

TRAJETÓRIA ÓTIMA DE ROBÔS MANIPULADORES AO INTERCEPTAR OBJETOS EM MOVIMENTO

Rogério Rodrigues dos Santos

Faculdade de Engenharia Mecânica, Universidade Federal de Uberlândia
Av. João Naves de Ávila, 2160 - Campus Santa Mônica - Bloco 1M - Uberlândia/MG
rrsantos@mecanica.ufu.br

Sezimária de Fátima Pereira Saramago

Faculdade de Matemática, Universidade Federal de Uberlândia
saramago@ufu.br

Valder Steffen Jr.

Faculdade de Engenharia Mecânica, Universidade Federal de Uberlândia
vsteffen@mecanica.ufu.br

Resumo: Robôs manipuladores são dispositivos programáveis projetados para executar uma grande variedade de tarefas de forma repetitiva. Em ambientes industriais, a diminuição de exigências dinâmicas associadas à realização de uma mesma tarefa, pode resultar em aumento de produtividade e diminuição dos custos associados à operação e manutenção do robô. Além disso, a diminuição destas exigências pode viabilizar a realização de tarefas que exijam a capacidade máxima do sistema, aumentando assim a versatilidade dos robôs para que possam se adequar a diversas situações. Neste trabalho apresenta-se um estudo sobre a determinação da trajetória ótima do robô para a interceptação de objetos em movimento, realizado pela análise de índices de performance associados a dinâmica do robô e ao movimento do objeto. Utilizam-se os conceitos de controle ótimo e programação não linear para a obtenção da solução. Propõe-se a minimização da potência mecânica total do sistema e da distância entre o efetuador e o objeto a ser manipulado através da formulação de uma função objetivo multicritério, de forma que o instante ótimo no qual acontece a interceptação também é resultado do processo de otimização. O resultado numérico apresentado ilustra a viabilidade da metodologia proposta.

Palavras-chave: trajetória de robôs manipuladores, controle ótimo multicritério, dinâmica de sistemas articulados.

1. INTRODUÇÃO

O mais simples planejamento de trajetória de um robô manipulador serial consiste na determinação do movimento do efetuador (*end-effector*) a partir de um ponto inicial a um final. No contexto de aplicações industriais, com o objetivo de estabelecer um controle mais preciso sobre o movimento, é justificada a realização de um planejamento prévio (*off-line programming*) que inclui a análise de características cinemáticas e dinâmicas do sistema durante o movimento.

Com o aumento do uso de manipuladores robóticos em diversos setores industriais, tem também aumentado os requisitos sobre sua capacidade. Um aspecto essencial para o uso eficiente de sua capacidade envolve a consideração de seu comportamento dinâmico. Movimentos que exigem potencialmente torque elevado em suas juntas não devem ser implementados, devido à limitação técnica dos atuadores normalmente disponíveis.

Além disto, um fator importante do ponto de vista econômico, é a energia requerida para a realização de determinada tarefa. Como a atividade a ser desenvolvida será repetida por várias vezes, um estudo criterioso do movimento de forma a reduzir a energia necessária em cada ciclo de operação pode resultar em uma grande economia de energia ao final de um longo período de operação.

Uma análise que atenda a estes requisitos tem sua complexidade aumentada quando o robô deve interceptar um objeto em movimento. Neste caso há mais de uma posição possível para a interceptação do objeto, pois devido ao seu movimento, sua posição dentro do espaço de trabalho é variável ao longo do tempo. Assim, a melhor posição para interceptação e o melhor instante em que isto ocorre são incógnitas do problema. Esta situação pode ser encontrada em ambiente industrial, por exemplo, quando um objeto transportado por uma esteira rolante deve ser manipulado pelo robô.

Diante deste contexto, propõe-se a otimização da potência mecânica como forma de reduzir a exigência mecânica e a energia requerida pelo sistema ao manipular um objeto em movimento. São definidos critérios de desempenho para a interceptação do objeto e para a minimização da potência mecânica durante a determinação da trajetória ótima.

A presença do objeto móvel a ser manipulado significa que a solução do problema de cinemática inversa para a especificação desta posição é variável ao longo do tempo, ou seja, há um conjunto de soluções para a cinemática inversa durante um intervalo de tempo. Determinar qual a melhor solução e o instante de tempo ótimo em que isto ocorre são aspectos que aumentam a complexidade do problema a ser analisado. Esta proposta consiste em uma extensão dos resultados apresentados em trabalhos anteriores, onde foi estabelecida uma estratégia de controle ótimo a partir do movimento especificado (Santos *et al.*, 2005) e analisado o uso do torque e potência mecânica como objetivos a serem otimizados (Santos *et al.*, 2006).

