



TÉCNICAS DE ANÁLISE DE CONFIABILIDADE: ESTADO DA ARTE E APLICAÇÕES

Jhojan Enrique Rojas Flores

Domingos Alves Rade

Faculdade de Engenharia Mecânica, Universidade Federal de Uberlândia, Av. João Naves de Ávila 2121 – Campus Santa Mônica – CP 593 – CEP 38400 902 – Uberlândia/MG - Brasil.

jerojas@mecanica.ufu.br

domingos@ufu.br

Resumo: *A análise de confiabilidade visa encontrar a melhor relação entre custo e segurança e fornecer diretrizes para a elaboração de projetos ótimos, levando-se em conta a aleatoriedade dos parâmetros físicos e/ou geométricos do sistema e das solicitações externas. Este trabalho apresenta uma revisão bibliográfica dos fundamentos de análise de confiabilidade e sua aplicação a sistemas estruturais. São descritos resumidamente os principais métodos de estimativa do índice de confiabilidade, dentre os quais se destacam os métodos de aproximação de primeira e segunda ordem. Diferentes graus de complexidade e abrangência no tratamento das variáveis aleatórias são ilustrados nas simulações numéricas. Através da implementação destes algoritmos são reproduzidos os resultados de problemas estudados na literatura.*

Palavras-chave: *Análise de confiabilidade, FORM, SORM, índice de confiabilidade.*

1. INTRODUÇÃO

Uma das principais atribuições da Engenharia é estabelecer diretrizes de projeto para que um determinado sistema atenda a critérios de desempenho, segurança, funcionalidade, durabilidade e outros previamente estabelecidos. É conhecido o fato de que o projeto e realização de sistemas estruturais complexos envolvem diferentes tipos de incertezas, tais como as aquelas presentes:

- nos valores dos parâmetros físicos e/ou geométricos do sistema;
- nas condições de contorno;
- nas condições de carregamento.

Existe uma clara tendência atual de se contemplar, nos procedimentos de análise estrutural, as incertezas presentes, substituindo-se análises determinísticas por análises probabilísticas ou de confiabilidade (Schueller, 2000). Neste sentido, a análise de confiabilidade tem como principal objetivo definir a margem de segurança a ser utilizada na definição dos parâmetros de projeto e fornecer informações suficientes para a elaboração de projetos ótimos através da identificação e quantificação das incertezas paramétricas empregando diferentes aproximações.

Este trabalho apresenta os fundamentos de análise de confiabilidade através da descrição dos métodos de primeira e segunda ordem de determinação do índice de confiabilidade e de resultados de simulações numéricas.

2. FUNDAMENTOS DE ANÁLISE DE CONFIABILIDADE

O atendimento dos requerimentos básicos dos projetos de engenharia na presença de incertezas não é uma tarefa simples. Esta necessidade levou a Freudenthal (1956) a criar o conceito de projeto baseado em risco, o qual será resumidamente apresentado nesta seção.

Uma vez que os parâmetros de interesse da engenharia possuem certo grau de incerteza é conveniente considerá-los como variáveis aleatórias. Conseqüentemente, o desempenho satisfatório do sistema não poderá ser absolutamente assegurado, mas poderá ser expresso em termos da probabilidade de que algum critério de desempenho seja atendido. Na terminologia da engenharia, esta probabilidade é denominada de confiabilidade. O inverso de confiabilidade é a probabilidade de falha (risco).

Confiabilidade é definida, portanto, como a probabilidade relacionada à perfeita operação (dentro dos limites especificados de projeto) de um determinado sistema durante um período de tempo definido (conhecido como tempo de vida útil) nas suas condições normais de utilização. Esta definição requer a consideração dos seguintes fatores:

- definição das condições de operação em que o sistema deve funcionar;
- quantificação de confiabilidade em termos de probabilidades;
- definição do desempenho exigido ao sistema em função das condições de operação;
- especificação do tempo de operação exigido entre as falhas;

A análise de confiabilidade utiliza a informação das incertezas do sistema, as quais podem ser classificadas em: cognitivas (qualitativas) e não-cognitivas (quantitativas). As cognitivas são produto de abstrações intelectuais da realidade como: definição de parâmetros, fatores humanos e definição de inter-relações entre os parâmetros dos problemas em sistemas complexos. As não-cognitivas são decorrentes da aleatoriedade inerente a toda observação física, incertezas estatísticas, falta de precisão da informação e modelagem de incertezas.

