

PLANEJAMENTO DE TRAJETÓRIA DE ROBÔ AUTÔNOMO ATRAVÉS DO CONCEITO DE CAMPO POTENCIAL

Rogério Rodrigues dos Santos

Faculdade de Engenharia Mecânica, Universidade Federal de Uberlândia
Av. João Naves de Ávila, 2160 - Campus Santa Mônica - Bloco 1M - Uberlândia/MG
rrsantos@mecanica.ufu.br

Sezimária de Fátima Pereira Saramago

Faculdade de Matemática, Universidade Federal de Uberlândia
saramago@ufu.br

Valder Steffen Jr.

Faculdade de Engenharia Mecânica, Universidade Federal de Uberlândia
vsteffen@mecanica.ufu.br

Resumo: Robôs são dispositivos programáveis projetados para executar uma grande variedade de tarefas. A especificação criteriosa de seu movimento contribui para o aumento de sua versatilidade, viabilizando seu uso na realização das mais diversas atividades. O planejamento da trajetória de robôs é uma área de pesquisa abrangente, que inclui o planejamento do movimento de robôs manipuladores e a navegação de robôs autônomos. Diante do crescente interesse no uso de robôs móveis para a realização de tarefas que vão desde atividades domésticas até a exploração de áreas inabitadas ou a prospecção em águas profundas, propõe-se neste trabalho a modelagem do espaço de trabalho de um robô autônomo e a determinação de sua trajetória a partir de conceitos de programação não linear. Propõe-se um algoritmo inspirado em um método de otimização clássica para a especificação on-line da trajetória e a representação do alvo e do obstáculo através de campos potenciais. São discutidos aspectos de convergência da sequência de direções propostas, acompanhado por um experimento numérico, ilustrando assim a viabilidade da metodologia proposta.

Palavras-chave: planejamento de trajetória, robôs autônomos, programação não linear.

1. INTRODUÇÃO

Dentre todas as áreas de pesquisa envolvidas no projeto de um robô móvel, aquela que trata do planejamento de sua trajetória tem recebido grande atenção por parte dos pesquisadores, pois seu desenvolvimento está diretamente relacionado com a maior autonomia dos robôs. A complexidade do problema de planejamento do movimento tem motivado o desenvolvimento dos mais diversos algoritmos. O progresso da pesquisa nesta área tem permitido o uso de robôs móveis em diversas situações, tais como aplicações domésticas, automotivas e de exploração, dentre outras.

Neste trabalho propõe-se uma estratégia para planejamento da trajetória de robôs autônomos a partir de conceitos de programação não linear, estabelecendo uma ferramenta para a determinação da direção durante a realização do movimento, caracterizando-se um planejamento *on-line*.

O estudo da navegação autônoma pode ser realizado em um ambiente estruturado ou não estruturado, de forma que o objetivo é o estabelecimento de uma trajetória livre de colisão.

O planejamento de trajetórias pode ser ainda estático ou dinâmico, dependendo da forma pela qual a informação sobre o obstáculo está disponível. Em um problema estático, toda a informação sobre o obstáculo é conhecida *a priori*, e o movimento do robô é estabelecido a partir desta informação.

No planejamento dinâmico, somente uma informação parcial sobre os obstáculos está disponível, por exemplo, a parte visível dos obstáculos.

Para alcançar o alvo estabelecido, o robô planeja a trajetória baseado na informação disponível. Conforme o robô segue o percurso, descobre mais informações sobre os obstáculos, atualizando sua representação interna do ambiente, o que possibilita um novo planejamento do percurso a partir da representação atualizada.

Neste estudo, considera-se o planejamento dinâmico em um ambiente não estruturado, de forma que o robô não tem informação sobre todo o espaço de trabalho e a trajetória a ser seguida é estabelecida em função da informação obtida pelo sensor sobre a presença de obstáculos em seu percurso.

Quando a dimensão do ambiente ou a posição do obstáculo é variável, define-se um problema variante no tempo. Caso contrário, trata-se de um problema invariante no tempo. O planejamento de trajetórias de qualquer sistema físico é restrito, pois os atuadores (motores) têm potência limitada.

