das matrizes no espaço de estados é possível se verificar que o número de termos de expansão para o truncamento das séries ortogonais é menor ao ser comparado com a formulação tradicional de identificação de parâmetros. O critério para a escolha do número de termos de expansão das séries de cada polinômio foi a partir do cálculo da RMS da diferença entre as respostas ao impulso dos sistemas real e identificado, satisfazendo a condição de ser da ordem de 10^{-5} .

5. CONSIDERAÇÕES FINAIS

Este trabalho apresentou a identificação de modelos no espaço de estados utilizando funções ortogonais. Séries de funções ortogonais são amplamente conhecidas na literatura e contando com expressivas contribuições de pesquisadores brasileiros. São destaques aplicações em sistemas não lineares, análise da sensibilidade da identificação, identificação de parâmetros para detecção de falhas e projeto de controle de vibrações, além da identificação de parâmetros de circuitos elétricos.

As aplicações tradicionais da metodologia de funções ortogonais envolvem o conhecimento dos sinais de deslocamento (ou velocidade ou aceleração), e ainda, das forças de entrada que necessariamente devem existir em todos os graus de liberdade (GL) do sistema em análise. Para aplicações práticas de engenharia esta metodologia se limita a estruturas que podem ser discretizadas por poucos GL. Para uma estrutura de N GL o número de canais para aquisição dos sinais deve ser $2N$ (N canais para as respostas e N para as forças de excitação).

A proposta atual, que identifica modelos no espaço de estados utilizando séries de funções ortogonais, exige apenas uma força de excitação no sistema, uma vez que não ocorre o problema de ordem matricial na multiplicação de $\mathbf{E}_{ss}$ pela inversa de $\mathbf{J}_{ss}$ (Equação 19). No entanto, o número de canais de aquisição de sinais para aplicações práticas é $(2N+1)$ para uma estrutura de N GL. Note que $2N$ canais são necessários para a aquisição do vetor de estados (ou sua derivada) e 1 canal para a aquisição da força de entrada.

Uma notável vantagem desta proposta é em relação ao número de sensores necessários. Na formulação tradicional (que utiliza as equações de segunda ordem) são necessários N sensores para aquisição das saídas e N sensores para aquisição das forças. Na atual proposta são necessários 1 sensor para a força de entrada e N sensores para aquisição das saídas. É possível, por exemplo, se utilizar acelerômetros e enviar cada sinal para dois canais de aquisição, passando por adequados circuitos integradores, obtendo assim deslocamentos e velocidades (para conhecer o vetor de estados), ou até mesmo velocidades e acelerações (para conhecer a derivada do vetor de estados). Assim, são desnecessários $(N-1)$ sensores, o que certamente favorece a utilização da metodologia sobre o ponto de vista de instrumentação e também financeiro.

6. AGRADECIMENTOS

Os autores agradecem o suporte financeiro da FAPESP – Fundação de Amparo a Pesquisa do Estado de São Paulo.

7. REFERÊNCIAS

- Bueno, D. D., Fernandes, F. V., Marqui, C. R., Melo, G. P. e Lopes Jr., V., 2006, “Identificação de Parâmetros para Controle Ativo de Vibrações em Estruturas Flexíveis”. In: VII Simpósio Internacional de Mecânica Computacional, Araxá, MG.
- Daniel, G. B., Moraes, T. S., Melo, G. P., 2005, “Determinação das Forças de Excitação de Sistemas Mecânicos Utilizando as Funções Ortogonais de Fourier, Legendre e Chebyshev”. In: Congresso Temático de Dinâmica, Controle e Aplicações, Dincon, Bauru, SP.
- Fernandes, F. V., Bueno, D. D., Marqui, C. R., Melo, G. P. e Lopes Jr., V., 2006, “Monitoramento de Falhas Estruturais Utilizando Matrizes Grammianas e Técnicas de Identificação de Parâmetros”. In: VII Simpósio Internacional de Mecânica Computacional, Araxá, MG.
- Gawronski, W., 1998, “Dynamics and Control of Structures: A Modal Approach”, 1. Ed. New York, Springer Verlag.
- Hwang, R. Y. e Shih, Y. P., 1984, “Model Reduction of Discrete Systems via discrete Chebyshev polynomials”. International Journal of Systems and Science, 15 (3), 301-308.
- Melo, G. P. e Steffen, V. Jr., 1993, “Mechanical Systems Identification through Fourier Series Time-Domain Technique”. Journal of Brazilian Society of Mechanical Science, 14 (2), 124-135.
- Pacheco, R. P. e Steffen, V. Jr., 2002, “Using Orthogonal Functions for Identification and Sensitivity Analysis of Mechanical Systems”. Journal of Vibration and Control, 8, 993-1021.
- Pacheco, R. P. e Steffen, V. Jr., 2004, “On the Identification of non-linear mechanical systems using orthogonal functions”. International Journal of Non-Linear Mechanics, 39, 1147-1159.
- Steffen, V. Jr. e Rade, D. A., 1991, “An Identification Method of multi-degree-of-freedom system based on Fourier series”. The International Journal of Analytical and Experimental Modal Analysis, 6 (4), 271-278.

8. DIREITOS AUTORAIS

Os autores são responsáveis por todo conteúdo deste trabalho.

IDENTIFICATION OF SYSTEMS BY ORTHOGONAL FUNCTIONS: SECOND ORDER MODELS VERSUS STATE SPACE REALIZATION

Clayton Rodrigo Marqui¹
clayton_rm@dem.feis.unesp.br

Douglas Domingues Bueno¹
ddbueno@dem.feis.unesp.br

Gregory Bregion Daniel²
gbdaniel@fem.unicamp.br

Tobias Souza Moraes³
tsmoraes@mecanica.ufu.br

Gilberto Pechoto de Melo¹
gilberto@dem.feis.unesp.br

Vicente Lopes Júnior¹
vicente@dem.feis.unesp.br

¹Departamento de Engenharia Mecânica – GMSINT – Grupo de Materiais e Sistemas Inteligentes
Faculdade de Engenharia de Ilha Solteira – UNESP, Av. Brasil n.º 56, centro, CEP 15385-000

²Faculdade de Engenharia Mecânica – Unicamp, Campinas, Rua Mendeleiv, s/n, Cidade Universitária, CEP 13083-970

³Faculdade de Engenharia Mecânica – Universidade Federal de Uberlândia – UFU, Av. João Naves de Ávila - Campus Sta Mônica, bloco 1M, CEP 38400-902

Abstract: *Structural health monitoring and design of active vibration control involve mathematical models that are represented by second order differential equations or in state space models. Many methods have been proposed to solve the identification problems, but it is case dependent, and each one is more adequate for a particular application. In techniques of identification through orthogonal functions are used inputs and outputs signals to determine structural parameters. In this paper is presented an application for parameters identification using state space model. The numerical application is shown in a three degree of freedom system, for comparison with the second order model approach. The results are shown for Legendre and Chebyshev orthogonal functions.*

Keywords: *orthogonal functions, identification of systems, state space, Legendre e Chebyshev.*