De acordo com Haldar e Mahadevan (2000a e 2000b), o primeiro procedimento da análise de confiabilidade de uma estrutura é definir o(s) critério(s) de desempenho, as variáveis de projeto X_i e as relações (explícitas e/ou implícitas) das variáveis com a função de desempenho. Matematicamente, a função de desempenho pode ser expressa como: $Z = g(X_1, X_2, \dots, X_n)$. A superfície de falha ou estado limite é definida pela condição $Z=0$. Esta superfície define o limite entre as regiões de segurança e de falha no espaço de projeto dos parâmetros, conforme ilustrado na Figura 1 para o caso de duas variáveis de projeto (resistência R e carregamento S).

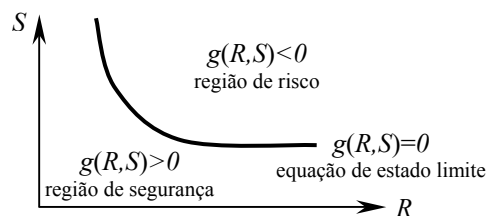


Figura 1: Superfície de falha de duas variáveis aleatórias.

A falha ocorre quando $Z < 0$, e a probabilidade de falha é calculada segundo:

$$p_f = \int \dots \int_{g(\cdot) < 0} f_X(x_1, x_2, \dots, x_n) dx_1 dx_2 \dots dx_n, \quad (1)$$

onde $f_X(x_1, x_2, \dots, x_n)$ é a função densidade de probabilidade (FDP) conjunta das variáveis aleatórias $X_1, X_2, \dots, X_n$. Se estas variáveis são estatisticamente independentes, então a FDP conjunta poderá ser substituída na integral pelo produto das FDP individuais. A equação anterior constitui-se a equação fundamental da análise de confiabilidade. Em geral, o número de variáveis aleatórias é elevado e não aparecem explicitamente na função de desempenho, de modo que a FDP conjunta é quase impossível de ser obtida. Além disso, a avaliação da integral múltipla resulta extremamente complicada em função da correlação das variáveis e da complexidade do integrando.

Para a aproximação desta integral, são utilizadas aproximações analíticas como os métodos de confiabilidade de primeira ordem (MCPO), métodos de confiabilidade de segunda ordem (MCSO), método do valor médio (MVM) e método do ponto mais provável (MPMP).

A título de exemplo, considere-se a probabilidade de falha $P(R < S)$ como sendo a probabilidade de que a resistência R de um sistema seja menor que o carregamento S , ou seja:

$$p_f = P(\text{falha}) = P(R < S) = \int_0^\infty \left[\int_0^s f_R(r) dr \right] f_S(s) ds = \int_0^\infty F_R(s) f_S(s) ds, \quad (2)$$

onde $F_R(s)$ é a função densidade acumulada (FDA) de R e $f_S(s)$ é a FDP de S .

3. MÉTODOS DE ANÁLISE DE CONFIABILIDADE

Os métodos de análise de confiabilidade podem ser classificados em métodos de primeira e segunda ordem. Dentre os de primeira ordem tem-se o método do segundo momento (MSMPO) e o método do segundo momento avançado (MSMPOA). Estes métodos são descritos a seguir.

3.1. Método do Segundo Momento de Primeira Ordem - MSMPO

Este método desconsidera o tipo de distribuição das variáveis aleatórias. A probabilidade de falha dada em função do índice de confiabilidade pode ser definida como sendo:

$$p_f = 1 - \Phi(\beta) \quad (3)$$

A probabilidade de falha depende da relação entre o valor médio de Z e seu desvio padrão. Esta relação é comumente conhecida como índice de confiabilidade (β). Para o caso em que $Z = R - S$ e R e S possuem distribuição normal e lognormal, respectivamente, β é dado por:

$$\beta = \frac{\mu_Z}{\sigma_Z} = \frac{\mu_R - \mu_S}{\sqrt{\sigma_R^2 + \sigma_S^2}} \quad (4)$$

