



OTIMIZAÇÃO DO TORQUE APLICADO PELOS ATUADORES DE ROBÔS USANDO TÉCNICAS DE CONTROLE ÓTIMO

Rogério Rodrigues dos Santos

Faculdade de Engenharia Mecânica, Universidade Federal de Uberlândia
Av. João Naves de Ávila, 2160 - Campus Santa Mônica - Bloco 1M - Uberlândia/MG
rrsantos@mecanica.ufu.br

Sezimária de Fátima Pereira Saramago

Faculdade de Matemática, Universidade Federal de Uberlândia
saramago@ufu.br

Valder Steffen Jr.

Faculdade de Engenharia Mecânica, Universidade Federal de Uberlândia
vsteffen@mecanica.ufu.br

Resumo: Robôs manipuladores são dispositivos programáveis projetados para executar uma grande variedade de tarefas de forma repetitiva. Em ambientes industriais, a diminuição de exigências dinâmicas associadas à realização de uma mesma tarefa, pode resultar em aumento de produtividade e diminuição dos custos associados à operação e manutenção do robô. Além disso, a diminuição destas exigências pode viabilizar a realização de tarefas que exijam a capacidade máxima do sistema, aumentando assim a versatilidade dos robôs para que possam se adequar a diversas situações. Neste trabalho apresenta-se um estudo sobre as características dinâmicas de um robô manipulador serial e uma proposta de redução do torque máximo associado ao movimento, a partir de conceitos de cálculo variacional e controle ótimo. O resultado numérico ilustra a viabilidade da metodologia proposta.

Palavras-chave: Controle ótimo, Dinâmica de Sistemas Articulados, Robô Manipulador.

1. INTRODUÇÃO

O mais simples planejamento de trajetória de um robô manipulador serial consiste na determinação do movimento do efetuador a partir de um ponto inicial a um final. Neste caso o robô é guiado de uma posição inicial a uma posição final sem preocupação com os pontos intermediários durante o percurso.

No contexto de aplicações industriais, com o objetivo de estabelecer um controle mais preciso sobre o movimento, é justificada a realização de um planejamento prévio (*off-line programming*) que inclui a análise de características cinemáticas e dinâmicas do sistema durante o movimento.

Dentre os objetivos mais importantes da automação industrial, está a redução do custo de produção e o aumento da produtividade. Conseqüentemente, para viabilizar o uso de sistemas robóticos, é de grande importância que se considere o planejamento e otimização da trajetória a ser executada.

Com o aumento do uso de manipuladores robóticos em diversos setores industriais, tem-se também aumentado os requerimentos sobre sua capacidade. Um aspecto essencial no projeto e uso de robôs é seu comportamento dinâmico. Movimentos que exigem torque elevado em suas juntas não devem ser implementados, devido à limitação normal dos atuadores envolvidos.

Assim, o torque máximo aplicado em uma junta é um fator limitante no uso dos robôs em algumas tarefas.

Neste trabalho apresenta-se um estudo sobre a alteração da trajetória intermediária de um robô manipulador de forma a diminuir o valor máximo do torque exigido durante o percurso. A análise é realizada através da determinação de torques adequados à dinâmica do sistema, utilizando a teoria de controle ótimo para a formulação e resolução do problema.

2. MODELO DINÂMICO

A dinâmica reúne as relações entre a cinemática e a estática. Para se mover um robô ao longo de uma trajetória, os motores devem exercer forças ou torques nas juntas do mesmo. A dinâmica trata do cálculo destas forças e torques (conhecidos indistintamente como forças generalizadas), no sentido de fazer com que uma trajetória planejada seja executada, de fato, pelo efetuator do robô.

Existem várias técnicas para se modelar dinamicamente um robô industrial. O conhecimento de seu modelo dinâmico é fundamental (Lee, 1983) para a simulação computacional do movimento do robô e para o projeto de seu controle.

A seguir, tem-se o desenvolvimento das equações dinâmicas de um robô manipulador a partir das equações de Euler-Lagrange.

2.1. Equações de Euler-Lagrange

A determinação das equações que descrevem a dinâmica de um sistema mecânico consiste em obter um conjunto de equações diferenciais gerais que descrevem sua evolução no tempo, considerando um conjunto de restrições holonômicas que satisfazem o princípio do trabalho virtual.