Em geral, os métodos desenvolvidos para o planejamento de trajetórias são adequados para o uso em robôs com arquiteturas distintas, tais como robôs manipuladores seriais, robôs autônomos e robôs de estrutura paralela. Estes métodos geralmente são variações de algumas abordagens gerais: esqueleto, decomposição em células, campo potencial e programação matemática. A maior parte dos problemas de planejamento de percurso pode ser resolvida utilizando estes enfoques (Hwang and Ahuja, 1992). Estas abordagens não são mutuamente exclusivas, e a combinação delas é freqüentemente utilizada no desenvolvimento de uma estratégia para o planejamento de trajetórias.

Na abordagem do esqueleto, o conjunto de movimentos admissíveis é reduzido a uma rede com linhas unidimensionais. Esta abordagem é também chamada de retração. A busca pela solução é limitada à rede, caracterizando um problema de busca em grafo.

Estratégias pertencentes a este conjunto são o grafo de visibilidade e o diagrama de Voronoi (Aurenhammer, 1991). A utilização deste conceito no planejamento de trajetórias pode ser encontrada em Canny and Donald (1987), Canny (1987) e Canny (1988).

As estratégias baseadas na decomposição em células estabelecem a subdivisão do espaço de projeto em um conjunto de células simples, calculando a relação adjacente entre cada célula. Um percurso livre de colisão entre a configuração inicial e final do robô é determinado pela identificação das células iniciais e finais, estabelecendo-se a conexão entre elas através de uma seqüência de células conectadas (Keil and Sack, 1985).

A estratégia baseada em programação matemática representa o requisito de desvio do obstáculo através de um conjunto de desigualdades nos parâmetros de configuração. O planejamento do movimento é formulado como um problema de programação matemática que encontra a curva entre as configurações inicial e final minimizando certa grandeza escalar. Como esta otimização é não linear e contém diversas restrições de desigualdade, utiliza-se um método numérico para a determinação da solução ótima (Saramago and Steffen, 1998; Santos *et al.*, 2005 e Santos *et al.*, 2006).

O campo potencial, como estratégia para o desvio de obstáculos, foi aplicado primeiramente por Khatib and Mampey (1978), sendo utilizado posteriormente por Hogan (1985) para o controle de forças.

Este enfoque consiste na construção de uma função potencial, a qual tem valor mínimo quando o robô está na configuração final especificada, e um valor elevado na proximidade dos obstáculos. Em todos os outros lugares, a função tem valor decrescente na direção da configuração objetivo. Assim, o robô pode atingir a configuração objetivo a partir de outra configuração, seguindo a direção oposta à do gradiente do potencial. O valor elevado da função potencial na proximidade do obstáculo previne o robô de se mover naquela direção.

A seguir, apresenta-se uma breve revisão sobre a teoria clássica de programação não linear, um modelo para a representação do espaço de trabalho e a estratégia proposta para o planejamento da trajetória.

2. MÉTODOS DE BUSCA

Existem vários métodos de busca desenvolvidos na área de inteligência artificial, como busca em profundidade, busca bidirecional (Barr and Feigenbaum, 1981). Também podem ser utilizadas técnicas aleatórias como o recozimento simulado (*simulated annealing*) para o planejamento da trajetória (Barraquand and Latombe, 1990) e técnicas para pesquisa em grafos, tais como o algoritmo do caminho mais curto (Dijkstra, 1959).

Este trabalho propõe a determinação da trajetória utilizando o conceito dos métodos clássicos de programação não linear, tais como o método do Gradiente e o método de Newton. A trajetória será estabelecida utilizando-se a mesma sequência de passos do método do Gradiente para a determinação da solução de um problema de otimização.

2.1 O problema de programação não linear

Seja um problema da forma

$$\text{Minimizar } f(x), \text{ sujeito a } x \in S, \quad (1)$$

onde $f: R^n \rightarrow R$ e $S \subset R^n$. S é chamado conjunto factível e a Equação (1) é a forma genérica do problema de programação não linear ou otimização.

Definição: Um ponto $x^* \in S$ é um minimizador local de f em S se e somente se existe $\varepsilon > 0$ tal que $f(x) \geq f(x^*)$ para todo $x \in S$ tal que $\|x - x^*\| < \varepsilon$.

Se $f(x) > f(x^*)$ para todo $x \in S$ tal que $x \neq x^*$ e $\|x - x^*\| < \varepsilon$, diremos que se trata de um minimizador local estrito em S .

2.2 O método do Gradiente

O método do Gradiente é um algoritmo utilizado para a determinação do minimizador de uma função. Seu nome se deve ao fato de ele utilizar a direção oposta àquela do gradiente da função como direção de busca.