$$\beta = \frac{\ln(\mu_R / \mu_S)}{\sqrt{\delta_R^2 + \delta_S^2}} \quad (5)$$

Empregando uma expansão em séries de Taylor em torno da média, tem-se:

$$Z = g(\mu_X) + \sum_{i=1}^n \frac{\partial g}{\partial X_i} (X_i - \mu_{X_i}) + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \frac{\partial^2 g}{\partial X_i \partial X_j} (X_i - \mu_{X_i}) (X_j - \mu_{X_j}) + \dots, \quad (6)$$

onde as derivadas são avaliadas nos valores das médias das variáveis X_i . Truncando a série, obtêm-se a média e a variância de primeira ordem de Z como sendo, respectivamente:

$$\mu_Z \approx g(\mu_{X_1}, \mu_{X_2}, \dots, \mu_{X_n}), \quad (7)$$

$$\sigma_Z^2 \approx \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \frac{\partial g}{\partial X_i} \frac{\partial g}{\partial X_j} \text{Cov}(X_i, X_j) \quad (8)$$

Se as variáveis não são correlacionadas, então:

$$\sigma_Z^2 \approx \sum_{i=1}^n \left(\frac{\partial g}{\partial X_i} \right)^2 \text{Var}(X_i) \quad (9)$$

Da mesma forma, o índice de confiabilidade pode ser calculado pela relação entre a média e o desvio padrão. Neste método a função $g(\cdot)$, na equação $Z = g(X_1, X_2, \dots, X_n)$ é linearizada nos valores das médias das variáveis. Quando $g(\cdot)$ não é linear, um erro significativo é introduzido devido ao fato que os termos de ordem superior são negligenciados.

3.2. Método do Segundo Momento de Primeira Ordem Avançado - MSMPOA

Este método, também conhecido como o método de Hasofer-Lind (Haldar e Mahadevan, 2000a), considera o tipo de distribuição das variáveis aleatórias. Definem-se inicialmente as variáveis reduzidas, como:

$$X'_i = \frac{X_i - \mu_{X_i}}{\sigma_{X_i}} \quad i = 1, 2, \dots, n, \quad (10)$$

onde X'_i é a variável aleatória com média zero e desvio padrão unitário. A equação anterior transforma a equação de estado limite original $g(X)=0$ para o sistema coordenado reduzido $g(X')=0$. O método define o índice de confiabilidade como a distância mínima entre a origem do sistema coordenado reduzido e a superfície de falha, ou seja:

$$\beta = \sqrt{(x^*)^t (x^*)} \quad (11)$$

O ponto na curva da superfície de falha que se encontra mais próximo do sistema coordenado reduzido é chamado de ponto de projeto, sendo identificado como o ponto mais provável de falha (vetor x^* no sistema original e x'^* no sistema reduzido).

Considerando a equação de estado limite como sendo: $Z = R - S = 0$, a Figura 2 ilustra a transformação dos sistemas coordenados.

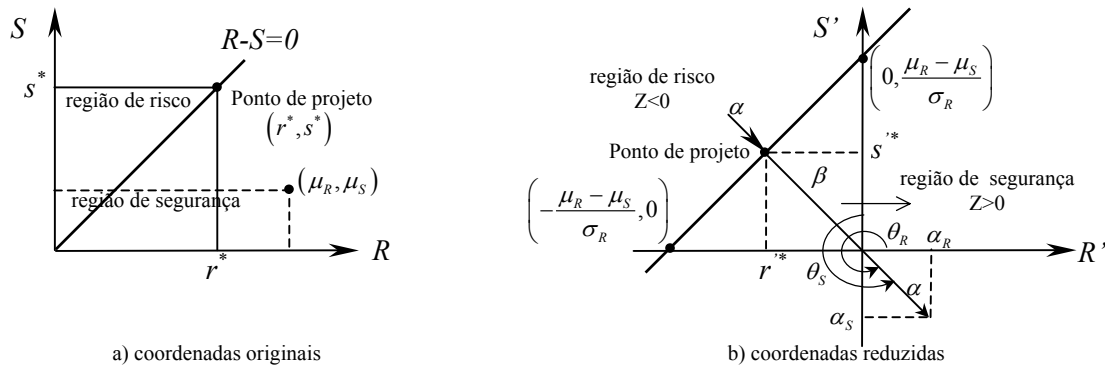


Figura 2: Índice de confiabilidade de Hasofer-Lind: função de desempenho linear.