As restrições para k coordenadas $r_1, \dots, r_k$ de um sistema mecânico são chamadas holonômicas se as l restrições existentes forem restrições de igualdade, escritas na forma

$$g_i(r_1, \dots, r_k) = 0, \quad i=1, \dots, l. \quad (1)$$

As restrições são ditas não-holonômicas em caso contrário.

Para melhor compreensão, a restrição imposta pela conexão de duas partículas através de uma barra rígida de massa desprezível é uma restrição holonômica. Uma partícula que se move dentro de uma esfera de raio r_0 centrada na origem do sistema de coordenadas é um exemplo de sistema com restrições não-holonômicas (Spong, 1989).

Se um sistema é sujeito a l restrições holonômicas, então se pode pensar em termos do sistema restrito que tem l graus de liberdade a menos que o sistema irrestrito. Neste caso é possível expressar as coordenadas das k partículas em termos das n coordenadas generalizadas $q_1, \dots, q_n$. Em outras palavras, pode-se assumir que as coordenadas das várias partículas, sujeitas ao conjunto de restrições dados pela Equação 1 podem ser expressas da forma

$$r_i = r_i(q_1, \dots, q_n), \quad i=1, \dots, k. \quad (2)$$

onde $q_1, \dots, q_n$ são todos linearmente independentes e n indica o número de graus de liberdade do sistema. Neste trabalho as variáveis q_i representarão as coordenadas de junta do robô manipulador, $\dot{q}_i$ a velocidade, e $\ddot{q}_i$ a aceleração associada.

É possível obter a expressão que representa a dinâmica do sistema de duas formas distintas. A primeira consiste no uso do método dos deslocamentos virtuais, enquanto a segunda consiste no uso do Princípio de Hamilton da menor ação (Spong, 1989).

A seguir, tem-se uma descrição resumida do procedimento variacional.

Alguns problemas de otimização consistem em determinar $x(t) \in R^n$, $t_1 \leq t \leq t_2$, que minimiza

$$Q = \int_{t_1}^{t_2} f(x(t), \dot{x}(t), t) dt \quad (3)$$

sendo f uma função escalar. Assume-se que f seja contínua em relação à x , x' , t e que tenha derivadas parciais contínuas em relação a x e x' .

Supondo $x(t_1)$ e $x(t_2)$ dados, a variação $h(t) \in R^n$ é um vetor diferenciável que satisfaz $h(t_1) = h(t_2) = 0$. O teorema a seguir apresenta o princípio dos métodos variacionais (Luenberger, 1969)

Teorema Uma condição necessária para $x(t) \in R^n$ resultar em um valor extremo da Equação (3) é que a equação a seguir seja satisfeita para todo $h(t) \in R^n$:

$$\delta Q(x; h) = \frac{d}{ds} \int_{t_1}^{t_2} f(x, x', t) dt \Big|_{s=0} = 0 \quad (4)$$

Corolário A condição necessária para que $x(t)$ resulte um valor extremo de

$$Q = \int_{t_1}^{t_2} f(x(t), x'(t), t) dt \quad (5)$$

é que $x(t)$ deve satisfazer a equação

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial f}{\partial x'} \right) - \frac{\partial f}{\partial x} = 0. \quad (6)$$

A Equação 6 é chamada equação de *Euler-Lagrange* e é uma equação fundamental nos métodos variacionais.

A partir desta expressão, desde que se conheça a função Lagrangeano L de um sistema, é possível encontrar (Lee, 1983) as equações de Lagrange (para sistemas conservativos), através de

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial q'_i} \right) - \frac{\partial L}{\partial q_i} = F_i, \quad i=1, \dots, n. \quad (7)$$

onde o Lagrangeano é dado por

$$L = K - P \quad (8)$$

e K representa a energia cinética, P a energia potencial, q_i são as coordenadas generalizadas (no caso do robô, é a junta rotacional ou prismática), q'_i são as velocidades generalizadas (angular se a junta é rotacional, ou linear, se prismática) e F_i são as forças generalizadas (torque se a junta é rotacional, ou força, se prismática) do sistema considerado.

2.2. Modelo Dinâmico do Manipulador Planar

A seguir, considera-se as características do robô manipulador planar com 2 graus de liberdade, que tem os parâmetros de Denavit-Hartenberg apresentados na Tabela 1.

Tabela 1: Parâmetros de Denavit-Hartenberg, (*) variável de junta.

