

RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS DE CONTROLE ÓTIMO MULTI-OBJETIVO VIA ABORDAGEM INDIRETA

Fran Sérgio Lobato

Faculdade de Engenharia Mecânica
franpi22@yahoo.com.br

Luis Cláudio Oliveira-Lopes

Faculdade de Engenharia Química
lclo@ufu.br

Valéria Viana Murata

Faculdade de Engenharia Química
valeria@ufu.br

Valder Steffen Jr

Faculdade de Engenharia Mecânica
Universidade Federal de Uberlândia
Campus Santa Mônica - 38.400-902
vsteffen@mecanica.ufu.br

Resumo: O Problema de Controle Ótimo Multi-objetivo (PCOMO) é uma generalização da formulação de Problemas de Otimização Dinâmica (POD). Sua solução consiste na determinação do perfil da variável de controle que minimiza os objetivos de tal forma a construir a Curva ou Fronteira de Pareto. A solução de PCOMO faz uso, em sua maioria, de técnicas evolutivas, como por exemplo, os Algoritmos Genéticos. Alternativamente, os POD podem ser resolvidos através da utilização da Abordagem Indireta a partir da aplicação do Princípio do Mínimo de Pontryagin (PMP), que consiste em transformar o POD em um sistema de Equações Algébrico-Diferenciais de Valor no Contorno (EADVC). Neste sentido, este trabalho consiste na utilização do Método da Soma Ponderada (MSP) para a transformação do problema original, seguida da utilização do PMP para a obtenção do sistema de EADVC, através da aplicação do código OTIMA. São apresentados dois estudos de caso para ilustrar a eficiência desta metodologia frente a resultados oriundos da aplicação de outras metodologias. .

Palavras-chave: Multi-objetivo, Controle Ótimo, EADVC, Princípio do Mínimo de Pontryagin, Método da Soma Ponderada.

1. INTRODUÇÃO

Devido às crescentes necessidades do mercado em atingir-se mais objetivos simultaneamente e/ou se trabalhar com problemas mais realísticos do ponto de vista industrial, os problemas de otimização multi-critérios, multi-desempenho, multi-objetivo ou de otimização vetorial, têm merecido nos últimos anos, destaque no desenvolvimento de algoritmos e *softwares* específicos para o manuseio desse tipo de problemas. Contudo, a complexidade e a falta de pesquisa sistemática na área de otimização de projetos de engenharia no meio industrial ainda tem dificultado a exploração do potencial de diversas abordagens emergentes de otimização usadas na academia (Deb, 2001). Segundo Coelho (2003) os dois maiores inibidores da utilização industrial de metodologias emergentes em larga escala são a falta de otimizadores robustos e a desconfiança do projetista na utilização de novas metodologias.

A resolução destes problemas pode ser obtida seguindo duas abordagens: a Otimização Determinística e a Otimização Não Determinística, Randômica ou Aleatória. A Otimização Determinística é baseada no Cálculo Variacional, sendo que sua utilização se dá principalmente devido à sofisticação dos recursos computacionais desenvolvidos nos últimos anos. Suas principais dificuldades estão relacionadas com a falta de continuidade das funções a serem otimizadas ou de suas restrições, de funções não convexas, de multimodalidade, da necessidade de se trabalhar com valores discretos para as variáveis e da existência de mínimos ou máximos locais (Saramago, 1999). Já a Otimização Não Determinística se fundamenta nos processos de seleção natural através da luta pela vida e da genética de populações, tratando-se assim de um método pseudo-aleatório, baseado na exploração inteligente no espaço de parâmetros codificados (Saramago, 1999). Deve-se ressaltar que em geral esses algoritmos diferem de outras técnicas de minimização, especialmente por dispensarem o uso de derivadas da função custo para determinar a direção de busca. Outro aspecto importante é que, geralmente, não investem todo o esforço computacional num único ponto, mas sim operam sobre uma população de pontos (Coelho, 2003). Entretanto, como esses métodos são estocásticos, seu desempenho varia de execução para execução, a menos que o mesmo gerador de números aleatórios com a mesma semente é utilizado (Deb, 2001). Além disso, deve-se ressaltar que assim como nos métodos baseados no cálculo variacional, estes também encontram dificuldades na obtenção do ótimo global (Coelho, 2003).