Para estados limites não-lineares, o cálculo da distância mínima torna-se um problema de otimização da forma: $\min D = \sqrt{x'^t x'}$, sujeito às seguintes restrições: $g(X) = g(X') = 0$.

Aplicando o método dos Multiplicadores de Lagrange, o índice de confiabilidade resulta:

$$\beta = - \frac{\sum_{i=1}^n x_i^* \left(\frac{\partial g}{\partial X_i'} \right)^*}{\sqrt{\sum_{i=1}^n \left(\frac{\partial g}{\partial X_i'} \right)^{2*}}}, \quad (12)$$

onde $\partial g / \partial X_i'$ é a i -ésima derivada parcial avaliada no ponto de projeto de coordenadas $(x_1^*, x_2^*, \dots, x_n^*)$. O ponto de projeto no sistema coordenado reduzido é definido como:

$$x_i^* = -\alpha_i \beta \quad i = 1, 2, \dots, n,$$

com os cossenos diretores ao longo dos eixos coordenados X_i' , dados por:

$$\alpha_i = \left(\frac{\partial g}{\partial X_i'} \right)^* / \sqrt{\sum_{i=1}^n \left(\frac{\partial g}{\partial X_i'} \right)^{2*}} \quad (13)$$

No espaço de projeto original e empregando a equação (10), determina-se o ponto de projeto:

$$x_i^* = \mu_{X_i} - \alpha_i \sigma_{x_i} \beta \quad (14)$$

A Figura 3 ilustra o algoritmo do MSMPOA para a determinação do índice de confiabilidade.

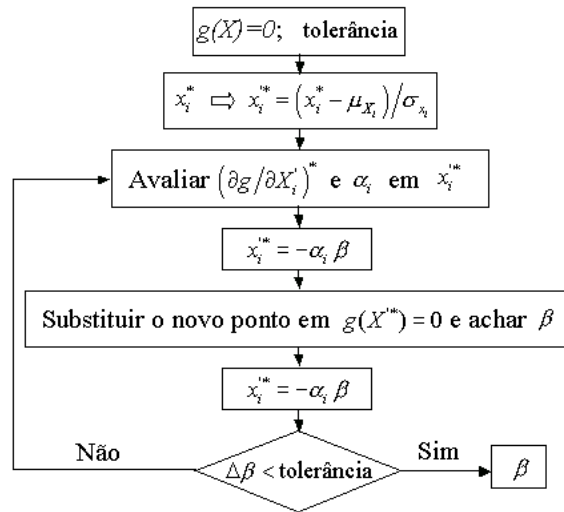


Figura 3: Algoritmo do MSMPOA para determinação de β .

3.2.1. MSMPOA para Variáveis de Distribuição Não Normal

Na atualidade, um MSMPOA é mais conhecido como MCPO. Neste método, o índice de confiabilidade de Hasofer-Lind pode ser estimado utilizando a equação (4) se todas as variáveis são estatisticamente independentes, de distribuição normal e a função de estado limite é linear. Rackwitz e Fiessler (1978), Chen e Lind (1983) e outros propuseram eliminar esta limitação do algoritmo incluindo a informação das distribuições das variáveis aleatórias para funções de estado limite lineares e não-lineares.

No contexto do MSMPOA, a probabilidade de falha vem sendo estimada empregando dois tipos de aproximações do estado limite no ponto de projeto: aproximação de primeira ordem (MCPO) e aproximação de segunda ordem (MCSO). Estes métodos são conhecidos na literatura internacional pelas siglas FORM (*first order reliability method*) e SORM (*second order reliability method*).

3.3. Método de Confiabilidade de Primeira Ordem

A superfície de falha pode ser representada por funções lineares ou não-lineares. O MCPO pode ser empregado quando a função de estado limite for linear de variáveis normais não-correlacionadas ou quando a função de estado limite não-linear for representada por uma aproximação linear (primeira ordem) com variáveis normais equivalentes.

Na Figura 4 são ilustrados os algoritmos de determinação do índice de confiabilidade pelo MCPO. Algumas melhoras do algoritmo proposto por Ayyub e Haldar (1984) são incluídas no algoritmo 1 (a).

