

PROPOSTA DE UMA METODOLOGIA MODULAR PARA A MODELAGEM E SIMULAÇÃO DE SISTEMAS MECÂNICOS

Fábio Magalhães Ferreira

kalabiyaw@yahoo.com.br

Fernando Ribeiro da Silva

d4fernan@ime.eb.br

Instituto Militar de Engenharia – SE/4
Pç. Gal. Tibúrcio, 80, Praia Vermelha
CEP 22.290-270 – Rio de Janeiro - RJ

Resumo: A área de dinâmica de sistemas tem como objetivo o estudo de sistemas em suas fases transientes e estacionárias. Os modelos matemáticos desses sistemas têm sido obtidos através de leis fundamentais e metodologias de equacionamento específicas de cada ramo da ciência. Este procedimento não é um atrativo para as atividades industriais hoje em dia, que fazem uso de pacotes computacionais caros e restritos por necessitarem de abordagens que tornam os modelos o mais realista e reutilizáveis possíveis, de maneira direta e sem demasiado gasto de tempo. Desta forma, é proposta neste trabalho uma metodologia de modelagem e simulação de sistemas físicos (mecânicos), no qual se constrói diagrama de blocos baseado na técnica dos grafos de ligações. Os blocos são diretamente relacionados aos componentes físicos do sistema que representa, com suas relações constitutivas previamente definidas, e em seguida montados de acordo com as relações de compatibilidade e de continuidade do sistema, dadas pelos elementos de junções do grafo. Nota-se que dessa maneira é possível modelar e simular um sistema dinâmico apenas trabalhando de maneira predominantemente gráfica, equacionando-se apenas a chamada matriz de estrutura de junção, que descreve a topologia do sistema relacionando seus elementos, também confere uma grande condensação à representação, por ser possível se descrever qualquer sistema com um número muito reduzido de blocos. Um exemplo de sistema mecânico é proposto e simulado em Matlab/ Simulink®.

Palavras-chave: Grafos de Ligação, Sistemas Dinâmicos, Estrutura de Junção, Dinâmica Veicular.

1. INTRODUÇÃO

A evolução científica e tecnológica do mundo moderno tem exigido de engenheiros e pesquisadores uma especial dedicação à área de Dinâmica de Sistemas. Particularmente, a técnica dos *Grafos de Ligação* (Karnopp *et al.*, 1990; Broenink, 2000) tem se apresentado nos últimos anos como bastante atrativa para os mais variados tipos de problemas, nas mais diversas áreas do conhecimento, principalmente pela sua característica generalizada e também modular.

Tendo em vista a modularidade dessa técnica, é possível se imaginar um procedimento de modelamento de sistemas físicos, orientado ao objeto, onde se constrói diagrama de blocos baseado no grafo de ligação do sistema para se obter sua resposta dinâmica, dadas as condições iniciais e as entradas do sistema. Esse diagrama de blocos pode ser implementado em qualquer pacote de processamento de sinal como, por exemplo, o *Matlab/ Simulink®* (Mathworks, 2000). Em geral, os diagramas de blocos são úteis para se visualizar as relações constitutivas dos componentes de um sistema bem como a interação entre eles, permitindo estudar o “fluxo de sinais” bem como visualizar a topologia do sistema.

Este trabalho se propõe apresentar um procedimento de modelagem e simulação de sistemas dinâmicos utilizando grafos multiligação, que são uma representação vetorial mais compacta dos grafos de ligação (Breedveld, 1984; 1985). Neste procedimento, o grafo de ligação representativo de um sistema é inteiramente convertido em diagrama de bloco, onde seus elementos são dispostos segundo uma topologia baseada nas características desses elementos, e mantendo-se portanto todas as propriedades do grafo, porém sem a necessidade de se equacionar diretamente o modelo de estado do sistema (estando este implicitamente descrito pelo diagrama de blocos). As relações de continuidade do sistema e de compatibilidade entre elementos são descritas numa forma matricial denominada *estrutura de junção*. Este trabalho tem dois propósitos principais: 1 – discutir o procedimento modular descrito acima, aliado à simplificação na representação propiciada pela notação vetorial do grafo multiligação, demonstrando-o para o caso de dinâmica de sistema mecânico (automotivo) e; 2 – introduzir o emprego de blocos de estrutura de junção e campos generalizados para a simulação de sistemas dinâmicos em geral. Assim, na próxima seção é introduzido o conceito de estrutura de junção, no qual se baseia a proposta do trabalho. Depois será feita uma discussão acerca da modelagem da dinâmica de um veículo plano a fim de se demonstrar o procedimento de modelagem-simulação aqui proposto. Para tanto, será construído também o modelo de estado pelo equacionamento clássico da técnica dos Grafos de Ligação com o propósito de se fazer uma comparação com a abordagem de modelamento em diagrama de blocos. Por final, são apresentadas as respostas do sistema obtidas pelas duas abordagens.