O método do Gradiente consiste da realização da sequência de passos abaixo para minimizar uma função f definida em R^n . Se $x_k \in R^n$ é tal que $\nabla f(x_k) \neq 0$, os passos para determinar x_{k+1} são

$$\text{Calcular } d_k = -\nabla f(x_k) \quad (2.1)$$

$$\text{Determinar } \lambda_k, \text{ minimizador de } f(x_k + \lambda d_k) \text{ sujeita a } \lambda \geq 0. \text{ (Busca linear exata)} \quad (2.2)$$

$$\text{Fazer } x_{k+1} = x_k + \lambda_k d_k. \quad (2.3)$$

Se

$$f(x) = \frac{1}{2} x^T A x + b^T x + c \quad (3)$$

com a matriz A definida positiva, então existe um único $x^* \in R^n$ que é minimizador de f . Neste caso, a busca linear exata determina

$$\lambda_k = \frac{\nabla^T f(x_k) \cdot \nabla f(x_k)}{\nabla^T f(x_k) \cdot A \cdot \nabla f(x_k)} \quad (4)$$

O teorema a seguir garante a convergência da sequência gerada pelo algoritmo anterior (Equações (2.1) a (2.3)) para qualquer aproximação inicial (Luenberger, 1984), e estabelece que a ordem de convergência da sequência associada $\{f(x_k)\}$ é linear.

Teorema: Seja $f : R^n \rightarrow R$ uma função quadrática com matriz Hessiana A definida positiva. Seja x^* o minimizador global de f . Dado $x_0 \in R^n$ arbitrário, o algoritmo anterior gera uma sequência $\{x_k\}$ tal que

$$\lim_{k \rightarrow \infty} x_k = x^* \quad (5.1)$$

$$\lim_{k \rightarrow \infty} f(x_k) = f(x^*) \quad (5.2)$$

$$f(x_{k+1}) - f(x^*) \leq \left(\frac{a_1 - a_2}{a_1 + a_2} \right)^2 (f(x_k) - f(x^*)) \quad (5.3)$$

onde a_1 e a_2 são o maior e o menor autovalores de A , respectivamente.

Este teorema estabelece a condição necessária a ser satisfeita pela função objetivo de forma a garantir a convergência do método proposto. Esta informação será utilizada como referência para a modelagem do espaço de trabalho e obstáculos, apresentados a seguir.

3. REPRESENTAÇÃO DO ESPAÇO DE TRABALHO

Propõe-se a determinação da trajetória a ser seguida pelo robô com uma sequência de passos análogos aos seguidos pelo método do Gradiente. O resultado descrito pelo teorema anterior tem como hipótese o fato de a matriz Hessiana da função quadrática ser definida positiva. Para atender este requisito, propõe-se o uso de uma função quadrática da forma

$$f(x) = \frac{1}{2} x^T \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} x \quad (6)$$

onde $x = [a \ b]^T$ representa a coordenada cartesiana do robô. Com o objetivo de ajustar a concavidade da superfície descrita por esta equação, pode-se multiplicar o valor desta função por uma constante apropriada.

A superfície descrita pelo gráfico desta equação e o respectivo conjunto de curvas de nível são apresentados na Figura 1.

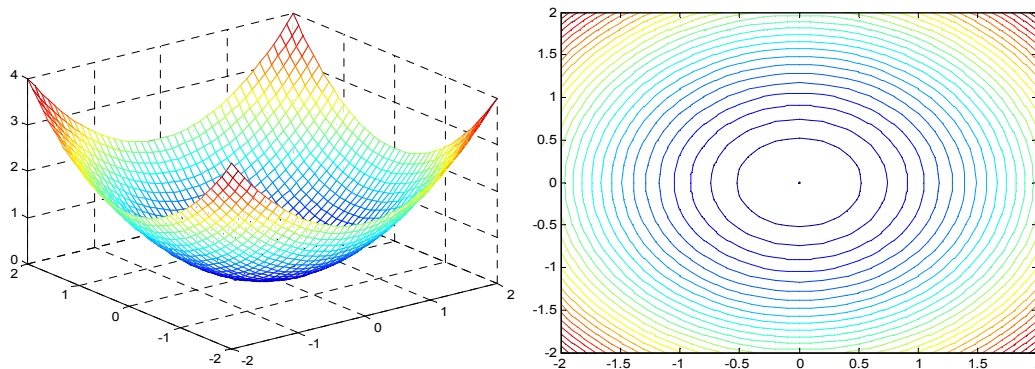


Figura 1. Gráfico da equação e curvas de nível correspondentes.