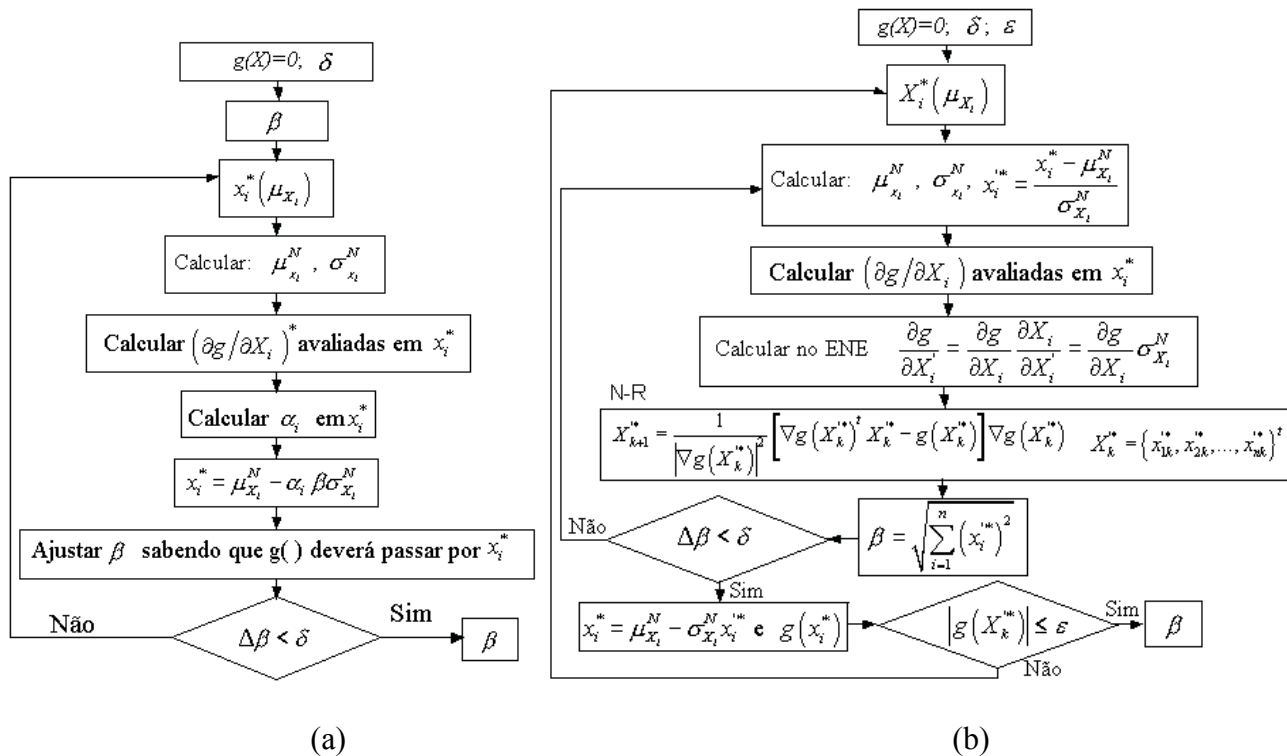


Figura 4: Algoritmos do MCPO para determinação de β .

Observa-se que no penúltimo procedimento do algoritmo 1, a equação de estado limite deve ser resolvida para determinar o novo ponto de projeto. No caso de funções não-lineares mais complexas, este procedimento torna-se difícil. Entretanto, um segundo algoritmo (b) insere um procedimento recursivo do tipo Newton-Raphson (N-R) utilizando derivadas para encontrar o próximo ponto de projeto. Este algoritmo foi proposto por Rackwitz (1978).

Particularmente, este método é útil quando a função de desempenho é implícita, ou seja, quando não pode ser expressa como uma forma funcional explícita das variáveis aleatórias.

3.4. Método de Confiabilidade de Segunda Ordem

O MCSO estima a probabilidade de falha através de uma aproximação não-linear da função de estado limite, incluindo variáveis normais correlacionadas quando a aproximação da função de estado limite for linear. O método considera a curvatura da função de desempenho através de um parâmetro caracterizado pela segunda derivada desta função em relação às variáveis. Portanto, o método melhora o resultado do MCPO ao considerar a não linearidade da função de desempenho.