Considerando fixa a posição nos instantes inicial e final do intervalo de tempo, alguns autores discutem o uso de técnicas de controle ótimo para a minimização de índices de desempenho. No trabalho de Constantinescu and Croft (2000) é proposto o planejamento da trajetória através de uma formulação de controle ótimo do torque aplicado em cada junta de forma a minimizar o tempo total do percurso.

No trabalho proposto por von Stryk e Schlemmer (1994), faz-se uma discussão sobre o uso da potência mecânica e da energia separadamente, como índices de performance. O problema proposto é resolvido através de técnicas de controle ótimo do torque aplicado a cada junta.

Os trabalhos citados consideram estratégias distintas para a otimização de diferentes índices de performance. Entretanto, devido a possibilidade de especificação do ângulo de junta a ser atingido e do estabelecimento do valor máximo da aceleração para um manipulador industrial típico, propõe-se, no presente trabalho, a determinação da trajetória ótima através de técnicas de controle ótimo, onde o vetor de controle representa a velocidade, e o vetor de estado representa a posição correspondente.

É proposto o uso de um índice relativo à potência mecânica total, e outro relativo a proximidade com o objeto a ser manipulado, como objetivos a serem minimizados. Considera-se a análise simultânea dos objetivos através de uma formulação de programação multicritério.

2. OBJETO A SER MANIPULADO

Segundo a proposta estabelecida, deve-se determinar uma trajetória que permita ao manipulador interceptar um objeto em movimento. Supõe-se neste trabalho que a trajetória do objeto é conhecida durante toda a operação do robô. Pode-se determinar a distância entre o efetuador e o objeto através do conceito clássico de distância. Quanto à posição do obstáculo, que varia em função do tempo t , esta é representada por um ponto cartesiano $(c_x(t), c_y(t), c_z(t))$. A distância deste ponto a um ponto de referência $(x_i(q,t), y_i(q,t), z_i(q,t))$ do efetuador, também função do tempo t , de acordo com cada coordenada de junta q , pode ser obtida através da norma Euclidiana

$$d(q, t) = \sqrt{(x_i(q, t) - c_x(t))^2 + (y_i(q, t) - c_y(t))^2 + (z_i(q, t) - c_z(t))^2} \quad (1)$$

Como não há o conhecimento prévio do instante de tempo ótimo t^* e da posição ótima q^* na qual o manipulador deverá atingir o objeto, estes valores são obtidos a partir da formulação de um problema de otimização, no qual o índice de performance é dado por:

$$f_I(q, t) = \min d(q, t), \quad t_0 < t < t_f \quad (2)$$

Na situação ideal tem-se $f_I(q^*, t^*) = 0$, para alguma posição q^* e instante t^* ótimos. Entretanto, como será considerado adicionalmente o critério da potência mecânica, além da usual realização de aproximações durante o processamento numérico, em geral tem-se $f_I(q^*, t^*) < \varepsilon$.

3. MODELO DINÂMICO

A dinâmica reúne as relações entre a cinemática e a estática. Para se mover um robô ao longo de uma trajetória, os motores devem exercer forças ou torques nas juntas do mesmo. A dinâmica trata do cálculo destas forças e torques (conhecidos indistintamente como forças generalizadas), no sentido de fazer com que uma trajetória planejada seja executada, de fato, pelo efetuador do robô.

Existem várias técnicas para se modelar dinamicamente um robô industrial. O conhecimento de seu modelo dinâmico é fundamental para a simulação computacional do movimento do robô e para o projeto de seu controle (Fun *et al.*, 1987).

3.1 Torque e potência mecânica

Vários esquemas eficientes têm sido propostos para modelar a dinâmica de sistemas mecânicos multicorpos (Richard and Gosselin, 1993).

O modelo dinâmico pode se obtido explicitamente através de cálculos algébricos, ou numericamente através de cálculos iterativos.