Ao se posicionar o objetivo no ponto correspondente ao valor mínimo da Equação (6), tem-se a modelagem do espaço de trabalho de forma a possibilitar a determinação da trajetória pela direção oposta à do gradiente.

Caso não haja obstáculos no espaço de trabalho, o teorema garante a obtenção do valor mínimo e, conseqüentemente, o estabelecimento da trajetória.

Considera-se agora a presença de um obstáculo no espaço de trabalho. Ele será representado através de uma função potencial que terá seu valor acrescido ao valor da função objetivo.

Propõe-se o uso de uma função Gaussiana para a representação do obstáculo, através da expressão

$$f_2(x) = \sum_{j=1}^N \sum_{i=1}^2 e^{\frac{-(x_i - c_i)^2}{2\sigma_i^2}} \quad (7)$$

sendo que $j=1, \dots, N$ define o número de obstáculos, $x = [a \ b]^T$ representa a coordenada cartesiana do robô, $c = (c_1, c_2)$ representa a abscissa e ordenada da posição Cartesiana do obstáculo, respectivamente, e σ_i é um parâmetro de suavidade da curva.

A nova superfície, que contém o objetivo a ser atingido e o obstáculo a ser evitado, é representada como a soma das Equações (6) e (7), resultando no seguinte modelo para a descrição do espaço de trabalho:

$$f_3(x) = f_1(x) + \alpha f_2(x) \quad (8)$$

onde α é um fator de ponderação. A Figura 2 apresenta o gráfico deste novo modelo e a respectiva curva de nível.

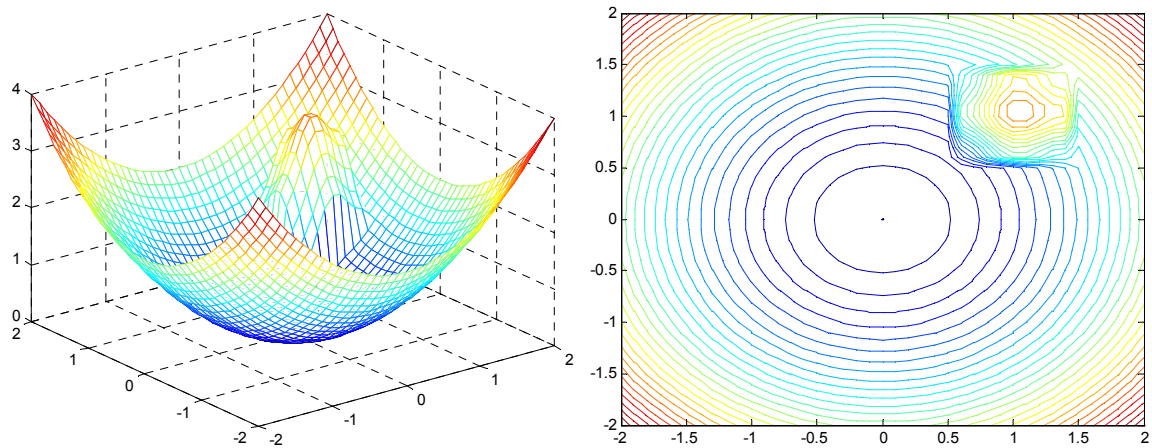


Figura 2. Gráfico da equação e curvas de nível correspondentes.

4. A FORMULAÇÃO PROPOSTA

Após a definição de uma representação para o espaço livre, e a capacidade de identificar configurações viáveis, o planejamento do movimento se reduz a encontrar uma sequência conectada de configurações factíveis entre a posição inicial e a final a partir da representação estabelecida.

O modelo descrito pela Equação (8) considera a localização do alvo e a presença do obstáculo, simultaneamente, em um único objetivo. Observa-se que não há a necessidade da inclusão explícita do obstáculo como uma restrição na formulação. Por este motivo, a Equação (8) representa a função objetivo e a restrição $S = \{x_{\min} < x < x_{\max}\}$ consiste no valor máximo e mínimo admissíveis para o posicionamento, conforme a formulação geral estabelecida pela Equação (1). Pode-se interpretar geometricamente o conjunto S como a especificação das dimensões do espaço de trabalho, estando o alvo posicionado na origem $(0,0)$ do sistema de referência.