2. ESTRUTURA DE JUNÇÃO.

A estrutura de junção é um elemento generalizado multiporta, que se caracteriza pela reunião dos elementos 0 , 1 , TF , GY , MTF e MGY . Assim como seus componentes, a estrutura de junção também conserva potência. De acordo com Rosenberg (1971), todo grafo de ligação pode ser representado esquematicamente como mostrado na Fig. (1), onde são mostrados os campos característicos armazenadores dependentes e independentes, o campo dissipador, o campo de fontes e a estrutura de junção, assim como os vetores associados às suas principais variáveis. Por meio desta representação, é possível observar que qualquer sistema físico pode ser descrito por até cinco blocos, que contêm elementos de mesma característica. Isto pode ser bastante interessante principalmente quando são considerados sistemas complexos. Tem-se uma estratégia muito eficaz de modelagem através da descrição de todo um sistema pela descrição de suas partes.

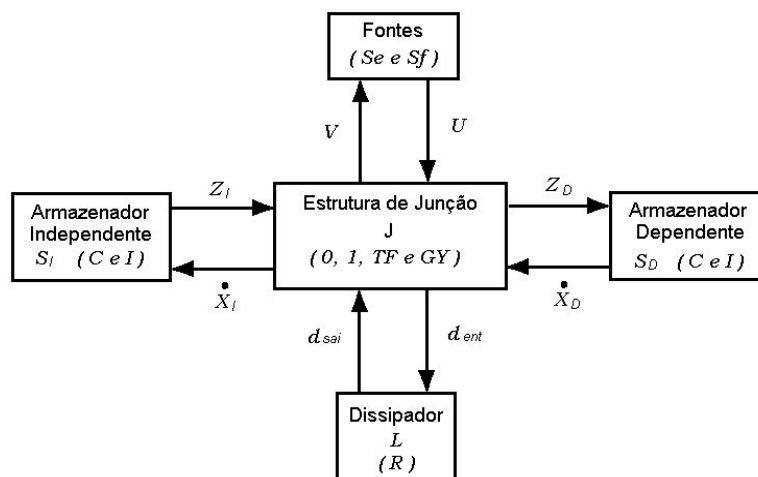


Figura 1. Elementos multiportas.

O particionamento do grafo de ligação nos campos descritos acima é útil também para a obtenção das equações de estado de um sistema automaticamente por meio de um algoritmo (Rosenberg, 1972), ainda que a construção manual da matriz de estrutura de junção seja facilmente

realizável. A metodologia de equacionamento faz uso das equações constitutivas que descrevem os campos característicos e a estrutura de junção, dados por matrizes quadradas. As entradas do sistema são reunidas no campo das entradas e associadas ao vetor U que entra na estrutura de junção; o campo armazenador independente, associado ao vetor Z_I , engloba todas as inércias e capacitores com causalidade integral; o campo armazenador dependente, associado ao vetor X_D , engloba todas as inércias e capacitores com causalidade diferencial; e o campo dissipador, associado ao vetor d_{sai} , que engloba todos os elementos dissipadores, com qualquer causalidade.