Empregando uma aproximação de segunda ordem por séries de Taylor nos valores $(x_1^*, x_2^*, \dots, x_n^*)$, uma função de desempenho não-linear qualquer pode ser expressa por:

$$g(X_1, X_2, \dots, X_n) = g(x_1^*, x_2^*, \dots, x_n^*) + \sum_{i=1}^n (x_i - x_i^*) \frac{\partial g}{\partial X_i} + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n (x_i - x_i^*)(x_j - x_j^*) \frac{\partial^2 g}{\partial X_i \partial X_j} + \dots \quad (15)$$

onde as derivadas são avaliadas no pontos de projeto X_i . Para a análise de confiabilidade, esta aproximação é adotada no espaço normal equivalente das variáveis no ponto de distância mínima. Se as variáveis não são correlacionadas, efetua-se a seguinte transformação:

$$Y_i = \frac{(X_i - \mu_{X_i}^N)}{\sigma_{X_i}^N}, \quad (16)$$

onde Y_i e X_i são variáveis aleatórias do sistema normal equivalente e original, respectivamente; $\mu_{X_i}^N$ e $\sigma_{X_i}^N$ são a média e o desvio padrão normal equivalente de X_i , no ponto de projeto x_i^* , respectivamente.

Fiessler *et al.* (1979) exploraram pela primeira vez uma aproximação de segunda ordem empregando diferentes funções quadráticas. Utilizando o mesmo tipo de aproximação, Breitung (1984) propôs a seguinte solução simplificada para a determinação da probabilidade de falha:

$$p_{f_2} \approx \Phi(-\beta) \prod_{i=1}^{n-1} (1 - \beta k_i)^{-1/2}, \quad (17)$$

sendo a curvatura predominante da função de estado limite no ponto de distância mínima representada por k_i . Para determinar k_i , o eixo coordenado das variáveis Y_i é girado obtendo outro conjunto de variáveis (Y'_i) , de forma que estas variáveis coincidam com o vetor α (vetor gradiente unitário do estado limite) no ponto de distância mínima. Este procedimento é ilustrado na Figura 5 para o caso de duas variáveis aleatórias.

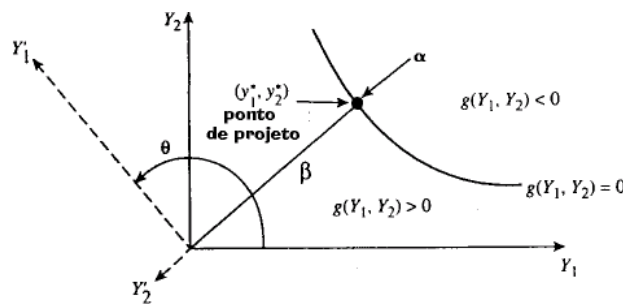


Figura 5: Rotação de coordenadas.

A transformação ortogonal do espaço Y para o espaço Y' é dada por: $Y' = RY$. Para o caso de duas variáveis aleatórias, a matriz de rotação R resulta:

$$R = \begin{bmatrix} \cos \theta & \sin \theta \\ -\sin \theta & \cos \theta \end{bmatrix}, \quad (18)$$

onde θ é o ângulo de rotação, medido no sentido anti-horário (como mostrado na Figura 5).

Quando o número de variáveis é maior que dois, a matriz de rotação é calculada em duas etapas. Inicialmente define-se a matriz R_0 da seguinte forma:

$$R_0 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & . & . & . & 0 \\ 0 & 1 & 0 & . & . & 0 \\ . & . & . & . & . & . \\ . & . & . & . & . & . \\ \alpha_1 & \alpha_2 & . & . & . & \alpha_n \end{bmatrix}, \quad (19)$$

onde $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n$ são os cossenos diretores ou componentes do vetor α mostrado na Figura 5. A segunda etapa consiste em um procedimento de ortogonalização de Gram-Schmidt (para mais detalhes, ver Apêndice 3 de Haldar e Mahadevan (2000b) da matriz R_0 , obtendo assim R .