As técnicas baseadas no método de Newton-Euler partem da dinâmica de todas as partes individuais do sistema. Elas consideram o aspecto instantâneo ou infinitesimal do movimento, fazendo uso de quantidades vetoriais como velocidade Cartesiana e força. Alternativamente, aquelas baseadas no método de Euler-Lagrange partem da análise da energia cinética e potencial do sistema completo, considerando os estados do sistema durante um intervalo de tempo finito. Este enfoque trabalha com quantidades escalares, as energias.

Independentemente do enfoque utilizado, no final do processo são determinadas as forças generalizadas, conforme descrito pela equação

$$M(q(t))\ddot{q}(t) + c(\dot{q}(t), q(t)) + g(q(t)) = u(t) \quad (3)$$

onde $q(t)$, $\dot{q}(t)$ e $\ddot{q}(t)$ são a posição, velocidade e aceleração de cada junta, respectivamente. $M(q(t))$ é a matriz de massa no espaço de junta e $c(\dot{q}(t), q(t))$ é o vetor de força de Coriolis e força centrífuga. O vetor $g(q(t))$ é o vetor das forças gravitacionais e $u(t)$ é o vetor de forças generalizadas.

Durante este trabalho, utiliza-se o método de Newton-Euler Revisado para a obtenção da força generalizada associada ao movimento do manipulador (Fun *et al.*, 1987).

A energia necessária para realizar o movimento é importante, pois além da limitação de suprimento, uma trajetória que consome menos energia leva a uma redução dos custos de operação. Diante da relação existente entre energia e força, pode-se estimar a energia mínima necessária através da força generalizada $u_i(t)$ associada a cada junta i no instante t . Neste trabalho considera-se o uso da expressão:

$$f_2 = \int_{t_0}^{t_f} \sum_{i=1}^n \left[u_i^T(t) \dot{q}_i(t) \right]^2 dt \quad (4)$$

para o cálculo da potência mecânica. A potência mecânica é uma expressão representativa por considerar simultaneamente o aspecto cinemático e dinâmico da trajetória (Saramago e Steffen, 1998).

4. PROGRAMAÇÃO MULTICRITÉRIO

Uma das formas de trabalhar com situações nas quais existem múltiplos critérios a serem considerados, é utilizar um vetor de variáveis de projeto x , que satisfaz todas as restrições e determinar um índice de performance escalar, calculado a partir das m componentes de um vetor de funções objetivo $f(x)$, tornando-o tão pequeno quanto possível. Este objetivo pode ser atingido através do problema de otimização vetorial:

$$\min_{x \in \Omega} \{ f(x) \mid h(x)=0, g(x) \leq 0 \} \quad (5)$$

onde $\Omega \subset \mathbb{R}^n$ representa o domínio da função objetivo (o espaço de projeto).

Uma característica dos problemas de otimização multicritério é que o otimizador em geral deve lidar com objetivos conflitantes (Eschenauer *et al.*, 1990). Outros autores consideram a programação de compromisso, pois não há solução única para o problema (Vanderplaats, 1999).

4.1 A formulação proposta

A especificação de um valor de referência é de fundamental importância na especificação de uma função objetivo multicritério.

Para se considerar a distância do efetuador ao objeto e a potência mecânica, simultaneamente, propõe-se a seguinte função objetivo escalar:

$$f_3(q,t) = k \frac{f_1}{f_1^0} + (1-k) \frac{f_2}{f_2^0}, \quad 0 \leq k \leq 1 \quad (6)$$

onde f_1 e f_2 são dadas pelas Equações (2) e (4), respectivamente. As constantes f_1^0 e f_2^0 são valores de referência.

Durante o processo de otimização, serão considerados diferentes fatores de ponderação. Na primeira fase, utiliza-se o valor $k=1$, de forma a considerar somente a distância entre o efetuador e o objeto como objetivo a ser minimizado, levando a uma configuração viável para a tarefa a ser executada. Esta solução é utilizada como aproximação inicial durante a segunda fase, na qual é utilizado o valor $k=0.5$ como forma de considerar o posicionamento e a potência mecânica, simultaneamente, no processo de otimização. Pode ocorrer alteração no valor do tempo ótimo t^* obtido durante a segunda fase do processo em relação àquele obtido ao término da primeira fase, pois este instante de tempo também é uma variável de projeto.