Elemento	A (m)	α (rad)	d (m)	θ (rad)
1	a_1	0	0	θ_1^*
2	a_2	0	0	θ_2^*

Para o exemplo em estudo, foram utilizados os valores $a_1=1$ m, $a_2=1$ m, e as respectivas massas, $m_1=1$ kg e $m_2=1$ kg.

Desenvolvendo-se a equação de Euler-Lagrange, Equação 7, e substituindo a expressão do Lagrangeano (Equação 8) obtém-se explicitamente as equações que representam a dinâmica do sistema, que podem ser representadas compactamente (Alves, 1988) por

$$Q(q) \ddot{q} + C(q, \dot{q}) + G(q) = F \quad (9)$$

onde $q = (q_1, q_2, \dots, q_n)^T$, $\dot{q} = (\dot{q}_1, \dot{q}_2, \dots, \dot{q}_n)^T$ e $\ddot{q} = (\ddot{q}_1, \ddot{q}_2, \dots, \ddot{q}_n)^T$ são vetores $n \times 1$ de posição, velocidade e aceleração respectivamente, das variáveis de junta. $Q(q)$ é uma matriz $n \times n$ simétrica que representa a inércia, $C(q, \dot{q})$ é um vetor $n \times 1$ que representa o efeito de Coriolis e a força centrífuga, $G(q)$ é um vetor $n \times 1$ que representa os efeitos da aceleração da gravidade e $F = (F_1, F_2, \dots, F_n)^T$ é um vetor $n \times 1$ das forças generalizadas nas juntas.

Para o robô manipulador planar com dois graus de liberdade considerado tem-se $n=2$, e os respectivos elementos das matrizes Q , C e G dados abaixo:

$$\begin{aligned} Q_{11} &= (1/3) m_1 a_1^2 + (1/3) m_2 a_2^2 + m_2 a_1^2 + m_2 a_1 a_2 \cos(q_2) \\ Q_{12} &= (1/3) m_2 a_2^2 + 0.5 m_2 a_1 a_2 \cos(q_2) \\ Q_{21} &= (1/3) m_2 a_2^2 + 0.5 m_2 a_1 a_2 \cos(q_2) \\ Q_{22} &= (1/3) m_2 a_2^2 \\ C_{11} &= -m_2 a_1 a_2 \sin(q_2) \dot{q}_1 \dot{q}_2 - 0.5 m_2 a_1 a_2 \sin(q_2) (\dot{q}_2)^2 \\ C_{21} &= 0.5 m_2 a_1 a_2 \sin(q_2) (\dot{q}_2)^2 \\ G_{11} &= -0.5 m_1 g a_1 \cos(q_1) - 0.5 m_2 g a_2 \cos(q_1 + q_2) - m_2 g a_1 \cos(q_1) \\ G_{21} &= -0.5 m_2 g a_2 \cos(q_1 + q_2) \end{aligned} \quad (10)$$

onde $g = 9.81 \text{ m/s}^2$ representa a constante gravitacional. Desta forma, a Equação 9 define completamente o comportamento dinâmico do sistema.

Estabelecido o sistema de equações dinâmicas, para se derivar as condições de otimalidade do problema e se aplique um método numérico geral, é necessária a transformação do sistema de segunda ordem em um sistema de primeira ordem, operação esta conhecida como obtenção das equações de estado do sistema.

Definindo as variáveis de estado $x_1 = q_1$, $x_2 = q_2$, $x_3 = \dot{q}_1$ e $x_4 = \dot{q}_2$, com o uso da notação $w_1 = (x_1 \ x_2)^T$ e $w_2 = (x_3 \ x_4)^T$, tem-se o sistema de equações diferenciais de primeira ordem equivalente

$$\begin{aligned} \dot{w}_1 &= w_2 \\ \dot{w}_2 &= Q^{-1} (F - C - G) \end{aligned} \quad (11)$$

Neste trabalho propõe-se uma estratégia de determinação da trajetória que minimize o valor máximo do torque durante todo o percurso. Para tanto, apresentam-se a seguir conceitos relativos ao controle ótimo.

3. OTIMIZAÇÃO DE SISTEMAS DINÂMICOS

3.1. Sistema Dinâmico Contínuo

Problemas de programação dinâmica para sistemas contínuos decorrem do cálculo de variações. Estes problemas podem ser considerados como casos limite para os problemas de programação ótima aplicada a sistemas discretos, onde os intervalos de tempo entre os passos são pequenos se comparados ao tempo característico do sistema contínuo.