Adicionalmente pretende-se considerar a situação na qual o robô não tem a informação completa sobre o espaço de trabalho ao iniciar o percurso, caracterizando um ambiente dinâmico.

Para tanto, define-se um fator de proximidade p que representa o alcance do sensor de proximidade do robô. Caso a distância entre o obstáculo e o robô seja maior que p , define-se $\alpha = 0$ na Equação (8), significando que o robô não tem conhecimento da presença do obstáculo em seu percurso. Caso a distância até o obstáculo seja menor que p , atribui-se um valor positivo a α , de forma a considerar a presença do obstáculo durante o planejamento da trajetória.

Finalmente, calcula-se a nova posição do robô a partir de informações sobre o gradiente da função objetivo no ponto atual, através da expressão:

$$x_{k+1} = x_k - \nabla^T f_3(x) \cdot v \quad (9)$$

onde x_k é a posição cartesiana atual, $\nabla^T f_3$ é o gradiente da função objetivo e v é a velocidade. Ao se comparar esta proposta com o algoritmo dado pelas Equações (2.1) a (2.3), observa-se que a velocidade v (fixada) corresponde ao parâmetro λ_k da Equação (2.2). Pode-se alternativamente estabelecer um critério para a atualização da velocidade v .

Segundo o teorema anterior, considerando-se a ausência de obstáculos, o algoritmo converge para o ponto de mínimo da formulação proposta, atingindo o alvo estabelecido. Mas, conforme poderá ser verificada no exemplo numérico proposto na próxima seção, esta metodologia é viável mesmo na presença de obstáculos.

Em resumo, propõe-se a metodologia apresentada na Figura 3.