Adicionalmente, para cada uma das n juntas, têm-se as restrições de especificação inicial e final da trajetória:

$$q_i(t_0) = pos_{1,i}, i = 1, \dots, n. \quad (7)$$

$$q_i(t_f) = pos_{2,i}, i = 1, \dots, n. \quad (8)$$

e as restrições de especificação inicial e final de velocidade:

$$\dot{q}_i(t_0) = vel_{1,i}, i = 1, \dots, n. \quad (9)$$

$$\dot{q}_i(t_f) = vel_{2,i}, i = 1, \dots, n. \quad (10)$$

nos instantes de tempo inicial t_0 e tempo final t_f .

Nos experimentos numéricos, consideram-se as especificações de velocidade inicial e final nulas, o que fisicamente significa que o robô inicia o movimento a partir do repouso e o finaliza também em repouso.

5. CONTROLE ÓTIMO DE SISTEMAS DINÂMICOS

Um sistema dinâmico discreto é descrito através de um vetor de estado n -dimensional $x(i)$ em cada passo i . A escolha de um vetor de controle m -dimensional $u(i)$ determina a transição do sistema para o estado $x(i+1)$ através da relação

$$x(i+1) = f[x(i), u(i), i], \quad (11)$$

onde

$$x(0) = x_0. \quad (12)$$

Dado o número de passos N , o problema de otimização geral para este tipo de sistema consiste em determinar a seqüência de vetores de controle $u(i)$, $i=0, \dots, N-1$ que minimizam um índice de performance da forma

$$J = \phi[x(N)] + \sum_{i=0}^{N-1} L[x(i), u(i), i], \quad (13)$$

sendo N , x_0 e o funcional f , especificados.

No presente estudo, N é o número de subdivisões do intervalo de tempo $[t_0, t_f]$. O vetor x_0 representa a condição inicial, ou seja, o valor inicial de cada ângulo de junta q , e a expressão $\phi[x(N)]$ consiste em um índice de performance avaliado no instante de tempo final. De acordo com a formulação proposta, este índice é definido como a posição final a se posicionar o objeto manipulado, juntamente com a especificação de velocidade final nula.

A atualização do vetor de estado x é dada pela Equação (11), que determina a posição em coordenada de junta através da equação que determina a velocidade a partir da diferença finita da posição em diferentes instantes de tempo, ou seja

$$u(i) = \frac{x(i+h) - x(i)}{h} \Rightarrow x(i+h) = u(i)h + x(i) \quad (14)$$

É imediata a analogia entre a Equação (14) e a definição de derivada de uma função, ao se considerar o vetor de controle u como derivada do vetor de estado x . Este enfoque concorda com o conceito de velocidade, obtido a partir da derivada da função posição. Comparando a Equação (14) com a Equação (11), fazendo $h=1$, tem-se:

$$f[x(i), u(i), i] = u(i) + x(i). \quad (15)$$

O funcional $L[x(i), u(i), i]$ consiste em uma ponderação entre a potência mecânica, definida pela Equação (4), e a distância do efetuador ao objeto a ser manipulado, descrita pela Equação (2). Detalhes sobre a ponderação através de uma formulação multicritério são apresentados a seguir.

A formulação proposta consiste em um problema de otimização paramétrica com restrições de igualdade, sendo que para cada valor do vetor de controle $u(i)$ são calculados os valores do vetor de estado $x(i)$ com o objetivo de otimizar J .

Na literatura há diferentes métodos propostos para a solução deste tipo de problema. O método *Multiple Shooting* é uma ferramenta eficiente na resolução de problemas de valores de contorno altamente não lineares (von Stryk and Schlemmer, 1994). Pode-se encontrar uma descrição detalhada do mesmo, por exemplo, em Stoer and Bulirsch, (1993).

Este método oferece uma solução bastante precisa, entretanto algumas características que limitam seu uso na resolução numérica de problemas de controle ótimo são: (a) o desenvolvimento algébrico das condições necessárias de otimalidade, ou seja, das equações diferenciais adjuntas, (b) necessidade de estimação do comportamento do controle ótimo, e (c) o estabelecimento de uma aproximação inicial apropriada para as variáveis de estado e variáveis adjuntas, para se iniciar o processo iterativo.

Pode-se também utilizar métodos do tipo *Direct Collocation*, que tem por base uma aproximação finita das variáveis de controle e estado, através de discretização. Para tanto, deve-se escolher uma aproximação através de um controle contínuo, linear por partes e continuamente diferenciável. A discretização resulta em um problema de otimização não linear sujeito a restrições não lineares. As propriedades de convergência do método e detalhes sobre sua implementação são discutidas por von Stryk and Bulirsch, (1992).