Com essas definições, e com o equacionamento da estrutura de junção segundo esta topologia, é possível descrever um sistema dinâmico na forma da Eq. (1)

$$\begin{Bmatrix} V \\ X_I \\ Z_D \\ d_{ent} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} J_{UU} & J_{UI} & J_{UD} & J_{UL} \\ J_{IU} & J_{II} & J_{ID} & J_{IL} \\ J_{DU} & J_{DI} & J_{DD} & J_{DL} \\ J_{LU} & J_{LI} & J_{LD} & J_{LL} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} U \\ Z_I \\ X_D \\ d_{sai} \end{Bmatrix} \quad (1)$$

que caracteriza a chamada matriz estrutura de junção $[J]$. A seguir será discutida a expansão de grafos de ligação em diagramas de blocos pela formulação sintetizada na Eq. (1), com o emprego de um caso típico de análise de dinâmica veicular, conforme feito em trabalhos anteriores (Martinez, 1991; Ferreira e Da Silva, 2005) segundo outras abordagens.

3. ESTUDO DA ESTABILIDADE EM UM MODELO DE VEÍCULO PLANO.

Agora um exemplo de aplicação da metodologia de modelagem e simulação modular será estudado. O modelo analisa a rolagem do veículo ao passar sobre um obstáculo oblíquo à direção de deslocamento. As duas suspensões que aparecem na Fig. (2) referem-se às suspensões do lado direito e do esquerdo, e existe simetria do veículo em relação ao eixo x , ou seja, as distâncias do centro de massa do chassi (CM) até as suspensões são iguais.

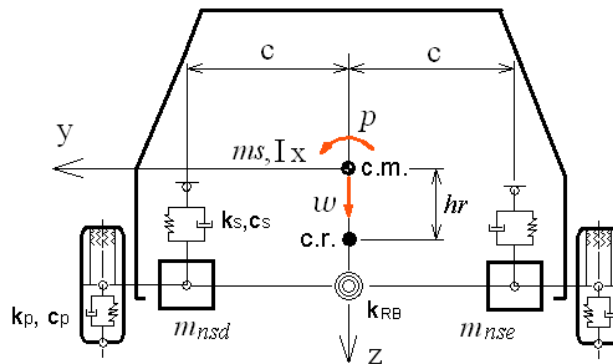


Figura 2. Modelo plano para a análise da estabilidade veicular segundo a rolagem.

Ainda neste exemplo, são considerados os efeitos da presença de uma barra anti-rolagem entre as suspensões, que é utilizada no veículo para reduzir o efeito da rolagem do chassi, principalmente quando da realização de curvas pelo veículo, a fim de aumentar a sua estabilidade e o conforto dos passageiros.

Neste modelo plano, considera-se o movimento de rolagem como ocorrendo em torno de um centro de rolagem, situado a uma distância h_r abaixo do CM. A localização do eixo de rolagem do veículo depende exclusivamente das características geométricas da suspensão do veículo. No modelo proposto considera-se a massa suspensa do veículo como sendo uma barra rígida, com massa concentrada no centro de massa. A massa suspensa possui dois graus de liberdade, um de

translação na direção z e outro de rotação em torno do eixo x (rolagem). Algumas simplificações do modelo devem ser definidas como:

- o chassi realiza pequenos deslocamentos, de modo que as distâncias dos pontos de aplicação das forças ao CM se mantêm constante;
- o movimento de rolagem ocorre em torno de um eixo longitudinal que passa pelo “centro de rolagem”, situado a uma distância hr abaixo do CM do veículo;
- os pneus são representados pelos seus efeitos de flexibilidade e de amortecimento, numa aproximação linear;

O grafo multiligação deste modelo, mostrado na Fig. (3), reúne todas as características de interesse do veículo para a simulação. São representados os campos dissipadores e de flexibilidades dos pneus e suspensões R_p e R_s , C_p e C_s , respectivamente; o campo inercial relativo às massas não-suspensa I_s e suspensão (chassi) I_v ; o transformador $\mathbf{TF}_1$ relaciona os movimentos angulares com os lineares do chassi, e o transformador $\mathbf{TF}_2$ que nada mais é do que o teorema dos eixos paralelos (momento do eixo de rolagem transferido para o eixo x), na notação dos grafos de ligação. Ainda na Fig. (3), o campo capacitivo C_{RB} vinculado à ligação número 18 do grafo introduz o efeito da barra anti-rolagem ao sistema. A fonte de fluxo S_f se refere a velocidades nas rodas esquerda e direita devido à passagem do veículo obliquamente sobre um obstáculo, como por exemplo, um quebra-molas. Cada multiligação, neste caso, representa a passagem de dois pares sinais escalares em cada sentido, o que traz uma importante vantagem que é a redução do número de elementos no grafo e conseqüentemente a redução do número de blocos de elementos básicos devido à condensação da descrição dos campos dos elementos do grafo, que são constituídos de simples matrizes diagonais.