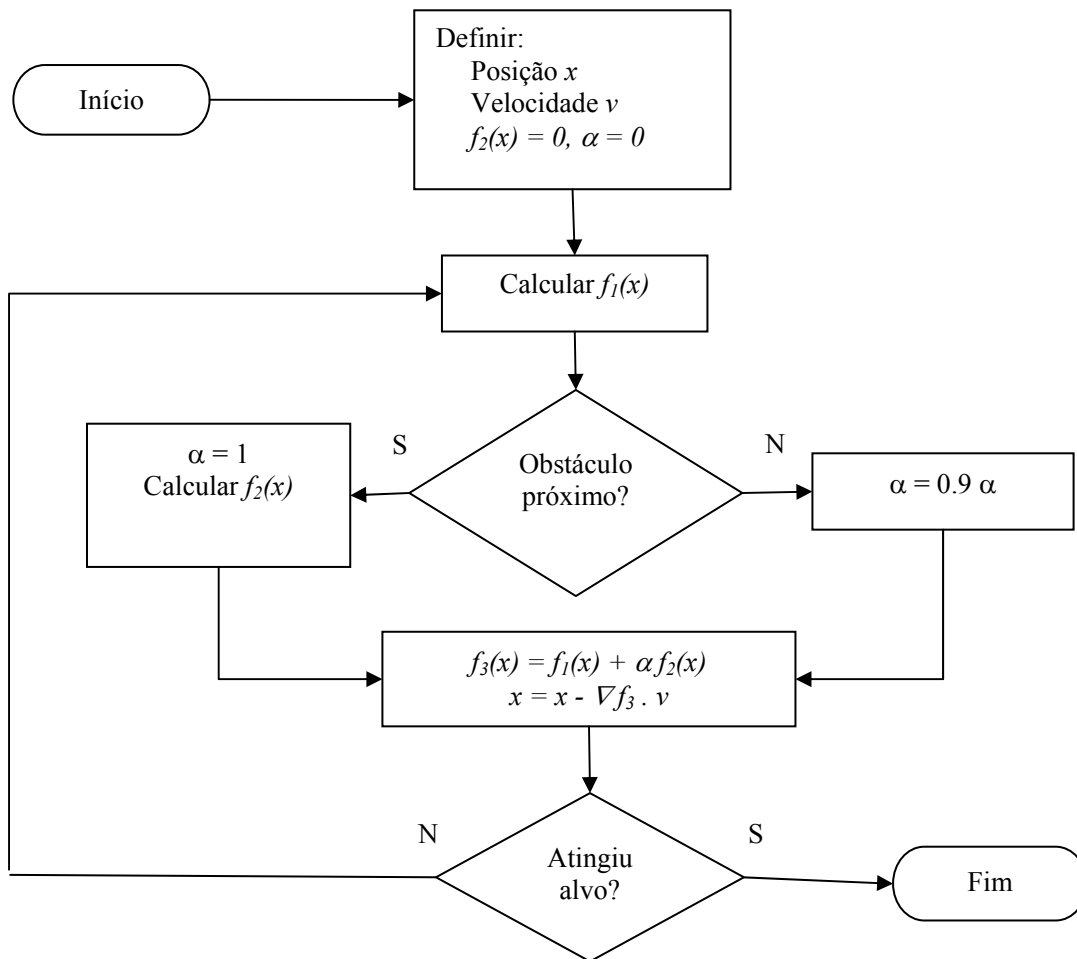


Figura 3. Fluxograma da metodologia proposta.

5. EXPERIMENTO NUMÉRICO

Com o intuito de avaliar a viabilidade da estratégia proposta, considere o seguinte exemplo numérico: o robô deve alcançar o alvo posicionado na origem $(0,0)$ do sistema Cartesiano. Ele inicia o movimento a partir da posição $x_0 = (2, -2)$. Há um obstáculo na posição $c = (1, -1.5)$ e adota-se o parâmetro $\sigma = 0.2$ (Equação (7)).

A Figura 4 apresenta a posição do robô no espaço de trabalho em diferentes instantes de tempo.