Na literatura pode-se encontrar aplicações do Princípio do Mínimo de Pontryagin (PMP) em várias áreas (Bryson and Ho, 1975; Lobato, 2004; Hong, 1986; Modak et al., 1986; Santos et al., 2005). Contudo, apesar das aplicações mencionadas, a sua solução numérica não é trivial, não somente pela dificuldade inerente em se resolver um problema de valor no contorno, mas em decorrência de descontinuidades que surgem em problemas lineares na variável de controle e/ou que apresentam restrições de desigualdades no estado e/ou no controle, originando o conhecido problema singular, cuja solução torna necessário a identificação da Função Identificadora de Fases (*Switching Structure*) (Lobato, 2004).

O principal objetivo deste trabalho é introduzir uma metodologia sistemática para o tratamento de Problemas de Controle Ótimo Multi-objetivo (PCOMO) através da aplicação do Método da Soma Ponderada (MSP) para a transformação do problema multi-objetivo em um problema com um único objetivo, que será resolvido através da Abordagem Indireta que transforma o problema original em um sistema de Equações Algébrico-Diferenciais de Valor no Contorno (EADVC). Este trabalho está estruturado como segue: na Seção 2 são apresentados o problema de otimização multi-objetivo, o conceito de Ótimo de Pareto e o Método da Soma Ponderada. A Seção 3 traz os conceitos do Princípio do Mínimo de Pontryagin. A Seção 4 e Seção 5 descrevem a metodologia aplicada e dois estudos de caso, respectivamente. Finalmente, as conclusões e sugestões para trabalhos futuros são apresentadas na Seção 6.

2. O PROBLEMA DE OTIMIZAÇÃO MULTI-OBJETIVO

O problema geral de otimização multi-objetivo consiste em minimizar e/ou maximizar um vetor de funções objetivo, sujeito ou não, a restrições de igualdade, desigualdade e restrições laterais. Matematicamente ele pode ser escrito como (Osyczka, 1984):

$$F(X) = [F_1, F_2, \dots, F_m]^T, X = [X_1, X_2, \dots, X_n]^T \text{ com } F \in \mathbb{R}^m \text{ e } X \in \mathbb{R}^n \quad (1)$$

sujeito a

$$h_k(X) = 0, k=1, 2, \dots, K \quad (2)$$

$$g_j(X) \geq 0, j=1, 2, \dots, J \quad (3)$$

$$X_i^{(L)} \leq X \leq X_i^{(U)}, i=1, 2, \dots, n \quad (4)$$

onde, $F(X)$ representa um vetor de funções objetivo, g_j e h_k as restrições de desigualdade e igualdade, respectivamente, e $X_i^{(L)}$ e $X_i^{(U)}$ os limites inferior e superior das variáveis de busca. O vetor de funções objetivo e as funções de restrições podem ser funções lineares ou não lineares em relação às variáveis de projeto, implícitas ou explícitas, calculadas por técnicas analíticas ou numéricas.

2.1 Ótimo de Pareto

É notório que não existe uma definição universalmente aceita como “ótimo” de um problema de otimização com um único objetivo, o que dificulta a comparação de resultados de um método para outro. A extensão deste conceito para problemas multi-objetivo não é trivial, pois usualmente a decisão sobre o qual é a *melhor* resposta está vinculada ao responsável pela tomada de decisão (Osyczka, 1984). Contudo em 1986, o economista italiano Pareto formulou o conceito de “ótimo” como é conhecido atualmente hoje em dia. Sua definição é baseada na convicção intuitiva de que um ponto x^* é tomado como ótimo se *nenhum critério utilizado pode melhorar a solução sem piorar pelo menos um outro critério*. Todavia, o ótimo de Pareto quase sempre não fornece uma solução única, mas sim um conjunto de soluções denominadas *Não Inferiores* ou *Soluções Não Dominadas*. O postulado de Pareto tem sido base para o desenvolvimento de teoremas importantes na teoria de otimização multi-objetivo (Osyczka, 1984; Eschenauer et al., 1990).