Atualmente o procedimento inverso é mais comum, ou seja, sistemas contínuos são aproximados por sistemas discretos para simulação em computadores digitais (Bryson, 1999). Apresenta-se a seguir a formulação do sistema contínuo e o respectivo sistema discreto equivalente.

Um sistema dinâmico contínuo é descrito por um vetor de estado n -dimensional $x(t)$ especificado no tempo t . A escolha do vetor de controle m -dimensional $u(t)$ determina a taxa de variação do tempo para a atualização do vetor de estado através da relação

$$\dot{x}(t) = f(x(t), u(t), t). \quad (12)$$

O caso geral de otimização para este tipo de sistema consiste em determinar o histórico no tempo do vetor de controle $u(t)$, onde $t_0 \leq t \leq t_f$, que minimiza um índice de performance da forma

$$J = \phi [x(t_f)] + \int_{t_0}^{t_f} L(x(t), u(t), t) dt \quad (13)$$

sujeito à Equação 12, onde t_0 , t_f e $x(t_0)$ são especificados.

3.1.1 Restrições Terminais

Em alguns problemas de otimização dinâmica há restrições terminais, especificando o estado terminal do sistema através de uma função da forma

$$\psi [x(t_f)] = 0, \quad (14)$$

onde ψ tem dimensão menor ou igual a n .

Este tipo de problema requer uma extensão da teoria e dos algoritmos que tratam o problema irrestrito. Utilizando a forma de Mayer (Bryson, 1999), o problema consiste em determinar $u(t)$ de forma a minimizar

$$J = \phi [x(t_f)] \quad (15)$$

sujeito a

$$x' = f[x(t), u(t), t], \quad x(0) = x_0 \text{ e } \psi [x(t_f)] = 0. \quad (16)$$

3.2. Sistema Dinâmico Discreto

Um sistema dinâmico discreto é descrito por um vetor de estado n -dimensional $x(i)$ em cada passo i . A escolha de um vetor de controle m -dimensional $u(i)$ determina a transição do sistema para o estado $x(i+1)$ através da relação

$$x(i+1) = f[x(i), u(i), i], \quad (17)$$

onde

$$x(0) = x_0. \quad (18)$$

Dado o número de passos N , o problema de otimização geral para este tipo de sistema consiste em determinar a sequência de vetores de controle $u(i)$, $i=0, \dots, N-1$ que minimizam um índice de performance da forma

$$J = \phi [x(N)] + \sum_{i=0}^{N-1} L[x(i), u(i), i], \quad (19)$$

sujeito às Equações 17 e 18, sendo N , x_0 e a função f , especificados.

Este é um problema de otimização paramétrica com restrições de igualdade, e pode ser resolvido por um método de programação não linear, considerando os valores do vetor de controle $u(i)$ como variáveis de projeto.

Dado um valor inicial para cada $u(i)$, os valores do vetor de estado $x(i)$ podem ser calculados com o objetivo de otimizar J .

A extensão da formulação apresentada, para um sistema discreto com restrições terminais, consiste em determinar $u(i)$ que minimize

$$J = \phi [x(N)] \quad (20)$$

sujeito a

$$x(i+1) = f[x(i), u(i), i], \quad x(0) = x_0 \text{ e } \psi[x(N)] = 0, \quad i=0, \dots, N-1. \quad (21)$$

As Equações 20 e 21 representam a formulação discreta equivalente ao problema apresentado pelas Equações 15 e 16.

3.3. Solução Numérica

Somente problemas bastante simples podem ser resolvidos analiticamente. Por este motivo, considera-se o uso de algoritmos iterativos para obter a solução numérica. Na formulação de Mayer o vetor de estado dados pelas Equações 17 e 18 é acrescido de um estado $x_{n+1}(i)$, que é a soma acumulada de L no passo i , ou seja,

$$\begin{aligned} x_{n+1}(i+1) &= x_{n+1}(i) + L[x(i), u(i), i], \\ x_{n+1}(0) &= 0. \end{aligned} \quad (22)$$

Assim, o índice de performance fica definido como

$$J = \phi[x(N)] + x_{n+1}(N). \quad (23)$$

Considerando $x = [x, x_{n+1}]$, deve-se então encontrar uma sequência de vetores $u(i)$, $i=0, \dots, N-1$ que minimiza (ou maximiza)

$$J = \phi[x(N)] \quad (24)$$

sujeito a

$$x(i+1) = f[x(i), u(i), i], \quad x(0) = x_0 \text{ e } \psi[x(N)] = 0. \quad (25)$$

onde x_0 e N são especificados.