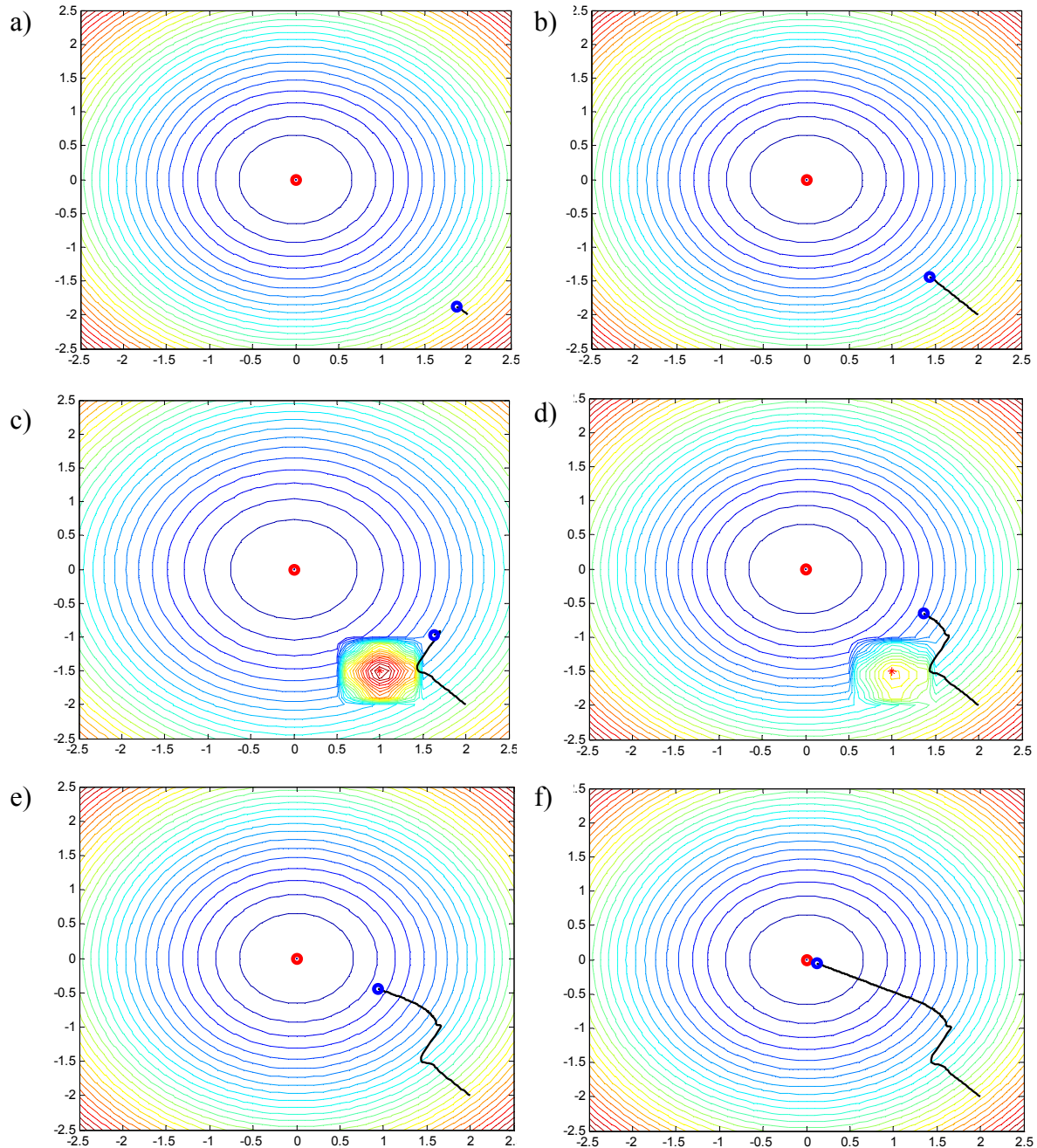


Figura 4. Trajetórias do robô na busca do alvo.

Logo após o início do movimento, nas proximidades da posição Cartesiana $(2,-2)$, o sensor do robô não detecta a presença de um obstáculo. Assim, ele segue em linha reta na direção do alvo, conforme as Figuras 4a e 4b. Ao se movimentar pelo espaço de trabalho, o robô se aproxima do obstáculo.

Quando o sensor detecta a presença do obstáculo, a representação da curva de nível é atualizada. Devido ao valor elevado da função na vizinhança do obstáculo, o algoritmo encontra uma rota de fuga, conforme apresentado na Figura 4c.

Após uma manobra evasiva, o método executa algumas iterações bem sucedidas quanto ao desvio do obstáculo, conforme apresentado na Figura 4d. As Figuras 4e e 4f apresentam a trajetória estabelecida na direção do alvo, já distante da área de influência do obstáculo.

Deve-se destacar que somente as Figuras 4c e 4d consideram a presença do obstáculo, devido ao fator de ponderação α , dado pela Equação (8), ter seu valor ajustado durante o processo (Figura 3).

6. CONCLUSÃO

Este estudo apresentou uma proposta para a determinação da trajetória de um robô móvel a partir do estabelecimento de campos potenciais, considerando a presença de obstáculos no espaço de trabalho.

Apresentou-se uma revisão do conceito de minimização de uma função não linear, seguido da formulação do método do Gradiente, assim como os conceitos teóricos que asseguram a convergência do método.

A seguir, foi proposto um modelo de representação do alvo no espaço de trabalho, de forma que a sequência de passos gerada pelo método seja convergente para a solução do problema.

A inclusão de um termo na função objetivo referente a presença do obstáculo no espaço de trabalho se mostrou uma alternativa viável para a descrição do problema, mesmo não tendo satisfeito a hipótese de convexidade da função objetivo.

O exemplo numérico ilustrou a aplicabilidade da metodologia, apresentando uma trajetória a ser seguida pelo robô, estabelecida pela análise do gradiente da função objetivo. Observou-se a determinação bem sucedida de uma trajetória evasiva quanto à presença do obstáculo e convergente em direção ao alvo.

Cabe destacar que a análise dinâmica do ambiente resulta em diferentes curvas de nível (e consequentemente diferentes interpretações do espaço de trabalho) durante o processo. Isto equivale a analisar diferentes funções objetivo durante o processo de otimização.

A atualização da representação do ambiente a cada iteração permite considerar situações em que o obstáculo está fixo ou se movimenta, pois a direção a ser seguida a cada iteração se dá a partir do gradiente da função objetivo, não sendo necessário, portanto, o uso de informações sobre o tipo de movimentação no ambiente.

A generalidade da estratégia proposta motiva os autores a considerarem sua utilização em situações de maior complexidade.

A perspectiva de continuidade deste estudo prevê a modelagem da dinâmica do robô, além do uso da velocidade e aceleração como parâmetros de controle.

7. AGRADECIMENTOS

O primeiro autor é grato a CAPES pelo suporte financeiro através do qual este trabalho foi parcialmente financiado. O terceiro autor é grato ao CNPq pelo seu auxílio à pesquisa.