2.2 O Método da Soma Ponderada

Dentre os vários métodos clássicos para a transformação do problema multi-objetivo para o problema com um único objetivo, o Método da Soma Ponderada (*Weigthed Sum Method*) é sem dúvida a técnica mais utilizada para essa finalidade (Osyczka, 1984). Nesta abordagem, as *funções objetivo* são agregadas de forma a transformar essa grandeza vetorial numa grandeza escalar como mostrado a seguir:

$$f(X) = \sum_{i=1}^m w_i f_i(X) \quad (5)$$

onde os pesos obedecem a seguinte relação:

$$\sum_{i=1}^m w_i = 1 \quad (6)$$

Os resultados obtidos através desta abordagem são fortemente dependentes dos valores de w_i , que não refletem proporcionalmente a importância relativa dos objetivos, mas são somente fatores (Osyczka, 1984). Para os problemas de otimização, a localização do mínimo depende não somente dos valores de w_i , mas também das unidades nas quais essas funções são expressas. Se desejarmos que w_i reflita a importância de cada objetivo, todas as funções devem ser expressas em unidades com aproximadamente mesmo valor numérico. Isso pode ser feito da seguinte forma:

$$f^*(X) = \sum_{i=1}^m w_i f_i(X) c_i \quad (7)$$

onde c_i são constantes que normalizam a função objetivo e que, segundo Osyczka (1984), apresentam os melhores resultados quando $c_i = 1/f_i^o$, f_i^o é o i -ésimo valor da função objetivo otimizada individualmente com a presença de todas as restrições originais.

3. ABORDAGEM INDIRETA: O PRINCÍPIO DO MÍNIMO DE PONTRYAGIN

O POD, sem a presença de restrições de igualdade, desigualdade e de condições de fim, é dado por (Logsdson and Biegler, 1989):

$$\min_u J = \psi(z(t_f)) + \int_{t_o}^{t_f} L(z, u, t) dt \quad (8)$$

$$f(\dot{z}, z, u, t) = 0 \quad (9)$$

com $J(\cdot), L(\cdot), \psi(\cdot) \rightarrow \mathbb{R}$, $f(\cdot) \rightarrow \mathbb{R}^{m_x}$, $z \in \mathbb{R}^{m_x}$ e $u \in \mathbb{R}^{m_u}$.

Por conveniência, define-se a função Hamiltoniano como (Bryson and Ho, 1975):

$$H = L(z, u, t) + \lambda^T f(\dot{z}, z, u, t) \quad (10)$$

Para obter as condições necessárias para o ótimo, é necessário definir a variação do funcional:

$$\bar{J} = \int_{t_o}^{t_f} H(\dot{z}, z, u, t) dt \quad (11)$$

Expandindo o incremento em série de Taylor e extraíndo as condições que são lineares, tem-se a variação de $\bar{J}$ utilizando integração por partes. Para simplificar, obtêm-se as equações adjuntas ou de co-estado e a condição estacionária, que formam as condições necessárias para a otimização dinâmica:

$$\frac{\partial L}{\partial z} + \lambda^T \frac{\partial f}{\partial z} - \dot{\lambda}^T \frac{\partial f}{\partial \dot{z}} - \lambda^T \frac{d}{dt} \left[\frac{\partial f}{\partial \dot{z}} \right] = 0, \text{ para } \lambda^T(t_f) = \frac{\partial \psi}{\partial z} \Big|_{t=t_f} \quad (12)$$

$$\frac{\partial L}{\partial z} + \lambda^T \frac{\partial f}{\partial u} = 0 \quad (13)$$

Com o intuito de facilitar e evitar a manipulação algébrica incorreta das condições necessárias foi desenvolvido o Código OTIMA por Lobato (2004). O OTIMA é implementado em ambiente Maple® e obtém o sistema de EADVC que compõe as condições de ótimo não só para a formulação que foi apresentada, mas para o caso geral que inclui restrições de igualdade e/ou desigualdade, condições de fim para as variáveis de estado e para problemas com tempo final livre.

4. METODOLOGIA

A metodologia deste trabalho consiste nas seguintes etapas:

- ❑ Transformar o problema multi-objetivo em um problema com um único objetivo através da aplicação do método da soma ponderada;
- ❑ Obter as equações adjuntas (Equação 12) e a condição estacionária (Equação 13) a partir da aplicação do código OTIMA;

- De posse do sistema de EADVC, utilizar o programa de colocação ortogonal desenvolvido em Matlab[®], para a resolução do sistema de equações para cada valor de w_i .