No estudo realizado, o vetor de estado x representa as coordenadas de junta q enquanto o vetor de controle u representa o torque F aplicado a cada junta. A discretização considera a variação do tempo inicial $t_0=0$ s ao tempo final $t_f=1$ s em dez passos ($N=10$) para o manipulador planar ($n=2$).

O sistema dado pela Equação 11 realiza o cálculo de cada passo seguinte, conforme a Equação 25.

O valor máximo do torque em uma das juntas associado ao movimento pode ser obtido a partir da expressão

$$F_{max} = \max_i (\max_j |F_{ij}|), \quad i=0, \dots, N-1, \quad j=1, \dots, n, \quad (26)$$

onde F_{ij} é o torque aplicado à junta j no instante de tempo i .

Desta forma o índice de performance (Equação 24), que considera o valor máximo do torque aplicado a uma junta, é obtido a partir da Equação 26.

Adicionalmente, têm-se as restrições de igualdade (Equação 14) dadas pela expressão

$$\psi[x(N)] = |x(N) - q_i(N)| + |x'(N) - 0| \quad (27)$$

que estabelecem que a coordenada de junta final seja respeitada e a respectiva velocidade neste ponto seja nula.

Na literatura há diferentes métodos propostos para a solução deste tipo de problema.

O método *Multiple Shooting* é uma ferramenta eficiente na resolução de problemas de valores de contorno altamente não lineares (von Stryk and Schlemmer, 1994). Pode-se encontrar uma descrição detalhada do mesmo, por exemplo, em (Stoer and Bulirsch, 1993).

Este método oferece uma solução bastante precisa, entretanto algumas características que limitam seu uso na resolução numérica de problemas de controle ótimo são: (a) o desenvolvimento algébrico das condições necessárias de otimalidade, ou seja, das equações diferenciais adjuntas, (b) necessidade de estimação do comportamento do controle ótimo, e (c) o estabelecimento de uma

aproximação inicial apropriada para as variáveis de estado e variáveis adjuntas, para se iniciar o processo iterativo.

Pode-se também utilizar métodos do tipo *Direct Collocation*, que tem por base uma aproximação finita das variáveis de controle e estado, através de discretização. Para tanto, deve-se escolher uma aproximação através de um controle contínuo, linear por partes e continuamente diferenciável. A discretização resulta em um problema de otimização não linear sujeito a restrições não lineares. As propriedades de convergência do método e detalhes sobre uma implementação eficiente são apresentados em (von Stryk, 1991).

Alternativamente pode-se utilizar uma combinação de métodos diretos e indiretos, conforme proposto, por exemplo, em (von Stryk and Schlemmer, 1994).

No trabalho atual, os resultados apresentados foram computados através de um método de otimização não linear clássico, que não exige a determinação de parâmetros como o tamanho do passo e calcula as derivadas parciais numericamente. O algoritmo consiste em uma implementação da técnica de programação quadrática sequencial (*Sequential Quadratic Programming*), onde uma estimativa da matriz Hessiana do Lagrangeano é atualizada a cada iteração através da fórmula BFGS, conforme (Fletcher and Powell, 1963) e (Vanderplaats, 1999).

O procedimento numérico foi realizado através do software *Matlab*®.

4. RESULTADO NUMÉRICO

O resultado numérico apresentado a seguir, computado antes do processo de otimização, foi obtido a partir do sistema de equações dinâmicas (Equação 9) do manipulador planar com dois graus de liberdade, aqui usado a título de ilustração, sem perder, entretanto, o caráter geral da metodologia utilizada. A otimização foi realizada a partir da Equação 11.

Estabelecida a posição inicial do manipulador em $x = 2m$ e $y = 0m$ (com respectiva configuração de junta $q_1(t_0) = 0 \text{ rad}$ e $q_2(t_0) = 0 \text{ rad}$) e a posição final em $x = 0m$ e $y = 2m$ (com respectiva configuração de junta $q_1(t_f) = \pi/2 \text{ rad}$ e $q_2(t_f) = 0 \text{ rad}$), determinou-se o movimento entre estes pontos através de uma interpolação *spline* cúbica dos valores das coordenadas de junta.

O tempo previsto para a realização do movimento foi fixado em 1 s ($t_0 = 0 \text{ s}$ e $t_f = 1 \text{ s}$).