Alternativamente, pode-se utilizar uma combinação de métodos diretos e indiretos, conforme proposto no trabalho de von Stryk and Schlemmer, (1994).

No trabalho atual, os resultados apresentados são computados através de um método de otimização não linear clássico, que não exige a determinação de parâmetros tais como o tamanho do passo e calcula as derivadas parciais numericamente. O algoritmo consiste em uma implementação do método das direções viáveis modificado (Vanderplaats, 1984), (Zoutendijk, 1960), presente no software DOT ® (Vanderplaats, 1995).

Os algoritmos são implementados em FORTRAN.

6. EXPERIMENTO NUMÉRICO

A Tabela 1 apresenta os parâmetros de Denavit-Hartenberg para o manipulador Elbow (Denavit and Hartenberg, 1955). A massa de cada *link* é de 10 kg. É utilizado o momento de inércia de uma barra cilíndrica para representar cada link no cálculo dos efeitos dinâmicos, de forma que $I_x = 0$, $I_y = I_z = (1/12)mL^2$, onde $L = 0.9m$ ou $L = 0.7m$ (L corresponde ao parâmetro a na Tabela 1).

Tabela 1. Parâmetros de Denavit-Hartenberg para o manipulador Elbow.

Link	a (m)	α (rad)	d (m)	θ (rad)
1	0	1.5708	0	θ_1
2	0.9	0	0	θ_2
3	0.7	0	0	θ_3

As posições inicial e final do manipulador são iguais, sendo definidas por $q_1 = -1.0 \text{ rad}$, $q_2 = 0.5 \text{ rad}$ e $q_3 = -1.57 \text{ rad}$. O objeto a ser manipulado se move horizontalmente da posição Cartesiana (1.5, 1, -0.3) até a posição (-1, 1, -0.3), e tem a geometria de um cubo com lados iguais a 0.2 m. Devido a referência utilizada para a representação do manipulador, o solo está ao nível $z = -0.5 \text{ m}$. O intervalo de tempo $t \in [0, 9] \text{ s}$ é subdividido em $N=50$ passos igualmente espaçados.

Com o uso dos parâmetros $f_1^0 = 0.1m$ e $k=1$ (Equação 6) ao se realizar a primeira fase da otimização obtêm-se uma trajetória inicial que intercepta o objeto, o que pode ser comprovado pelo valor da função objetivo, $f_l = 0.0023m$.

Utilizando a trajetória estabelecida nesta fase como aproximação inicial para a segunda fase do processo de otimização, com os parâmetros $f_1^0 = 0.1m$, $f_2^0 = 5.41 \times 10^4 \text{ Watts}$ e $k=0.5$, tem-se os valores ótimos apresentados na Tabela 2.

Tabela 2. Resultado ótimo em cada fase da otimização.

	Primeira fase da otimização	Segunda fase da otimização
Distância ao objeto f_1 (m)	0.0023	0.0053
Potência mecânica f_2 (Watts)	0.5413×10^5	0.8786×10^4
Função objetivo f_3	5.065	0.871

Ao se comparar os resultados obtidos nas diferentes fases da otimização, pode-se constatar a efetiva redução da potência mecânica e a manutenção da distância do efetuador ao objeto em um valor próximo ao estabelecido inicialmente. A Figura 1 apresenta o ajuste realizado pelo método no valor das coordenadas de junta para o estabelecimento da trajetória ótima. São representados os movimentos especificados pela trajetória inicial (primeira fase da otimização) e pela trajetória ótima (segunda fase da otimização).

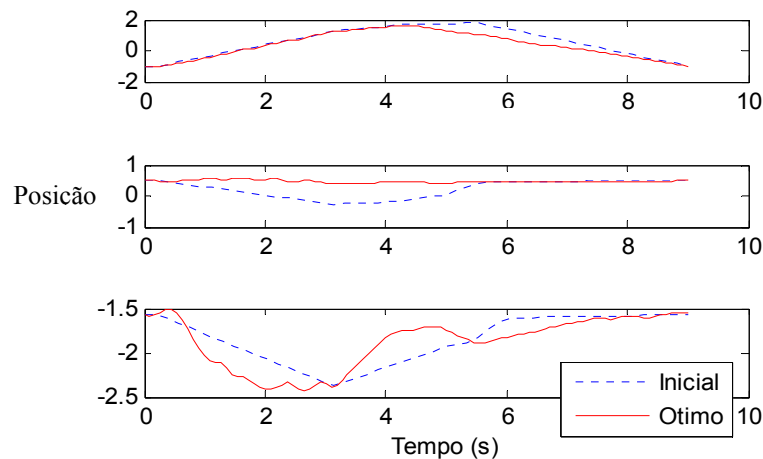


Figura 1. Coordenadas de junta durante as trajetórias (---) inicial e (—) ótima.