Deve ser ressaltado que, neste trabalho, optou-se por eliminar a integral da função objetivo. Alternativamente, poder-se-ia ter optado em não fazer essa mudança e utilizar, por exemplo, o método da quadratura gaussiana para a obtenção do valor da integral. A declaração da nova variável de estado acarreta um aumento da dimensão do sistema em decorrência da aplicação do PMP em relação ao problema original. Contudo, nos casos investigados, esse aumento de dimensão não traz nenhuma dificuldade adicional ao problema. Outro aspecto relevante é que a utilização dessas novas variáveis de estado faz com que apenas a condição de fim para as variáveis adjuntas correspondentes a essas novas variáveis fiquem em função do peso. Se não fosse considerada essa mudança, os pesos apareceriam explicitamente na formulação das equações adjuntas e na condição estacionária.

5. ESTUDO DE CASOS

Nesta seção são apresentados dois problemas clássicos cujos resultados são comparados com os relatados na literatura. Deve ser enfatizado que o sistema de EADVC é resolvido através do método de colocação ortogonal, através do pacote *fsolve*. Os parâmetros utilizados em ambos os casos foram: 5 pontos de colocação e tolerância absoluta e relativa iguais a 10^{-6} .

Caso 1:

Deseja-se minimizar os seguintes objetivos (Kundu and Kawata, 1996):

$$J_1(u) = \int_0^{4\pi} x_1^2 + x_2^2 dt \text{ e } J_2(u) = \int_0^{4\pi} u^2 dt \quad (14)$$

Sujeito a:

$$\frac{dx_1}{dt} = x_2 \text{ e } \frac{dx_2}{dt} = u, \text{ com } x_1(0) = 1 \text{ e } x_2(0) = 0 \quad (15)$$

Redefinindo os objetivos como novas variáveis de estado chega-se a:

$$\frac{dx_1}{dt} = x_2 \quad x_1(0) = 1 \quad (16)$$

$$\frac{dx_2}{dt} = u \quad x_2(0) = 0 \quad (17)$$

$$\frac{dx_3}{dt} = x_1^2 + x_2^2 \quad x_3(0) = 0 \quad (18)$$

$$\frac{dx_4}{dt} = u^2 \quad x_4(0) = 0 \quad (19)$$

Aplicando o código OTIMA obtêm-se:

$$\frac{d\lambda_1}{dt} = -2\lambda_3 x_1 \quad \lambda_1(4\pi) = 0 \quad (20)$$

$$\frac{d\lambda_2}{dt} = -\lambda_1 - 2\lambda_3 x_2 \quad \lambda_2(4\pi) = 0 \quad (21)$$

$$\frac{d\lambda_3}{dt} = 0 \quad \lambda_3(4\pi) = w \quad (22)$$

$$\frac{d\lambda_4}{dt} = 0 \quad \lambda_4(4\pi) = I - w \quad (23)$$

$$\lambda_2 + 2\lambda_4 u = 0 \quad (24)$$

Kundu and Kawata (1996) apresentam um procedimento que faz uso de algoritmo genético para a obtenção da solução do problema. Um ponto interessante a ser destacado é que, neste trabalho, os autores consideram dois casos, um com controle linear dado por $u = -k_1 x_1 - k_2 x_2$ e outro com controle não linear dado por $u = f(x_1, x_2, k_i)$, sendo que para estes casos, tem-se um problema de determinação dos parâmetros ($k_i, i=1, \dots, 6$). As Figuras (1)-(3) apresentam os perfis para as variáveis de estado, para as variáveis adjuntas e para o controle, para alguns valores de w . A curva de Pareto determinada para este problema encontra-se na Figura (4).