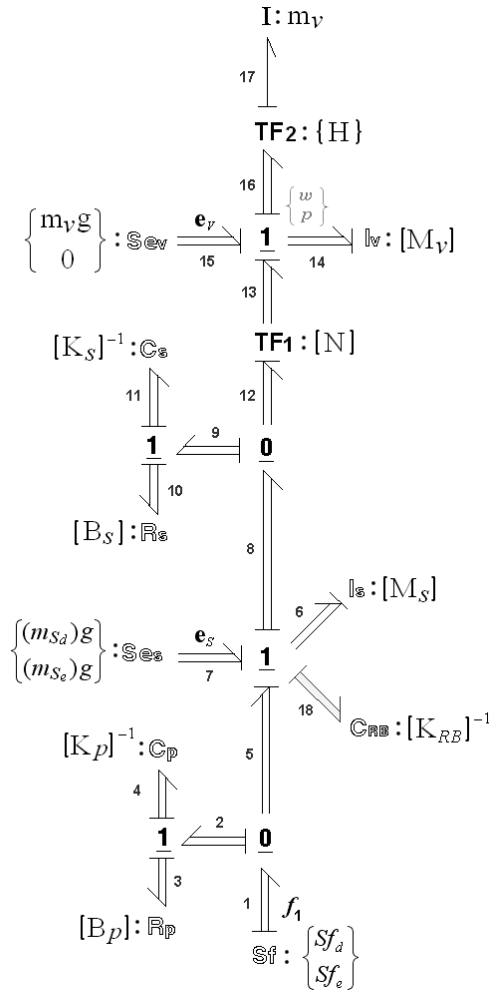


Figura 3. Grafo de ligação da dinâmica do veículo.

Os parâmetros de simulação utilizados estão listados na Tab. (1).

Tabela 1. Parâmetros de simulação do veículo.

Parâmetros	Valores
<i>Veículo</i>	
Meia-distância entre eixos (c)	0,80 m
Distância vertical CM – eixo de rolagem (h_r)	0,25 m
Massa suspensa (m_v)	1.500 kg
Momento de inércia no eixo de rolagem (I_x)	2.000 kg m ²
<i>Suspensão</i>	
Rigidez equivalente (k_s)	20.000 N/m
Rigidez da barra anti-rolagem (k_{RB})	75.000 N/m
Coeficiente de amortecimento (b_s)	1.750 Ns/m
<i>Pneu</i>	
Massa não-suspensa (m_s)	200 kg
Rigidez (k_p)	80.000 N/m
Coeficiente de amortecimento (b_p)	20.000 Ns/m

Com base no grafo de ligação deste sistema é possível se obter as suas respostas devidas a condições iniciais e entradas (esforço e/ou fluxo), o que será feito pelo procedimento clássico de montagem das equações de estado da técnica e, em seguida, pela abordagem proposta neste trabalho – pelo fluxo de sinais com a montagem direta do diagrama de blocos a partir do grafo.

3.1. Equacionamento do Modelo de Estado

O modelo de estado do sistema é dado pela Eq. (2). Nesta equação, além das matrizes de estado A e de compatibilidade de entradas $\bar{B}$, tem-se uma matriz M denominada “matriz de massa” do sistema. Tal matriz é uma identidade no caso de sistemas explícitos, mas se torna singular em casos em que haja dependências entre variáveis do sistema.

$$M\dot{X} = AX + \bar{B}U \quad (2)$$

Como o modelo em estudo apresenta uma dependência (inércia associada à ligação número 17 com causalidade diferencial) é preciso adicionar ao vetor de estado X uma variável de semi-estado que neste caso é a derivada de um dos estados do sistema ($\dot{p}_{14}$). O modelo do sistema assim montado possui cinco variáveis de estados e uma variável de semi-estado, que expressa a dependência nesta variável, como listadas no vetor da Eq. (3).

