



GERAÇÃO DE CONDIÇÕES DE CONTORNO TURBULENTAS APLICADAS A SIMULAÇÃO DE GRANDES ESCALAS

Cleber Spode

Faculdade de Engenharia Mecânica, Universidade Federal de Uberlândia.
Av. João Naves de Ávila, 2160 – Uberlândia, MG 38400-902 – Brasil.
Laboratório de Transferência de Calor e Massa e Dinâmica dos Fluidos.
cleber.spode@ufu.br

Rubens Campregher

rubenscamp@gmail.com

Aristeu da Silveira Neto

aristeus@mecanica.ufu.br

Resumo: Simular escoamentos turbulentos com fidelidade é uma das principais qualidades da metodologia de Grandes Escalas (LES), sendo essas, simulações tridimensionais e transientes, e fortemente dependentes das condições de contorno impostas. O objetivo do presente trabalho é avaliar a eficiência de uma metodologia de geração de contorno de entrada turbulenta na simulação de Grandes Escalas de uma camada limite a $Re_\theta=670$ com desenvolvimento espacial e gradiente nulo de pressão. Os resultados demonstram a validade do método, capturando instabilidades físicas do escoamento e reproduzindo, com satisfação, as estatísticas de primeira e segunda ordem quando comparadas a resultados de Simulação Numérica Direta (DNS) e correlações experimentais.

Palavras-chave: Condições de Contorno, Camada Limite Turbulenta, LES.

1. INTRODUÇÃO

A simulação fiel de escoamentos turbulentos exige a imposição de condições de contorno igualmente turbulentas. Escoamentos com desenvolvimento temporal tais como decaimento isotrópico, camadas de mistura, jatos e canais planos usufruem da condição de periodicidade na direção preferencial do escoamento, onde as informações no plano de saída podem ser introduzidas na entrada dando o suporte necessário para o correto desenvolvimento da turbulência no interior do domínio.

Em escoamentos com desenvolvimento espacial, as condições de contorno devem ser impostas, e de forma fiel ao fenômeno físico. Se a região de entrada do problema em questão é laminar ou transicional, uma boa aproximação é impor um perfil médio sobre o qual são sobrepostas flutuações infinitesimais e o desenvolvimento dessas flutuações em turbulência ou não é responsabilidade do código utilizado e faz parte do domínio de cálculo. Porém, se a condição de entrada é turbulenta, a questão se torna mais complexa.

A forma mais fácil de gerar uma condição de contorno turbulenta, e de certa forma ingênua, é aplicando flutuações aleatórias ao perfil médio imposto. Porém, para códigos de baixa ordem espacial e temporal, essas pequenas flutuações são rapidamente dissipadas e seu efeito é aniquilado nas primeiras células adjacentes à entrada do domínio. Além disso, esse tipo de flutuação não possui nenhum caráter turbulento, sendo aplicada energia apenas nas altas frequências, o que justifica a sua rápida dissipação.

Para aproximações tridimensionais e transientes de escoamentos turbulentos, a contribuição de estruturas turbilhonares e do espectro de energia são importantes e devem ser levadas em conta no momento de impor as condições de contorno. Disso, faz-se necessário que o vetor de condições de contorno seja função do tempo e espaço, satisfazendo momentos de primeira e segunda ordem bem como o espectro de energia e a fase entre as os modos de flutuação das velocidades.

Construir séries que satisfaçam os momentos e espectro de energia é via de regra possível através de métodos estocásticos, porém a especificação da fase das oscilações é um problema ainda maior, pois descrevem complexas interações das estruturas turbilhonares do escoamento (Keating *et al.* (2004)). Sem o conhecimento das fases, fica impossível fazer a descrição completa da condição de contorno, sendo necessário um comprimento adicional para que o escoamento desenvolva as estruturas e produza uma condição de turbulenta real.

As primeiras tentativas de se reproduzir camadas limite com desenvolvimento espacial foram baseadas em condições de periodicidade modificadas. Spalart (1988) realizou a simulação numérica direta de uma camada limite para Re_θ até 1410 adicionando termos às equações de Navier-Stokes na região de saída, fazendo com que a camada limite adquira uma condição de equilíbrio para daí sim impor a condição de periodicidade e introduzir o perfil de saída na entrada do domínio.

Uma proposta mais versátil do ponto de vista teórico e de implementação foi publicada por Lund, Wu e Squires (1998). O método consiste em extrair um plano de velocidades a jusante da entrada do domínio e recondicionar as porções *inner* e *outer* da camada limite separadamente levando-se em conta as diferentes leis de similaridade nessas regiões. As velocidades corrigidas são então introduzidas na entrada do domínio.