Desta forma, obteve-se o polinômio interpolador P_1 da primeira junta, tal que $P_1(t_0) = 0 \text{ rad}$ e $P_1(t_f) = \pi/2 \text{ rad}$, e o polinômio interpolador P_2 da segunda junta, tal que $P_2(t_0) = 0 \text{ rad}$ e $P_2(t_f) = 0 \text{ rad}$.

Em todos os casos foram fixadas restrições adicionais que garantem $P_1'(t_0) = P_1'(t_f) = P_2'(t_0) = P_2'(t_f) = 0$. As velocidades (derivadas da posição) inicial e final nulas indicam que o sistema inicia e termina o movimento na condição de repouso. Resolvendo a equação diferencial associada ao efeito dinâmico do sistema (Equação 9) com os valores de q , q' e q'' computados a partir do polinômio interpolador P_j , obtém-se o valor do torque F_{ij} associado a cada junta $j=1,2$ durante os instantes $i=1,...,N-1$ do movimento.

O movimento cartesiano realizado inicialmente, em correspondência aos valores obtidos através da interpolação *spline* das coordenadas de junta, é apresentado em uma sequência de imagens na Figura 1.

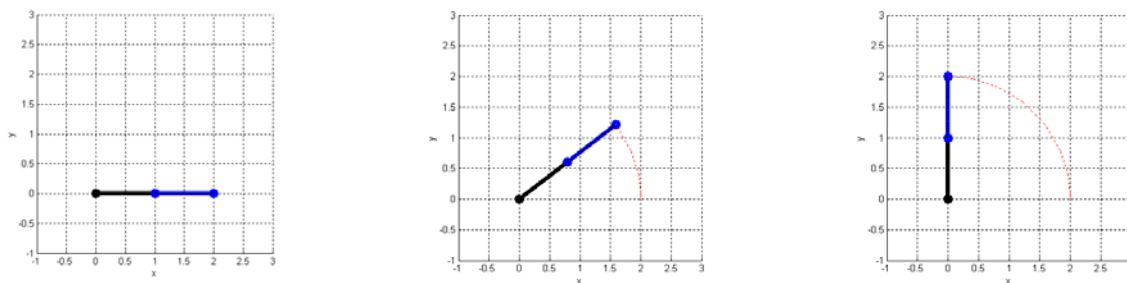


Figura 1: Movimento realizado pelo manipulador antes da otimização.

O movimento apresentado na Figura 1 resulta em um valor máximo do torque, dado pela Equação 26, de $F_{max} = 19.6200 \text{ Nm}$. Após a realização da otimização (Equações 24 e 25), que utiliza como aproximação inicial de $u(i)$ o valor obtido durante a interpolação, obtém-se uma nova especificação para q , q' e q'' , que representam a posição, velocidade e aceleração, respectivamente. Computando o valor máximo do torque (Equação 26) a partir do novo vetor de torques $u(i)$ estabelecido pela otimização, obtém-se o índice de performance $F_{max} = 10.1092 \text{ Nm}$.

A análise computacional foi concluída em 9.4 segundos utilizando um computador *Celeron*®.

A Figura 2 apresenta os valores do torque durante o movimento, onde a linha tracejada contém o valor antes da otimização e a linha contínua contém o valor após a otimização. São apresentados os valores da primeira e a segunda juntas, respectivamente.

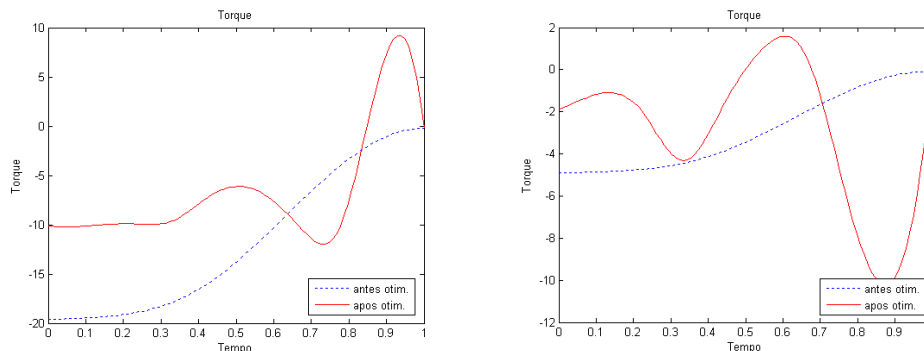


Figura 2: Torque aplicado a cada junta antes (--) e após (—) a otimização.