$$\dot{X} = [\dot{p}_6 \ \dot{p}_{14} \ \dot{q}_4 \ \dot{q}_{11} \ \dot{q}_{18} \ \dot{p}_{14}]^T \quad (3)$$

Da Equação (4) à Equação (9) são apresentadas as matrizes diagonais características do chassi do veículo (massa suspensa), das suspensões e dos pneus. Os subscritos s são relativos às suspensões, v ao chassi, p aos pneus, d ao componente do lado direito e e ao componente esquerdo.

$$M_v = \text{diag}(m_v, I_x) \quad (4)$$

$$M_s = \text{diag}(m_{s_d}, m_{s_e}) \quad (5)$$

$$B_s = \text{diag}(b_{s_d}, b_{s_e}) \quad (6)$$

Van Dijk e Breedveld (1991) demonstraram a viabilidade de se utilizar rotinas explícitas aplicadas normalmente a problemas stiff para a solução de sistemas de equações implícitas em modelos com dependência deste tipo. A resolução de um sistema com dependências por meio da construção e simulação do modelo implícito de equações de estado (EDA) só pode ser feita com métodos de integração implícitos ou algoritmos stiff, para EDA com índice menor que 2. Modelos explícitos podem ser simulados tanto com métodos de integração explícitos e implícitos. Muitas vezes, métodos de integração implícitos requerem maiores tempos computacionais do que os explícitos. Na simulação em fluxo de sinais, no entanto, mesmo sistemas com dependências entre variáveis são melhores simulados por algoritmos explícitos, isto devido ao fato de que as dependências algébricas são automaticamente contornadas por meio de atrasos de sinais, o que adiciona vantagem à simulação via diagrama de blocos (Ferreira, 2006).

3.2 Diagrama de Blocos em Estrutura de Junção

Seguindo o procedimento modular proposto, o grafo de ligação representativo do sistema da Fig. (3) é traduzido no diagrama de bloco mostrado na Fig. (4). Todo o equacionamento nesta abordagem se resume à montagem da matriz de estrutura de junção $[J]$ da Eq. (16), e na disposição dos blocos representativos dos elementos do grafo segundo sua topologia conforme a Eq. (1), o que define as relações de compatibilidade e de continuidade entre os elementos permitindo a completa descrição da dinâmica do sistema. A matriz $[J]$ pode ser manualmente montada pela simples observação do grafo, mas também por meio de procedimento automático (Rosenberg, 1972).

$$\begin{Bmatrix} f_{15} \\ f_7 \\ e_1 \\ e_{14} \\ e_6 \\ f_{11} \\ f_4 \\ f_{18} \\ f_{17} \\ f_{10} \\ f_3 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & I_2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & I_2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & I_2 & 0 & 0 & 0 & I_2 \\ I_2 & 0 & 0 & 0 & 0 & [N]^T & 0 & 0 & -\{H\}^T & [N]^T & 0 \\ 0 & I_2 & 0 & 0 & 0 & -I_2 & I_2 & -I_2 & 0 & -I_2 & I_2 \\ 0 & 0 & 0 & -[N] & I_2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & I_2 & 0 & -I_2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & I_2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \{H\} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -[N] & I_2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & I_2 & 0 & -I_2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} e_{15} \\ e_7 \\ f_1 \\ f_{14} \\ f_6 \\ e_{11} \\ e_4 \\ e_{18} \\ e_{17} \\ e_{10} \\ e_3 \end{Bmatrix} \quad (16)$$

O modelo em diagrama de blocos da Fig. (4) pode ser simulado computacionalmente por pacotes de simulação de sistemas. Neste trabalho utilizou-se o Matlab/ Simulink®.