Outra metodologia utilizada no estudo de escoamento com desenvolvimento espacial consiste em executar uma simulação a partir de uma camada limite em equilíbrio, podendo assim utilizar a condição de periodicidade, armazenando uma sequência de planos perpendiculares à direção *streamwise* do escoamento. Esses planos são então lidos como condição de contorno para uma nova simulação com desenvolvimento espacial. Essa metodologia possibilita um controle rigoroso sobre variáveis da camada limite como C_f , θ e δ^* , porém implica em um custo computacional adicional e muitas vezes no armazenamento de uma grande massa de dados, podendo em alguns casos, dependendo da resolução, inviabilizar o cálculo.

Uma variante da simulação a partir foi proposto por Schlüter, Pitsch e Moin (2004) para a simulação acoplada RANS/LES de escoamentos em turbinas. Utilizando dados anteriores reescalados para satisfazer os tensores de Reynolds, oriundos de uma simulação RANS, são introduzidos como condição de contorno para a porção LES do domínio. Os resultados são animadores, porém a necessidade de armazenamento de planos de velocidade ainda impedem a utilização desse tipo de método para malhas refinadas.

Outra família de geração de condições de contorno que não se baseia na reciclagem ou correção de um plano a jusante do escoamento são os métodos sintéticos. Le, Moin e Kim (1997) aplicaram com êxito a proposta desenvolvida por Le, Lele e Moin (1992), na simulação numérica direta do escoamento sobre o degrau. O método baseia-se na imposição de um perfil que satisfaz as estatísticas de primeira e segunda ordem bem como o espectro de energia, mas nenhum conteúdo confiável sobre a fase entre as flutuações é fornecido. Com isso, um comprimento adicional, cerca de um terço do domínio total, foi utilizado no desenvolvimento dessa condição de contorno imposta em turbulência real.

Klein, Sadiki e Janicka (2003) desenvolveram outra metodologia, baseada na filtragem digital de sinais aleatórios para a geração artificial de condições de entrada turbulentas. A metodologia é válida não somente para escoamentos como camada limite, mas para jatos e camadas de mistura. O método é capaz de gerar dados que satisfazem momentos de primeira e segunda ordem, porém, a necessidade de imposição de comprimentos de escalas dificulta sua aplicação para escoamentos parietais, onde o comprimento de escala é variável. Além disso, o conteúdo das fases entre as flutuações produzidas podem ser irreais, produzindo espectros de energia não físicos. Essa falta de informação entre as fases pode ser corrigida com a adição de um comprimento extra do domínio para o desenvolvimento da turbulência.

Spille-Kohoff e Kaltenbach (2001) propuseram uma forma diferente de gerar as condições artificiais, obtendo turbulência real com um comprimento de entrada menor. Nesse método, na entrada é injetado as condições produzidas por alguma método sintético, como o anterior por exemplo, e planos de controle são posicionados próximos da entrada. Em cada um desses planos são monitoradas as velocidades e dependendo do estado e que se encontra o campo, pequenas perturbações são injetadas na direção normal a parede afim de produzir os níveis de turbulência desejados. Com esse controle, o comprimento necessário para o desenvolvimento das instabilidades se reduz consideravelmente.

O presente trabalho objetiva avaliar o método de Lund, Wu e Squires (1998), que destina-se a simulação de camadas limites turbulentas em equilíbrio. A escolha entre os demais métodos justifica-se perante a ausência de fatores impostos pelo usuário do modelo, que segue a filosofia LES, onde se calcula mais e modela menos. A verificação do método se dá através da simulação de uma camada limite em equilíbrio a gradiente de pressão nulo utilizando a metodologia de Volumes Finitos e Simulação de Grandes Escalas.

2. O MÉTODO DE LUND, WU E SQUIRES

Sendo uma modificação do método proposto por Spalart(1988), o método de *rescaling* de Lund, Wu e Squires, possui a vantagem de não necessitar de nenhuma operação extra com as equações de Navier-Stokes, podendo o método ser implementado em um código *inflow-outflow* qualquer. Ou seja, o método passa a ser uma sub-rotina de um programa já existente e não acarreta grande custo computacional.

A idéia básica do método é estimar o perfil de velocidades na entrada do domínio baseando-se em um plano a jusante no escoamento que é reciclado (*rescaling*) e introduzido na entrada, ver Figura 1. Com isso, a condição de saída do domínio não precisa ser alterada.