8. REFERÊNCIAS

- Aurenhammer, F., 1991, "Voronoi diagrams-A survey of fundamental geometric data structure", ACM Computing Surveys, Vol. 23, No. 3, pp. 345-405.
- Barr, A., and Feigenbaum, E. A., 1981, "The Handbook of Artificial Intelligence", William Kaufmann, Los Altos, Calif.
- Barraquand, J., and Latombe, J. C., 1990, "A Monte-Carlo algorithm for path planning with many degrees of freedom", In: Proceedings of the IEEE International Conference on Robotics and Automation, (Cincinnati, May 13-18) IEEE, New York, pp 1712-1717.

- Canny, J. F., 1988, "The Complexity of Robot Motion Planning", The MIT Press, Cambridge, Mass.
- Canny, J. F., 1987, "A new algebraic method for robot motion planning and real geometry", In: Proceedings of the 28th Annual Symposium on Foundations of Computer Science (Los Angeles, Oct 12-14). IEEE, Washington, D. C., pp 39-48.
- Canny, J. F., and Donald, B., 1987, "Simplified Voronoi diagram", In: Proceedings of the 3rd Annual ACM Symposium on Computational Geometry (Waterloo, Ontario, June 8-10) ACM Press, New York, pp 153-161.
- Dijkstra, E. W., 1959, "A note on two problems in connection with graphs", Numerische Mathematik 1, pp. 269–271. In English.
- Hogan, N., 1985, "Impedance control: An approach to manipulation: Part III – Application", ASME J. Dynamic Syst. Meas. Control. 107 (Mar.), pp. 17-24.
- Hwang, Y. K. and Ahuja, N., 1992, "Gross Motion Planning – A Survey", ACM Computing Surveys, Vol. 24, No. 3, pp. 219-291.
- Khatib, O., AND Mampey, L. M., 1978, "Fonction decision-commande d'un robot manipulateur", Rep. 2/7156. DERA/CERT, Toulouse, France.
- Keil, J. M., and Sack, J. R., 1985, "Minimum decomposition of polygonal objects", In: Computational Geometry. Elsevier Science Pubhshers, North Holland, Amsterdam, pp. 197-216.
- Luenberger, D. G., 1984, "Linear and non-linear programming", Second Edition. Addison-Wesley, 1984.
- Santos, R. R., Steffen, Jr., V., and Saramago, S. F. P., 2006, "Robot Path Planning in a Constrained Workspace by using Optimal Control Techniques", In: III European Conference on Computational Mechanics, Lisbon, Portugal.
- Santos, R. R., Steffen, Jr., V. and Saramago, S. F. P., 2005, "Robot Path Planning: Avoiding Obstacles", In: 18th International Congress of Mechanical Engineering, Ouro Preto-MG, pp. 1-8.
- Saramago, S. F. P. and Steffen Jr., V., 1998, "Optimization of the Trajectory Planning of Robot Manipulators Taking Into-Account The Dynamics of the System", *Mechanism and Machine Theory*, Vol. 33, No. 7, pp. 883-894.

AUTONOMOUS ROBOT PATH PLANNING THROUGH POTENTIAL FIELD CONCEPT

Rogério Rodrigues dos Santos

School of Mechanical Engineering, Federal University of Uberlândia
Av. João Naves de Ávila, 2160 - Campus Santa Mônica - Bloco 1M - Uberlândia/MG
rrsantos@mecanica.ufu.br

Sezimária de Fátima Pereira Saramago

Faculty of Mathematics, Federal University of Uberlândia
saramago@ufu.br

Valder Steffen Jr.

School of Mechanical Engineering, Federal University of Uberlândia
vsteffen@mecanica.ufu.br

Abstract: *Robots are programmable devices designed to execute a great variety of tasks. Planning its movement through a careful specification contributes to increase its versatility, enabling the use of robots to perform several activities. However, robot path planning is a wide research area that includes the manipulator path planning and autonomous robot navigation. Due to the increasing interest for using autonomous robots in several fields, varying from domestic tasks to inhabited*

area exploration and deep water prospecting, this work is devoted to the modeling of an autonomous robot workspace and the trajectory planning based on nonlinear theory. A strategy, inspired in a classical nonlinear optimization method, to perform on-line path planning is presented. The goal and obstacles are modeled through the potential field concept. Convergence aspects of the direction sequence obtained are discussed and a numerical experiment is presented, showing the viability of the proposed methodology.

Keywords: *robot path planning, autonomous robots, nonlinear programming.*