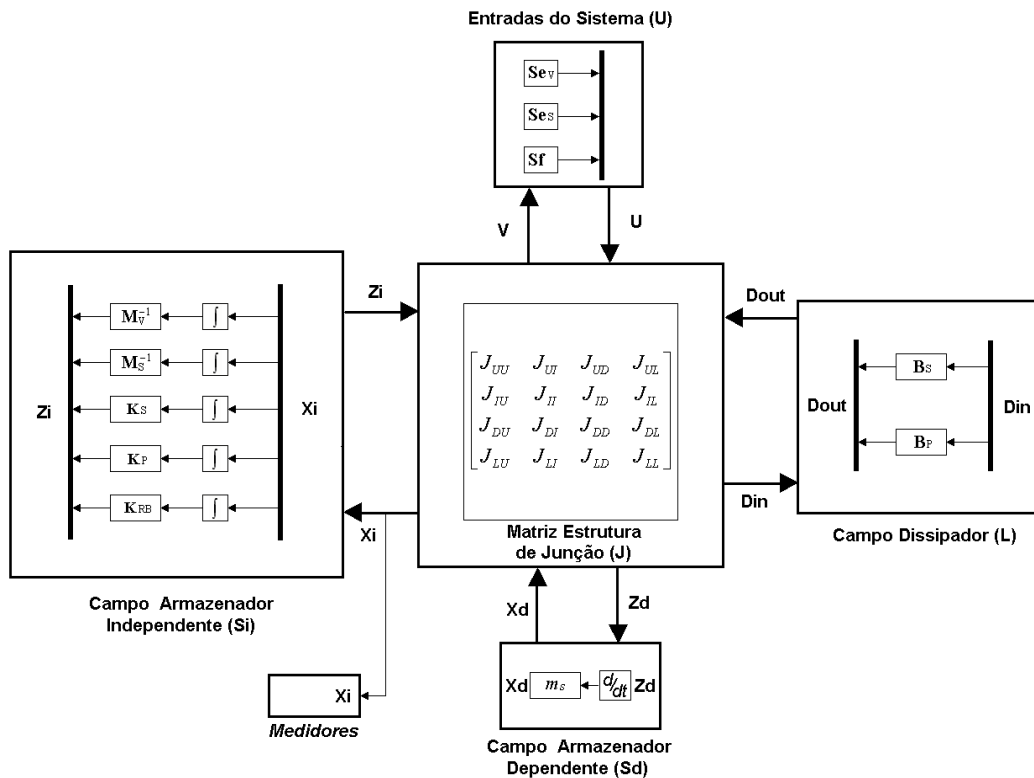


Figura 4. Diagrama de blocos do sistema com bloco de estrutura de junção.

O processo de obtenção de respostas em si também é facilmente feito identificando-se nos sinais entre componentes e subsistemas as variáveis de interesse e adicionando-se ali um dispositivo de saída, o que facilita também a realização de vários estudos num mesmo modelo em diagrama de blocos. e também porque os eventuais reparos, alterações e correções no modelo devido a erros podem ser verificados visualmente no diagrama de blocos no local onde estes ocorrem (Dabney e Harman, 2003). Tanto na simulação via equacionamento como em fluxo de sinais, um método de integração numérica apropriado deve ser escolhido, ou seja, aquele que minimiza o trabalho computacional e que mantém o resultado dentro de uma especificada margem de erro.

4. RESPOSTAS DO SISTEMA

A Figura (5) mostra como são aplicadas as excitações de base nas rodas, pela velocidade de deslocamento das rodas devido à passagem por um obstáculo oblíquo à direção de deslocamento. Esta passagem provoca uma aceleração do chassi na direção vertical como na Fig. (6).

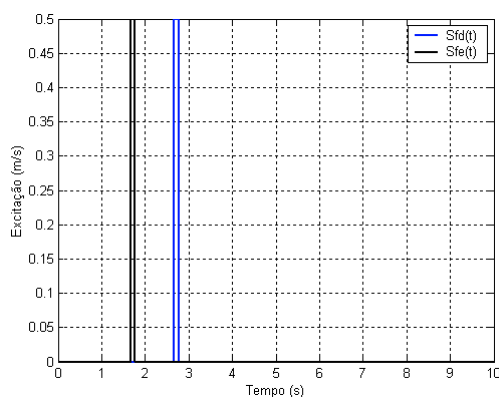


Figura 5. Excitações de base nas rodas esquerda (em preto) e direita (em azul).