Pode-se verificar na figura o maior ajuste das coordenadas da segunda e terceira juntas, como tentativa de minimizar a potência mecânica durante o movimento. A Figura 2 exibe a distância entre o efetuador e o objeto ao longo das respectivas trajetórias.

Deve-se destacar que a figura informa a distância no caso em que o objeto não é apreendido pelo efetuador. Caso o efetuador agarre o objeto, considera-se que a distância entre eles será nula a partir do instante de encontro.

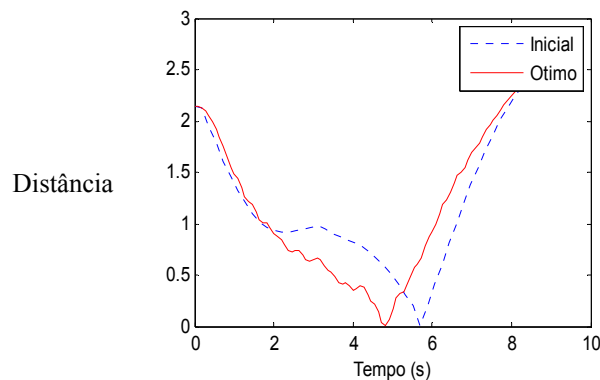


Figura 2. Distância do efetuador ao objeto durante as trajetórias (---) inicial e (—) ótima.

Observa-se um ajuste do tempo ótimo para um valor próximo de 5 segundos na trajetória ótima. Isto demonstra que o instante no qual o objeto será manipulado pelo robô é um parâmetro que contribui para a melhoria do desempenho durante o movimento.

As diferentes posições do manipulador nos instantes de tempo $t=0$, $t=1.6s$, $t=3.4s$, $t=5.3s$, $t=8.0s$ e $t=9.0s$ são apresentadas na Figura 3.