Uma vez obtida a matriz de rotação R , os elementos da matriz a_{ij} são calculados da seguinte forma:

$$a_{ij} = \frac{(RDR^t)_{ij}}{|\nabla G(y^*)|} \quad i, j = 1, 2, \dots, n-1 \quad (20)$$

onde D é a matriz $n \times n$ das derivadas segundas da função de estado limite no espaço normal equivalente avaliadas no ponto de projeto e $|\nabla G(y^*)|$ é o módulo do vetor gradiente no espaço normal equivalente.

No passo seguinte, as colunas de A e a última linha do vetor Y' são desconsiderados. Obtendo os autovalores de A , as curvaturas predominantes k_i são calculadas. Com estes parâmetros, a fórmula de Breitung (Equação 17) pode ser empregada para estimar a probabilidade de falha.

4. SIMULAÇÕES NUMÉRICAS

Nesta seção são descritos exemplos de aplicação dos métodos de estimativa do índice de confiabilidade (β) descritos anteriormente.

Considerando a seção de uma viga de aço A36 submetida à ação de um momento fletor de $M=1140 \text{ kip-in}$ e admitindo que a tensão nominal do aço seja $F_y=36 \text{ ksi}$ e o módulo plástico nominal seja $Z= 54 \text{ in}^3$, propõe-se determinar β admitindo que as variáveis aleatórias possuam distribuições conhecidas. São dados: $\mu_{F_y} = 38 \text{ ksi}$, $\sigma_{F_y} = 3,8 \text{ ksi}$, $\delta_{F_y} = 0,1$ e $\mu_Z = 54 \text{ in}^3$, $\sigma_Z = 2,7 \text{ in}^3$, $\delta_Z = 0,05$.

Na Tabela 1 são mostrados os resultados da estimativa de β para diferentes métodos e variáveis aleatórias normais e lognormais.

Tabela 1: Valores de β para diferentes métodos e variáveis aleatórias.

Método	$g()$	F_y	Z	β
MSMPO	$g() = F_y Z - M$	Normal	Normal	3,975
	$g() = F_y - M/Z$	Normal	Lognormal	4,282
MCPO 1	$g() = F_y Z - M$	Lognormal	Normal	5,151
MCPO 2	$g() = F_y Z - M$	Lognormal	Normal	5,151
MCSO	$g() = F_y Z - M$	Lognormal	Normal	5,139

Observa-se que os algoritmos do MCPO identificam um mesmo valor de β e maior que o algoritmo do MSMPO. Pelo fato de adotar uma aproximação de segunda ordem, o MCSO encontra um β mais preciso pouco menor que o MCPO.

Para demonstrar a aplicação do MCPO em problemas mais complexos envolvendo várias variáveis aleatórias, considera-se a resistência ao momento (M_R) de uma viga de concreto reforçada de seção retangular. A resistência ao momento da viga pode ser calculada utilizando a seguinte expressão: $M_R = A_S f_y d [1 - \eta (A_S f_y / b d f'_c)]$, onde A_S é a área da seção transversal, f_y é a tensão de escoamento, d é a distância da fibra mais comprimida ao centróide da seção, η é o parâmetro de tensão do concreto, f'_c é a resistência à compressão do concreto e b é a largura da face comprimida. Assume-se ainda que a viga esteja submetida à ação de um momento fletor M . Na última equação todas as variáveis são consideradas aleatórias sendo seus parâmetros estatísticos mostrados na Tabela 2.

A função de estado limite para este problema é definida como: $g(\cdot) = M_R - M$.

Para diferentes combinações do tipo de distribuição das variáveis aleatórias da equação anterior, o índice de confiabilidade foi calculado empregando MCPO 2. Os resultados são mostrados na Tabela 2, evidenciando a influência do tipo de distribuição das variáveis aleatórias.

Tabela 2: Valores de β para diferentes distribuições das variáveis da viga de concreto.