A comparação entre os valores iniciais e finais permite constatar uma maior não linearidade após o processo de otimização. Isto se deve à tentativa do sistema de utilizar componentes de inércia para melhorar o desempenho geral.

Por outro lado, a Figura 2 mostra a necessidade de aumento do torque em todas as juntas na etapa final do movimento, para que se atinja a meta de posicionamento estabelecida.

A comparação entre os índices de performance inicial ($F_{max} = 19.6200 \text{ Nm}$) e final ($F_{max} = 10.1092 \text{ Nm}$) comprova a significativa redução no valor do objetivo estabelecido.

É apropriado lembrar que o processo foi realizado após uma discretização do sistema. Por este motivo os dados obtidos durante a análise não atendem a critérios de suavidade na transição de um instante para o imediatamente posterior. Os gráficos de torque apresentados anteriormente foram obtidos após uma interpolação *spline* dos dados originais fornecidos pela solução do sistema discreto.

A Figura 3 apresenta os ângulos associados ao movimento de cada junta antes (em linha tracejada) e após (em linha contínua) a otimização.

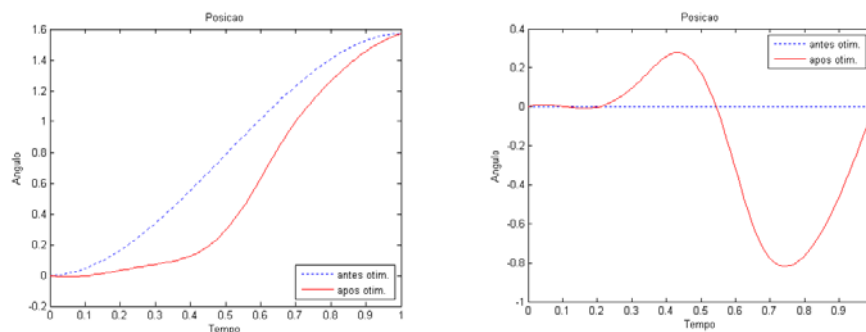


Figura 3: Ângulo de cada junta antes (--) e após (—) a otimização.

A Figura 4 apresenta uma sequência de imagens com o movimento relativo a configuração obtida após a otimização.

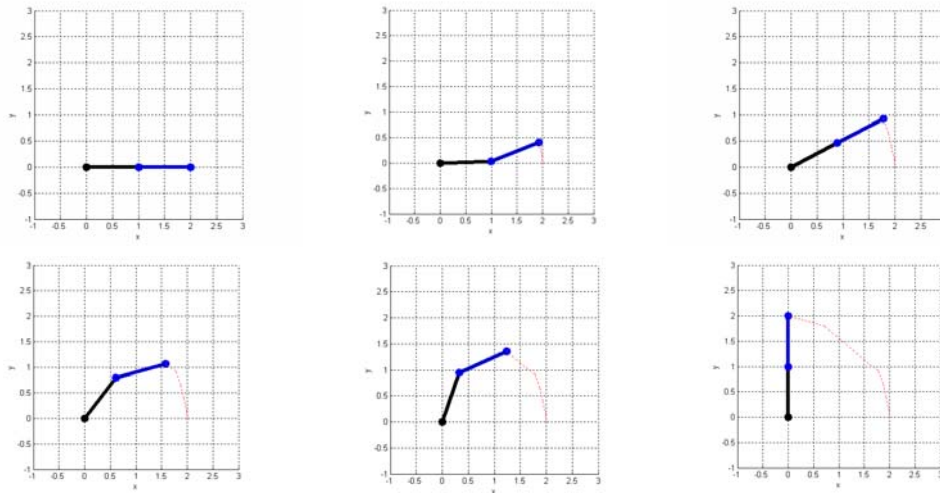


Figura 4: Movimento realizado pelo manipulador após a otimização.

A sequência de posicionamentos apresentado na Figura 4 permite constatar a tentativa do sistema de aproveitar a inércia adquirida durante o movimento para reduzir a exigência do torque máximo durante o percurso.

Uma característica importante deste processo é continuidade do movimento. Este é um fator decisivo para a efetiva implementação da trajetória proposta.

5. CONCLUSÃO

Este trabalho apresentou um estudo relativo à otimização do torque máximo aplicado às juntas de um robô para a realização de um movimento especificado.