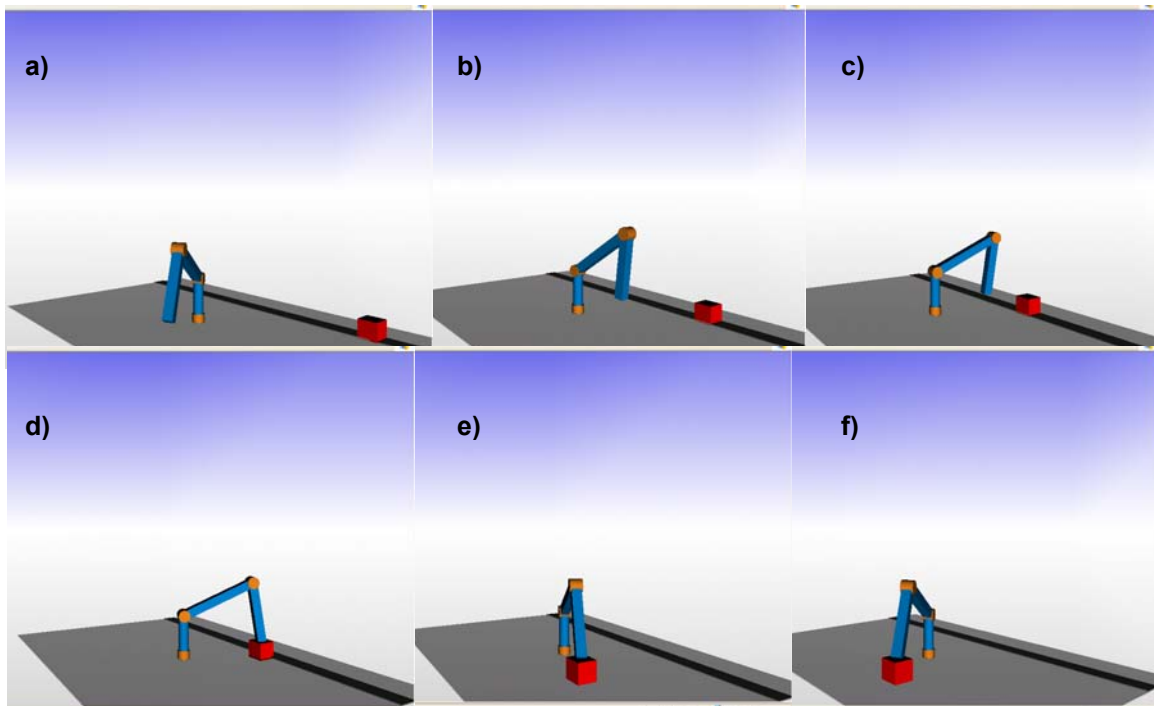


Figura 3. Posição do manipulador e do objeto em diferentes instantes de tempo.

De acordo com o movimento representado pela figura, pode-se constatar visualmente a interseção entre o efetuador e o objeto em movimento. A trajetória obtida é ótima para os fatores de ponderação especificados no início da análise. Podem-se alterar estes fatores de forma a priorizar a otimização da potência mecânica ou o encontro com o objeto. Usualmente, diferentes fatores de ponderação levam a diferentes soluções do problema de otimização.

7. CONCLUSÃO

Este estudo apresentou uma proposta para a determinação da trajetória de um robô manipulador serial que tem como tarefa a interceptação de um objeto em movimento, considerando além da interceptação, a otimização da potência mecânica necessária para a realização do movimento.

Após uma breve introdução sobre diferentes trabalhos que utilizam a teoria de controle ótimo para a determinação da trajetória de robôs, foi especificado um critério para a avaliação da distância entre o efetuador e o objeto através do conceito de norma vetorial.

A formulação proposta considera a posição e o instante de encontro como variáveis a serem determinadas durante o processo de otimização. A possibilidade de ajuste destes fatores oferece maior liberdade para o algoritmo na busca dos valores que resultam na trajetória ótima.

Em seguida, foram apresentados conceitos relativos ao cálculo da potência mecânica. Com o intuito de estabelecer um procedimento que seja apropriado para um manipulador com complexidade arbitrária, foi utilizado um método iterativo para a determinação do torque associado ao movimento.

Na sequência, apresentou-se a formulação de um problema de otimização multicritério, o qual permite a consideração de vários objetivos simultâneos. Esta formulação prevê o uso de fatores de ponderação, o que permite priorizar algum índice de performance, se o projetista assim o desejar.

O problema de otimização foi resolvido através da técnica de controle ótimo, onde a velocidade de cada coordenada de junta representa a variável de projeto.

O exemplo numérico ilustra o uso da metodologia. A primeira fase da otimização considerou o critério de interceptação do obstáculo. Esta análise leva a um projeto viável. A segunda fase da otimização utiliza este resultado como informação inicial para a determinação de uma trajetória que otimize a potência mecânica durante o movimento.

O uso da potência mecânica como índice de performance leva à otimização da velocidade e do torque simultaneamente, considerando, portanto, aspectos cinemáticos e dinâmicos do movimento.

Destaca-se que esta estratégia pode ser empregada em situações mais complexas, nas quais seja necessária a especificação da velocidade e orientação do manipulador durante o encontro com o objeto, por exemplo. Neste caso, pode-se utilizar a configuração ótima obtida como uma trajetória de referência para a realização dos ajustes requeridos. Pequenos ajustes da trajetória nas proximidades da trajetória ótima, em geral, não alteram de forma significativa o valor dos índices de performance estabelecidos.

Finalmente, destaca-se que, devido à característica altamente não linear das equações envolvidas na formulação proposta, qualquer alteração dos fatores de ponderação leva a diferentes configurações ótimas. Este procedimento permite a determinação de diferentes configurações, de acordo com a prioridade dada a cada objetivo.

8. AGRADECIMENTOS

O primeiro autor é grato a CAPES pelo suporte financeiro através do qual este trabalho foi parcialmente financiado. O terceiro autor é grato ao CNPq pelo seu auxílio à pesquisa.