Variáveis	Média	Coef. de variação	Tipo de distribuição de probabilidade			
			Caso A	Caso B	Caso C	Caso D
A_S (in ²)	1,56	0,036	Normal	Normal	Lognormal	Lognormal
f_y (ksi)	47,7	0,15	Normal	Normal	Lognormal	Lognormal
f'_c (ksi)	3,50	0,21	Normal	Normal	Lognormal	Lognormal
b (in)	8,00	0,045	Normal	Normal	Lognormal	Lognormal
d (in)	13,20	0,086	Normal	Normal	Lognormal	Lognormal
η	0,59	0,05	Normal	Normal	Lognormal	Lognormal
M (kip-in)	326,25	0,17	Normal	Lognormal	Normal	Lognormal
		β	3,8330	3,7613	4,3877	4,0906
		$g(\cdot)$	-9.3882x10 ⁻⁴	-1.9914x10 ⁻⁴	1.8015x10 ⁻⁷	-1.4721x10 ⁻⁶

5. CONCLUSÕES

Foram apresentados os fundamentos de análise de confiabilidade de sistemas estruturais e os principais métodos de estimativa de confiabilidade com diferentes graus de complexidade e abrangência no tratamento das variáveis aleatórias ilustradas em exemplos de aplicação. Os resultados obtidos permitem concluir que os algoritmos implementados podem ser utilizados em aplicações mais complexas. Evidentemente estes algoritmos devem ser melhorados e adaptados para aplicações a sistemas estruturais cujas funções de desempenho são implícitas, devendo ser construídas a partir de modelos numéricos.

Pretende-se dar continuidade a este trabalho, implementando um conjunto de procedimentos computacionais integrados, permitindo a realização de análises probabilísticas aplicadas à elastodinâmica linear em modelos de elementos finitos

6. AGRADECIMENTOS

Os autores agradecem à CAPES e ao CNPq pela concessão de bolsas de doutorado e produtividade em pesquisa.

7. REFERÊNCIAS

- Ayyub, B. M., Haldar, A., 1984, “A Practical Structural Reliability Techniques”, Journal of Structural Engineering, ASCE, No 110, Vol. 8, pp 1707-1724.
- Breitung, K., 1984, Asymptotic Approximations for Multinormal Integrals”, Journal of Engineering Mechanics, ASCE, No 110, Vol. 3, pp 357-366.
- Chen, X., Lind, N. C., 1983, “Fast Probability Integration by Three-parameter Normal tail Approximation”, Structural Safety, No 1, pp. 269-276.
- Fiessler, B. Neumann, H. J., Rackwitz, R., 1979, “Quadratic Limit States in Structural Reliability”, Journal of Engineering Mechanics, ASCE, No 105, Vol. 4, pp 661-676.
- Freudenthal, A. M., 1956, “Safety and the Probability of Structural Failure”, ASCE Transactions, Vol. 121, pp. 1337-1397.
- Haldar A., Mahadevan S., 2000 a, “Probability, Reliability and Statistical Methods in Engineering Design”, John Wiley & Sons, pp. 304.
- Haldar A., Mahadevan S., 2000 b, “Reliability Assessment Using Stochastic Finite Element Analysis”, John Wiley & Sons, New York, pp. 328.
- Rackwitz, R., Fiessler, B., 1978, “Structural Reliability under Combined Random Load Sequences”, Computers and Structures, No 9, Vol. 5, pp. 484-494.
- Schueller, G. I., 2000, “On the Rationale for Treating Uncertainties in Structural Analysis”, Computational Methods for Shell and Spatial Structures, IASS-IACM , ISASR-NTUA, Athens, Greece.

8. DIREITOS AUTORAIS

Os autores retêm os direitos autorais deste trabalho e são responsáveis pelo seu conteúdo.

RELIABILITY ANALYSIS METHODS: STATE OF THE ART AND APPLICATIONS

Jhojan Enrique Rojas Flores
Domingos Alves Rade

Federal University of Uberlândia – School of Mechanical Engineering, 2121 João Naves de Ávila Av. – Campus Santa Mônica – P.O. Box 593 – CEP 38400 902 – Uberlândia/MG - Brazil.

jerojas@mecanica.ufu.br

domingos@ufu.br

Abstract: *The reliability analysis intends to find the best relation between cost and safety and to supply guidelines for carrying out reliable and cost-effective projects. This work presents a bibliographical review of the foundations of reliability analysis and its application to structural systems. The main methods for estimating the reliability index are illustrated through algorithms are summarized. Different degrees of complexity and broadness in the treatment of the variables are illustrated through numerical simulations. Through the implementation of these algorithms some results reported in the literature are reproduced.*

Keywords: *Reliability analysis, FORM, SORM, reliability index.*