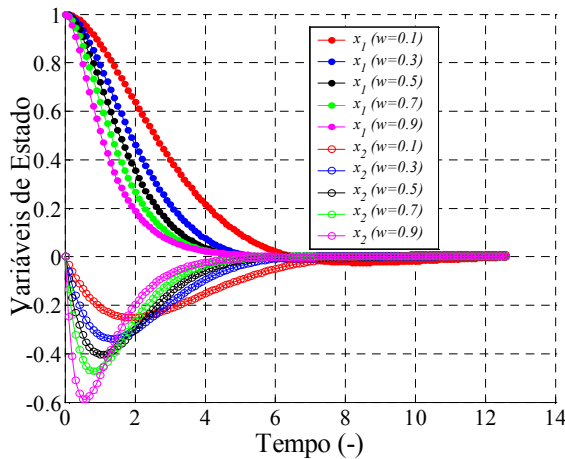


Figura 1: Perfis das variáveis de estado

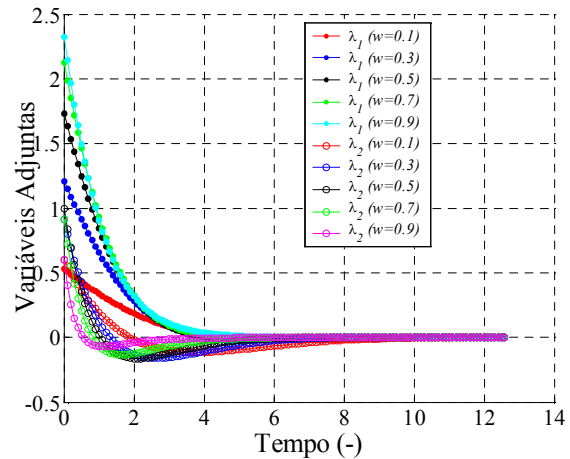


Figura 2: Perfis das variáveis adjuntas

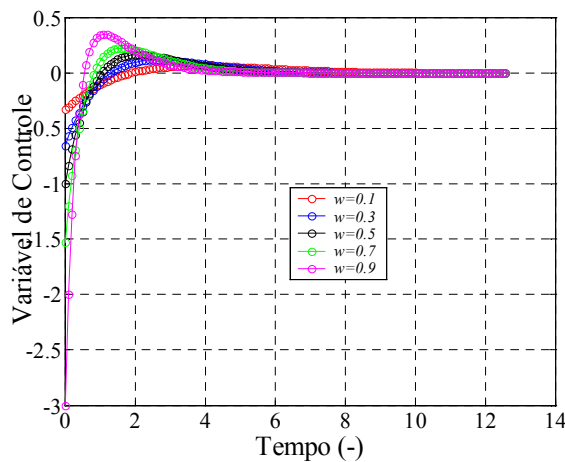


Figura 3: Perfil da variável de controle

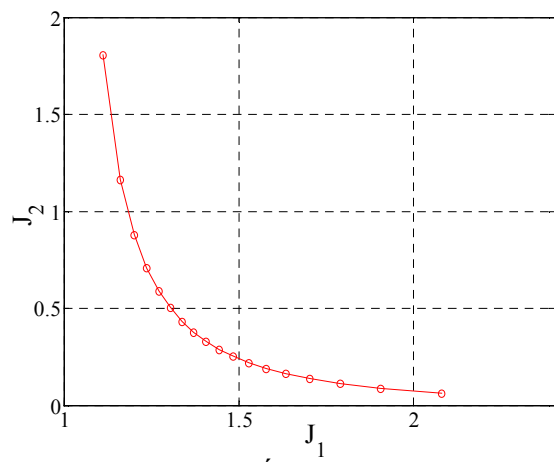


Figura 4: Ótimo de Pareto

É possível observar-se que, o aumento do valor do peso w faz com que os perfis das áreas das integrais se tornem conflitantes, o que ressalta a dificuldade na obtenção da curva de Pareto.