9. REFERÊNCIAS

- Constantinescu, D. and Croft, E. A., 2000, "Smooth and Time-Optimal Trajectory Planning for Industrial Manipulators along Specified Paths". *Journal of Robotic Systems*, 17 (5), pp. 233-249.
- Denavit, J. and Hartenberg, R. S., 1955, "A kinematic notation for lower-pair mechanisms based on matrices", ASME, *Journal of Applied Mechanisms*, pp. 215-221.
- Eschenauer, H., Koski, J., and Osyczka, A., 1990, "Multicriteria Design Optimization", Berlin, Springer-Verlag.
- Fun, K. S., Gonzales, R. C. and Lee, C. S. G., 1987, "Robotics : control, sensing, vision, and intelligence", New York, McGraw-Hill.
- Richard, M. J. and Gosselin, C. M., 1993, A survey of simulation programs for the analysis of mechanical systems, *Math. Comput. Simul.*, 35(2), pp. 103-121.
- Santos, R. R., Saramago, S. F. P. e Steffen, Jr., V., 2005, "Otimização do Torque Aplicado pelos Atuadores de Robôs usando Técnicas de Controle Ótimo". In: 15º. Simpósio do Programa de Pós-graduação em Engenharia Mecânica, Universidade Federal de Uberlândia, Uberlândia-MG.
- Santos, R. R., Steffen, Jr., V. e Saramago, S. F. P., 2006, "Técnicas de Controle Ótimo Multicritério Aplicadas à Otimização de Aspectos Dinâmicos no Planejamento de Trajetórias de Robôs Manipuladores". In: VII Simpósio de Mecânica Computacional, 2006, Araxá-MG.
- Saramago, S. F. P. and Steffen Jr., V., 1998, "Optimization of the Trajectory Planning of Robot Manipulators Taking Into-Account The Dynamics of the System", *Mechanism and Machine Theory*, Vol. 33, No. 7, pp. 883-894.
- Stoer, J. and Bulirsch, R., 1993, "Introduction to Numerical Analysis". 2nd edition, Springer.
- Vanderplaats, G. N., 1984, "An Efficient Feasible Direction Algorithm for Design Synthesis". *AIAA Journal*, Vol. 22, No. 11.
- Vanderplaats, G. N., 1995, "DOT - Design Optimization Tools Program", Vanderplaats Research & Development, Inc, Colorado Springs.

- Vanderplaats, G. N., 1999, "Numerical Optimization Techniques for Engineering Design". 3rd edition, VR&D Inc.
- von Stryk, O. and Bulirsch, R., 1992, "Direct and Indirect Methods for trajectory optimization". In: Annals of Operations Research. v. 37, pp. 357-373.
- von Stryk, O. and Schlemmer, M., 1994, "Optimal Control of the Industrial Robot Manutec r3". *Computational Optimal Control*, International Series of Numerical Mathematics 115, pp. 367-382.
- Zoutendijk, G., 1960, "Methods of Feasible Directions". Elsevier.

OPTIMAL ROBOTIC MANIPULATOR PATH PLANNING WHILE INTERCEPTING MOVING OBJECTS

Rogério Rodrigues dos Santos

School of Mechanical Engineering, Federal University of Uberlândia
Av. João Naves de Ávila, 2160 - Campus Santa Mônica - Bloco 1M - Uberlândia/MG
rrsantos@mecanica.ufu.br

Sezimária de Fátima Pereira Saramago

Faculty of Mathematics, Federal University of Uberlândia
saramago@ufu.br

Valder Steffen Jr.

School of Mechanical Engineering, Federal University of Uberlândia
vsteffen@mecanica.ufu.br

Abstract: *Robot manipulators are programmable devices designed to execute a great variety of tasks in a repetitive way. In industrial environment, while productivity increases, cost reduction associated with robotic operation and maintenance can sometimes be obtained as a result of decreasing the values of dynamic quantities with respect to a specific task. Furthermore, this procedure allows the execution of various tasks that require maximum system performance, increasing its versatility. In the present contribution, a study concerning the optimal path planning while intercepting a moving object is presented, through the evaluation of performance indexes associated with both the robot dynamics and the object movement. To obtain the solution, the concepts of optimal control and nonlinear programming are used. The minimization of the total mechanical power and the distance between the end-effector and the object are proposed through a multicriteria optimization formulation, where the optimization process obtains the intercepting optimal time. The presented numerical result shows the viability of the proposed methodology to analyze complex robotic systems.*

Keywords: *robot path planning, multicriteria optimal control, articulated system dynamics.*