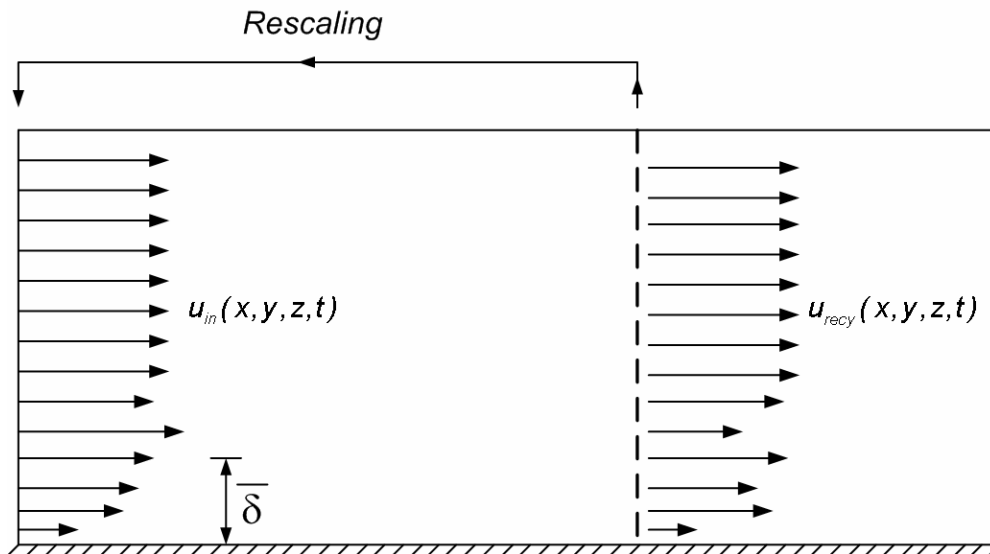


Figura 1. Processo de *Rescaling*.

O método consiste em separar o vetor velocidades em uma parte média e outra flutuante:

$$u'_i(x, y, z, t) = u_i(x, y, z, t) - U_i(x, y). \quad (1)$$

O vetor velocidade média é então corrigido de acordo com a lei de parede para camada limite turbulenta, separada em suas duas porções, *inner* e *outer*.

$$U^{inner} = u_{\tau}(x) f_1(y^+), \quad (2)$$

onde $u_{\tau} = \sqrt{\nu(\partial u / \partial y)_{wall}}$ é a velocidade de cisalhamento, $y^+ = u_{\tau}y/\nu$ coordenada *inner* e f_1 uma função a ser determinada.

$$U_{\infty} - U^{outer} = u_{\tau}(x) f_2(\eta), \quad (3)$$

onde $\eta = y/\delta$ é a coordenada *outer*, δ é a espessura da camada limite, U_{∞} a velocidade na corrente livre e f_2 a segunda função a ser determinada. Definindo U_{recy} e U_{inlet} como a velocidade média (no tempo e na direção z) no plano de reciclagem e na entrada respectivamente, a lei de parede para camada limite permite escrever:

$$U_{inlet}^{inner} = \gamma U_{recy}(y_{inlet}^+) \quad (4)$$

e

$$U_{inlet}^{outer} = \gamma U_{recy}(\eta_{inlet}) + (1 - \gamma)U_{\infty}, \quad (5)$$

onde

$$\gamma = \left(\frac{u_{\tau, inlet}}{u_{\tau, recy}} \right). \quad (6)$$

As variáveis y_{inlet}^+ e η_{inlet} são as coordenadas *inner* e *outer* da malha na entrada, ou seja, $U_{recy}(y_{inlet}^+)$ é a velocidade média no plano de reciclagem expressa em coordenadas y^+ do plano de entrada. Como as coordenadas variam do plano de entrada para o plano de reciclagem, uma interpolação é necessária, sendo as aproximações lineares suficientes. Para a coordenada *outer* o procedimento se dá da mesma forma.

A reciclagem para a velocidade média vertical é dada como:

$$V_{inlet}^{inner} = V_{recy}(y_{inlet}^+) \quad (7)$$

e

$$V_{inlet}^{outer} = V_{recy}(\eta_{inlet}). \quad (8)$$

A velocidade média na direção *spanwise* (z) é assumida como nula e nenhuma correção é necessária.

As flutuações nas regiões *inner* e *outer* são decompostas como:

$$(u_i')^{inner} = u_{\tau}(x) g_i(x, y^+, z, t) \quad (9)$$

e

$$(u_i')^{outer} = u_{\tau}(x) h_i(x, \eta, z, t). \quad (10)$$

Assumindo que g_i e h_i são periódicas, as flutuações de velocidades na entrada podem ser correlacionadas com a estação de reciclagem via

$$(u_i')_{inlet}^{inner} = \gamma(u_i')_{recy} (y_{inlet}^+, z, t) \quad (11)$$

e

$$(u_i')_{inlet}^{outer} = \gamma(u_i')_{recy} (\eta_{inlet}, z, t). \quad (12)$$

As Equações (4)-(8), (11) e (12) fornecem as velocidades médias e flutuações para ambas as porções, *inner* e *outer*, da camada limite. Um perfil composto, que é válido para toda camada limite pode ser construindo com uma função peso, compactando em uma só equação as duas parcelas:

$$(u_i)_{inlet} = \left[(U_i)_{inlet}^{inner} + (u_i')_{inlet}^{inner} \right] [1 - W(n_{inlet})] + \left[(U_i)_{inlet}^{outer} + (u_i')_{inlet}^{outer} \right] W(n_{inlet}). \quad (13)$$