Caso 2:

Deseja-se minimizar os seguintes objetivos (Fleming, 1985; El-Kady et al., 2003):

$$J_1(u) = \int_0^{\infty} 8x_1^2 + u^2 d\tau \text{ e } J_2(u) = \int_0^{\infty} 11x_2^2 + u^2 d\tau \quad (25)$$

Sujeito às equações de estado:

$$\frac{dx_1}{d\tau} = x_2 \text{ e } \frac{dx_2}{d\tau} = u, \text{ com } x_1(0) = 1 \text{ e } x_2(0) = 1 \quad (26)$$

Transformando $\tau \in [0, \infty)$ em $t \in [0, 1)$ através de:

$$t = 1 - \frac{1}{1 + \tau}, \text{ com } \tau \neq -1. \quad (27)$$

Redefinindo os objetivos como novas variáveis de estado na nova variável independente chega-se a:

$$\frac{dx_1}{dt} = \frac{x_2}{(1-t)^2} \quad x_1(0) = 1 \quad (28)$$

$$\frac{dx_2}{dt} = \frac{x_1 + x_2 + u}{(1-t)^2} \quad x_2(0) = 1 \quad (29)$$

$$\frac{dx_3}{dt} = \frac{8x_1^2 + u^2}{(1-t)^2} \quad x_3(0) = 0 \quad (30)$$

$$\frac{dx_4}{dt} = \frac{11x_2^2 + u^2}{(1-t)^2} \quad x_4(0) = 0 \quad (31)$$

Aplicando o código OTIMA obtêm-se:

$$\frac{d\lambda_1}{dt} = -\frac{\lambda_2}{(1-t)^2} - \frac{16\lambda_3x_1}{(1-t)^2} \quad \lambda_1(t_f) = 0 \quad (32)$$

$$\frac{d\lambda_2}{dt} = -\frac{\lambda_1}{(1-t)^2} - \frac{\lambda_2}{(1-t)^2} - \frac{22\lambda_4x_2}{(1-t)^2} \quad \lambda_2(t_f) = 0 \quad (33)$$

$$\frac{d\lambda_3}{dt} = 0 \quad \lambda_3(t_f) = w \quad (34)$$

$$\frac{d\lambda_4}{dt} = 0 \quad \lambda_4(t_f) = 1 - w \quad (35)$$

$$\lambda_2 + 2(\lambda_3 + \lambda_4)u = 0 \quad (36)$$

Fleming (1985) resolveu este problema utilizando o MSP e fazendo uso de otimizadores individuais para cada objetivo. Já o trabalho de El-kady et al. (2003), consiste na resolução do problema de otimização não linear através da utilização do MSP aliado à discretização realizada através do Método Espectral de Chebyshev (*Chebyshev Spectral Procedure*). As Figuras (5)-(7) apresentam os perfis para as variáveis de estado, adjuntas e o controle para alguns valores de w . A Figura (8) apresenta a comparação da curva de Pareto encontrada neste trabalho com aquelas reportadas na literatura.