Inicialmente considerou-se a obtenção das equações matemáticas do modelo dinâmico através das equações de Euler-Lagrange. Discutiu-se o esboço de sua determinação através de conceitos variacionais.

A seguir especificou-se explicitamente a formulação analítica do modelo dinâmico de um robô manipulador planar com dois graus de liberdade. Destaca-se que o nível de complexidade do modelo tende a crescer quando se consideram robôs de geometria mais sofisticada, com vários graus de liberdade. Optou-se por considerar a representação matricial e a formulação de estado, com o intuito de que esta abordagem auxilie a especificação e a análise de estruturas arbitrárias.

Após a contextualização da otimização de sistemas dinâmicos contínuos e discretos, discutiu-se a proposta de modelagem do objetivo de minimizar o valor máximo do torque através de conceitos de controle ótimo.

Diante da diversidade de estratégias propostas na literatura para a resolução deste tipo de problema, os resultados numéricos foram obtidos a partir de técnicas de otimização não lineares clássicas, tendo em vista o interesse do estabelecimento de uma metodologia genérica.

O resultado numérico comprovou a eficiência da metodologia proposta para a redução do valor máximo do torque necessário durante o movimento. Entretanto deve-se lembrar que o percentual de melhoria varia de acordo com cada problema específico, além da estrutura do robô em uso.

Uma extensão deste estudo consiste em estabelecer diferentes restrições em cada uma das juntas, além de restrições físicas no espaço de trabalho, como por exemplo obstáculos.

Os resultados obtidos até o momento levam os autores a acreditarem no uso da metodologia proposta em situações mais complexas.

6. REFERÊNCIAS

- Alves, J. B. M., 1988, “Controle de Robô”, Cartgraf Editora Ltda.
- Bryson, Jr., A. E., 1999, “Dynamic Optimization”, Addison Wesley Longman, Inc.
- Fletcher, R. and Powell, M. J. D., 1963, “A Rapidly Convergent Descent Method for Minimization”, Computer Journal, Vol. 6, pp. 163-168.
- Lee, C. S. G., 1983, “Robot Arm Dynamics”, IEEE Tutorial on Robotics, IEEE Computer Society Press.
- Luenberger, D. G., 1969, “Optimization by vector space methods”, John Wiley.
- Luenberger, D. G., 1984, “Linear and non-linear programming”, 2nd edition, Reading, MA: Addison-Wesley.
- Vanderplaats, G. N., 1999, “Numerical Optimization Techniques for Engineering Design”, 3rd edition, VR&D Inc.
- Stoer, J. and Bulirsch, R., 1993, “Introduction to Numerical Analysis”, 2nd ed., Springer.
- von Stryk, O., 1991, “Numerical solution of optimal control problems by direct collocation”, Optimal Control, Proceedings of the conference on Optimal Control and Variational Calculus, Oberwolfach.
- von Stryk, O. and Schlemmer, M., 1994, “Optimal Control of the Industrial Robot Manutec r3”, Computational Optimal Control, International Series of Numerical Mathematics 115, pp. 367-382.

ROBOT TORQUE OPTIMIZATION BY OPTIMAL CONTROL TECHNIQUES

Rogério Rodrigues dos Santos

Faculdade de Engenharia Mecânica, Universidade Federal de Uberlândia
Av. João Naves de Ávila, 2160 - Campus Santa Mônica - Bloco 1M - Uberlândia/MG
rrsantos@mecanica.ufu.br

Sezimária de Fátima Pereira Saramago

Faculdade de Matemática, Universidade Federal de Uberlândia
saramago@ufu.br

Valder Steffen Jr.

Faculdade de Engenharia Mecânica, Universidade Federal de Uberlândia
vsteffen@mecanica.ufu.br

Abstract: Robot manipulators are programmable devices designed to execute a great variety of tasks in a repetitive way. In industrial environment, productivity increase and cost reduction associated to robotic operation and maintenance can sometimes be obtained as a result of the decrease of dynamic requirements related to a specific task. Furthermore, this dynamic requirement reduction shall allow the execution of tasks that require the maximal system capacity, improving the robot versatility to work in various situations. In this work, a study concerning the dynamic characteristics of serial robot manipulators is presented. The reduction strategies of the maximal torque associated to the movement of the robot are presented. This is achieved by using variation calculus tools and optimal control techniques. Numerical results show the interest of the proposed methodology.

Keywords: Optimal control, Dynamics of Articulated Systems, Robot manipulator.