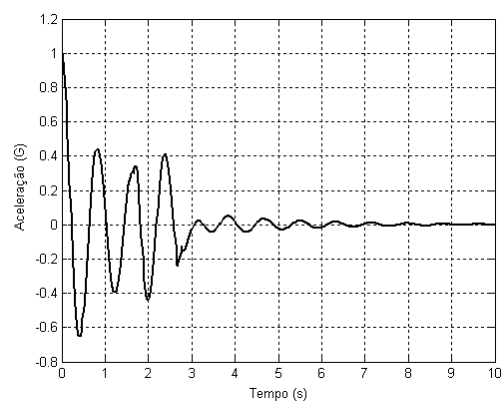


Figura 6. Aceleração do CM do chassi, em múltiplo da aceleração da gravidade.

A Figura (7) mostra o comportamento do veículo segundo a rolagem, e a Fig. (8) mostra o comportamento quanto ao deslocamento vertical do CM do veículo.

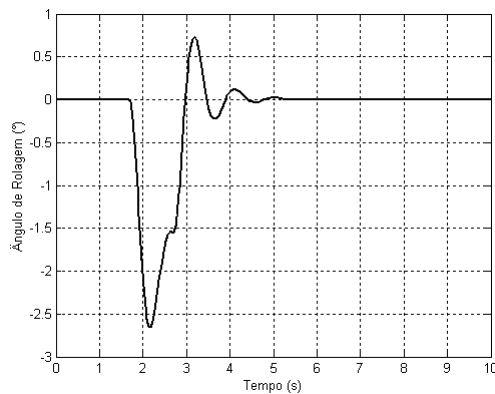


Figura 7. Ângulo de rolagem do chassi.

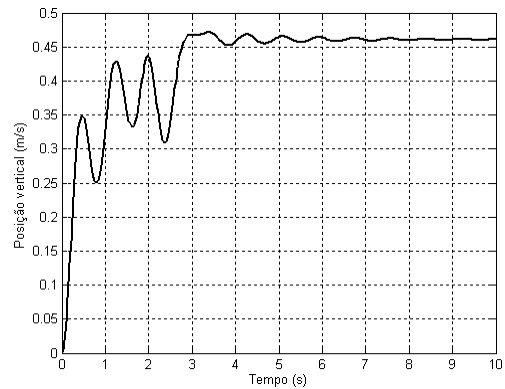


Figura 8. Deslocamento vertical.

A simulação do modelo por ambas as abordagens fornece as mesmas respostas, pois se trata do mesmo sistema e da mesma técnica empregada nos modelos. Verificou-se, no entanto, ser a simulação do diagrama de blocos mais rápida do que a solução direta das equações. Isto porque uma parte do cálculo para a resposta do sistema é feita previamente na montagem da matriz [J].

5. CONCLUSÕES

Foi apresentado neste trabalho um procedimento de modelagem modular de sistemas físicos, que emprega a construção de diagrama de blocos baseado em grafos de ligações, preservando as características generalizada e modular desta técnica. Esta metodologia apresenta uma série de vantagens como: a possibilidade de implementação em softwares gerais como o Simulink®, que é uma opção ao uso de pacotes caros e específicos para certos domínios ou áreas (dinâmica, estrutural, térmico, etc.), e que possui uma vasta coleção de blocos básicos que ampliam as possibilidades e a flexibilidade do processo de modelamento, o que também leva a uma fácil adaptação às necessidades do usuário; razoável ganho de tempo na construção e simulação de modelos mais complexos, pois é feita de maneira direta trabalhando-se predominantemente com representações gráficas (esquema do modelo → grafo de ligação → diagrama de blocos → gráficos das respostas); e facilidade na construção, na alteração e no reparo do modelo. Ainda, grande simplificação do diagrama de blocos pode ser obtida ao se utilizar a forma multiligação dos grafos, que permite reduzir o número de elementos no grafo pela generalização vetorial destes; e também ao se empregar blocos de estrutura de junção, que permite a descrição de qualquer sistema físico com a utilização de um número reduzido de blocos. Tais características sugerem a viabilidade do uso do procedimento modular em aplicações industriais com sistemas de qualquer complexidade.