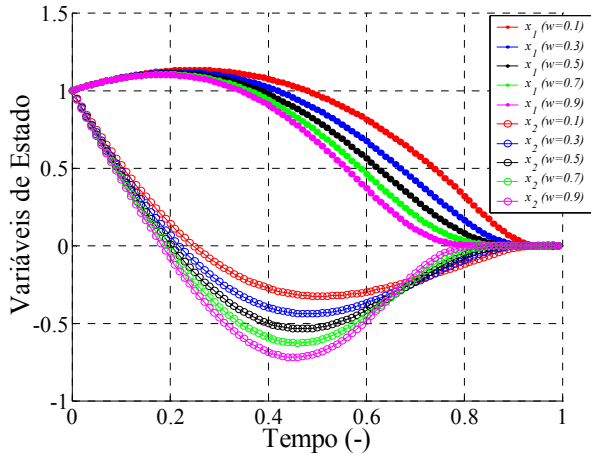


Figura 5: Perfis das variáveis de estado

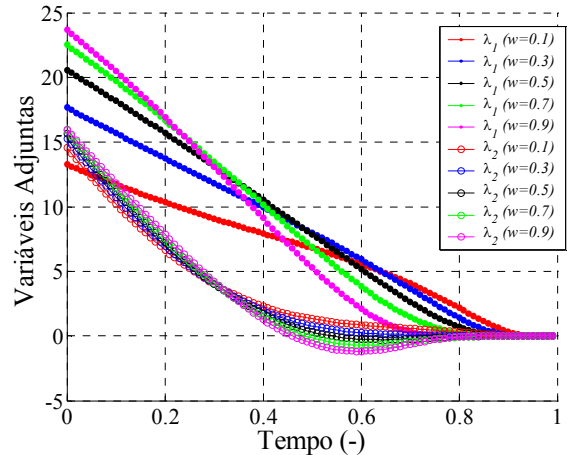


Figura 6: Perfis das variáveis adjuntas

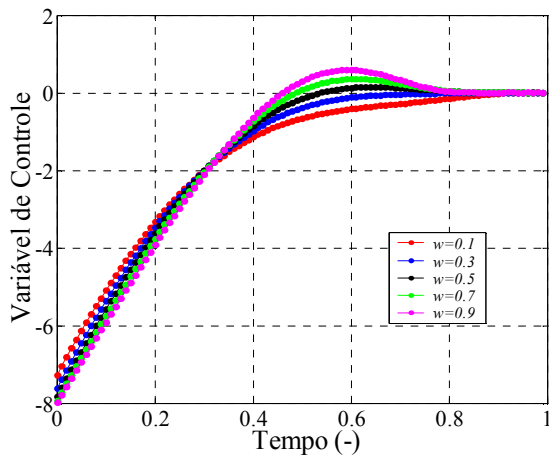


Figura 7: Perfil da variável de controle

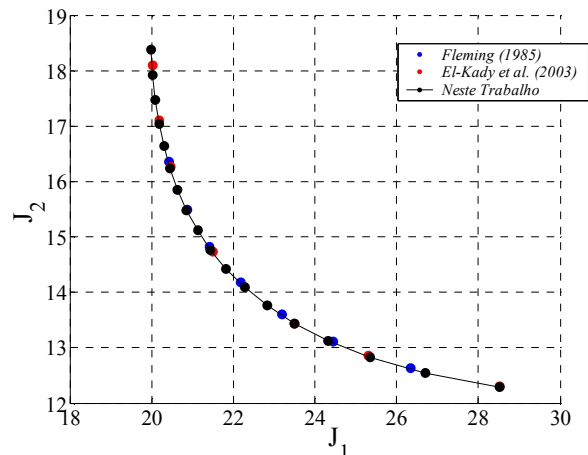


Figura 8: Ótimo de Pareto

Pode-se observar através da Figura 8, uma boa concordância entre os resultados obtidos e os encontrados na literatura.

6. CONCLUSÕES E TRABALHOS FUTUROS

Este trabalho objetivou a aplicação do PMP em PCOMO através do MSP para a geração do sistema de EADVC. A partir da análise dos resultados obtidos, pode-se destacar alguns pontos: o número de pontos de colocação utilizados foi suficiente para uma boa representatividade da solução; a utilização do código OTIMA eliminou a tediosa tarefa de geração das equações adjuntas e da condição estacionária; a metodologia proposta consegue obter bons resultados quando comparada às obtidas através de outras metodologias disponíveis na literatura, apesar da dificuldade inerente na resolução de problemas de valor no contorno. Contudo, apesar dos casos relativamente simples estudados, do ponto de vista de POD, deve-se ressaltar que o tratamento de problemas lineares com relação a variável de controle e restrições no estado e no controle, evidenciam não só uma dificuldade para a abordagem indireta, mas para qualquer metodologia aplicada.

Pesando na sequência deste trabalho, pode-se propor o tratamento de problemas lineares com relação a variável de controle e a incorporação de restrições de desigualdade no estado e/ou no controle, o que acarretará no aparecimento de arcos singulares, o que faz com que a solução do problema se torne uma tarefa árdua; além disso, pretende-se testar outras metodologias para a transformação do problema com múltiplos objetivos em um problema com um único objetivo e utilizar outras estratégias evolutivas para o tratamento de PCOMO.

7. AGRADECIMENTOS

Os autores agradecem o apoio da CAPES (Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior) pelo suporte financeiro deste trabalho através da bolsa de doutorado para o primeiro autor. O quarto autor agradece também ao CNPq por sua bolsa de produtividade em pesquisa.

8. REFERÊNCIAS

- Bryson, A. E. Jr. and Ho, Y. C. (1975). "Applied Optimal Control". Hemisphere Publishing, Washington.
- Coelho, L. S. (2003). "Fundamentos, Potencialidades e Aplicações de Algoritmos Evolutivos". Minicurso do XXVI CNMAC, São Carlos, SP.
- Deb, K. (2001). "Multi-Objective Optimization using Evolutionary Algorithms". John Wiley and Sons, New York.
- El-Kady, M. M., Salim, M. S. and El-Sagheer, A. M. (2003). "Numerical Treatment of Multiobjective Optimal Control Problems". Automatica, Vol 39, N 47, pp 47-55.
- Eschenauer, H., Koski, J. and Osyczka, A. (1990). "Multicriteria Design Optimization – Procedures and Applications". Springer-Verlag, Berlin Heidelberg.
- Fleming, P. J. (1985). "Computer Aided Design of Regulators using Multiobjective Optimization". IFAC Control Applications of Nonlinear Programming and Optimization. Capri, Italy.
- Hong, J. (1986). "Optimal Substrate Feeding Policy for a Fed-Batch Fermentation with Substrate and Product Inhibition Kinetics". Biotechnology and Bioengineering, Vol 28, pp 1421-1431.
- Kundu, S. and Kawata, S. (1996). "Genetic Algorithms for Optimal Feedback Control Design". Engineering Applications Artificial Intelligence. Vol. 9, N 4, pp 403-411.
- Lobato, F. S. (2004). "Abordagem Mista para Problemas de Otimização Dinâmica". Dissertação de Mestrado, FEQUI/UFU, Uberlândia-MG.
- Logsdon, J. S. and Biegler, L. T. (1989). "Accurate Solution of Differential-Algebraic Optimization Problems". Industrial Engineering Chemical Research, Vol 28, pp 1628-1639.
- Modak, J. M., Lim, H. C. and Tayeb, Y. J. (1986). "General Characteristics of Optimal Feed Rate Profiles for Varies Fed-Batch Fermentation Processes". Biotechnology and Bioengineering, Vol 28, pp 1396-1407.
- Osyczka, A. (1984). "Multicriterion Optimization in Engineering with Fortran Programs". Ellis Horwood Limited, England.
- Santos, K. G., Lobato, F. S., Ribeiro, E. J., Oliveira-Lopes, L. C. and Murata, V. V. (2005). "Controle Ótimo da Fermentação Alcoólica com Altas Concentrações Iniciais de Substrato em Reator Batelada Alimentada". Anais do XV Simpósio Nacional de Bioprocessos – SINAFERM, Recife, Pernambuco.
- Saramago, S.F.P (1999). "Métodos de Otimização Randômica: Algoritmos Genéticos e Simulated Annealing". Minicurso do XXVI CNMAC, Uberlândia, MG.

SOLVING MULTI-OBJECTIVE OPTIMAL CONTROL PROBLEMS WITH INDIRECT OPTIMIZATION METHODS

Fran Sérgio Lobato

School of Mechanical Engineering

franpi22@yahoo.com.br

Luis Cláudio Oliveira-Lopes

School of Chemical Engineering

lcol@ufu.br

Valéria Viana Murata

School of Chemical Engineering

valeria@ufu.br

Valder Steffen Jr

School of Mechanical Engineering

Federal University of Uberlândia

Campus Santa Mônica - 38.400-902

vsteffen@mecanica.ufu.br

Abstract: *The Multiobjective Optimal Control Problem (MOOCP) is a generalization of the formulation of Dynamic Optimization Problems (DOP). Its solution has to do with the determination of control variable profiles that minimize the objective functions. In this way, the set of points in the designspace that corresponds to the Pareto optimal frontier or Pareto solutions front is formed. Most of the strategies to obtain the MOOCP solution uses, evolutionary techniques such as the Genetic Algorithms. Alternatively, DOP can be solved through the use of Indirect Approaches, which are based on the Pontryagin's Minimum Principle (PMP) and consist of transforming a DOP to a Boundary-Value Differential-Algebraic Equation (BVDAE) system. In that sense, this work consists in using the Weighted Sum Method (WSM) for transforming the original problem by using the PMP for obtaining the BVDAE system. Finally, by applying the OTIMA code the equations for optimality condition are generated. Two case studies are presented to illustrate the efficiency of this technique as compared to results from other methodologies.*

Keywords: *Multiobjective Problem, Optimal Control, BVDAE, Pontryagin's Minimum Principle, Weighted Sum Method.*