6. AGRADECIMENTOS

Os autores gostariam de agradecer ao CNPq pelo fomento provido.

7. REFERÊNCIAS

- Breedveld, P. C., 1984. "Decomposition of Multiport Elements in a Revised Multibond Graph Notation". Journal of the Franklin Institute, Vol. 318, No. 4, pp. 253 – 273.
- Breedveld, P. C., 1985. "Multibond Graph Elements in Physical Systems Theory". Journal of the Franklin Institute, Vol. 319, No. 1/2, pp. 1 – 36.
- Broenink, J. F., 2000. "Introduction to Physical Systems Modelling with Bond Graphs", University of Twente, Enschede, Netherlands.

- Dabney, J. B., Harman, T. L., 2003. "Mastering Simulink", Prentice Hall, ISBN 0-13-017085-2.
- Ferreira, F. M., Da Silva, F. R., 2005. "Análise da Dinâmica Lateral, Trajetória e Estabilidade de Veículos Através de uma Técnica de Modelamento Modular Generalizada". In: SAE Brasil 2005, São Paulo, Brazil, Paper No. 2005010380.
- Ferreira, F. M., 2006. "Modelagem de Sistemas Mecânicos Utilizando Procedimentos Modulares", Dissertação de Mestrado, IME, Rio de Janeiro, Brazil.
- Karnopp, D. C., Margolis, D. L., Rosenberg, R. C., 1990. "System Dynamics: A Unified Approach". John Wiley & Sons, New York.
- Martinez, J. F., 1991. "Modelos para Análise do Comportamento Dinâmico de Veículos sobre Suspensão", Dissertação de Mestrado, IME, Rio de Janeiro, Brasil.
- Mathworks Inc, 2000. "Matlab® 6 User's Guide". Massachusetts, USA.
- Rosenberg, R., C., 1971. "State-space Formulation for Bond-graph Models of Multiport Systems", Dynamic Systems, Measurement, and control, ASME, Vol. 93, No. 1, pp. 35-40.
- Rosenberg, R., C., 1972. "Multiport Models in Mechanics", Dynamic Systems, Measurement, and control, ASME, Vol. 94, No. 3, pp. 206-212.
- Van Dijk, J., Breedveld, P. C., 1991. "Simulation of System Models Containing Zero-order Causal Paths—I. Classification of Zero-order Causal Paths, Journal of the Franklin Institute", Vol. 328, No. 5-6, pp. 959-979.

8. DIREITOS AUTORAIS

Os autores são os únicos responsáveis pelo conteúdo do material impresso incluído neste trabalho.

PROPOSAL OF A MODULAR METHODOLOGY FOR THE MODELLING AND SIMULATION OF MECHANICAL SYSTEMS

Fábio Magalhães Ferreira

kalabiyaw@yahoo.com.br

Fernando Ribeiro da Silva

d4fernan@ime.eb.br

Instituto Militar de Engenharia – SE/4

Pç. Gal. Tibúrcio, 80, Praia Vermelha

ZIP Cod.: 22.290–270 – Rio de Janeiro - RJ

Abstract. *System dynamics has as its main aim the study of systems in its transients and steady phases. Mathematical models of these systems have been obtained through fundamental laws and equationing methodology that are specific of each branches of the science. Such procedure is not so attractive for industrial activities nowadays, which uses expensive, restrict computational packages, and for the need to an approach that lead models the more realistic and reusable as possible, in a straightforward way and without much time expense. So, it is proposed in this work an object-oriented physical systems modeling procedure in which block diagrams are built, based system's bond-graph, for system's dynamical responses determination. Blocks are directly related with system's physical components, with its constitutive relations previously defined. Compatibility and continuity relations are given by the bond-graph junctions' elements. It is noticed that with this procedure it is possible to simulate a dynamic system working only graphically with the elements that compose a system, equating only the so-called junction structure matrix, which describes systems' topology relating its elements. This approach also confers a great condensation to the representation, as it makes possible to describe any system by using a much reduced number of blocks. An example of a mechanical system is proposed and simulated in Matlab/ Simulink®.*

Keywords: Bond Graphs, Dynamical Systems, Junction Structure, Vehicular Dynamics