A função peso $W(\eta)$ é definida como

$$W(\eta) = \frac{1}{2} \left\{ 1 + \tanh \left[\frac{\alpha(\eta - b)}{(1 - 2b)\eta + b} \right] / \tanh(\alpha) \right\}, \quad (14)$$

onde $\alpha = 4$ e $b = 0,2$. A função é nula quando $\eta = 0, 0,5$ em $\eta = b$ e assume a unidade em $\eta = 1$. Com as constantes adotadas, numericamente os valores de W podem exceder a unidade, sendo necessária a imposição de um limitador para a variável.

O processo de *rescaling* ou reciclagem requer os parâmetros de correção u_τ e δ tanto na estação de reciclagem como na entrada. Essas quantidades podem ser obtidas através dos perfis médios na estação de reciclagem, mas devem ser impostos na entrada. Fica claro que, impondo duas quantidades na entrada, u_τ e δ temos excesso de restrições, portanto faz-se necessária uma nova relação, que conecte a entrada com o plano de reciclagem. Uma boa opção é fixar δ na entrada e computar u_τ como:

$$u_{\tau, inlet} = u_{\tau, recy} \left(\frac{\theta_{recy}}{\theta_{inlet}} \right)^{1/8}, \quad (15)$$

onde θ é a espessura de momentum.

Pretendendo suavizar o transiente inicial da simulação, uma forma conveniente de computar a média temporal é através de uma função peso que é atenuada com o tempo,

$$U^{n+1} = \frac{\Delta t}{T} \langle u^n \rangle_z + \left(1 - \frac{\Delta t}{T} \right) U^n, \quad (16)$$

onde Δt é o passo de tempo, T é a escala de tempo característica utilizada para a média e $\langle \rangle_z$ o operador média espacial na direção *spanwise*. Um tempo característico $T = 10\delta/U_\infty$ foi utilizado até atingir o tempo total de simulação de $100\delta/U_\infty$, após foi adotado $T = 100\delta/U_\infty$.

3. MÉTODO NUMÉRICO

O escoamento é modelado através das equações de Navier-Stokes incompressíveis isotérmicas filtradas, aplicando-se a metodologia de grandes escalas com o clássico modelo de Smagorinsky e função de amortecimento de Van Driest:

$$\frac{\partial(\rho \bar{u}_i)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho \bar{u}_i \bar{u}_j)}{\partial x_j} = -\frac{\partial \bar{p}}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\mu_{eff} \left(\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_i} \right) \right], \quad (17)$$

$$\frac{\partial}{\partial x_i}(\rho \bar{u}_i) = 0. \quad (18)$$

A viscosidade efetiva é definida como:

$$\mu_{eff} = \mu + \rho (C_s \Delta)^2 \sqrt{2 S_{ij} S_{ij}}, \quad (19)$$

onde S_{ij} representa o tensor taxa de deformação e Δ o filtro $\Delta = \sqrt[3]{\Delta x \Delta y \Delta z}$. A função de amortecimento de Vand Driest atua de forma a anular a viscosidade turbulenta junto à parede, conforme:

$$C_s = C_{s0} \left(1 - e^{-d^+/A^+} \right)^2, \quad (20)$$

onde $d^+ = du_\tau/\nu$ é a distância à parede, $u_\tau = \sqrt{\tau_w/\rho}$ a velocidade de cisalhamento, τ_w a tensão de cisalhamento junto a parede, A^+ uma constante de valor 25 (Ferziger e Peric (1999)) e $C_{s0} = 0,1$ é a constante de Smagorinsky.

As equações são resolvidas utilizando o método dos Volumes Finitos em um domínio cartesiano, com acoplamento pressão velocidade SIMPLEC e arranjo co-localizado com interpolação de Rhie-Chow. A discretização espacial é de segunda ordem centrada e o avanço temporal feito pelo esquema implícito *three-time-level*.

O avanço temporal se dá a passo de tempo constante $\Delta t = 0.01h/U_0$ e o tempo total de simulação foi $t_{total} = 1000h/U_0$ dos quais $250h/U_0$ foram descartados por passagem do transiente. A malha empregada é tem dimensões $15\delta \times 5\delta \times 3\delta$ e 150, 45 e 80 volumes nas direções x, y e z respectivamente. Nas direções *stream* e *spanwise* foi utilizada malha uniforme e um grande refinamento na direção y, próximo à parede, com $y_{wall}^+ \approx 1$.

As condições de contorno impostas ao domínio são de periodicidade na direção z, não deslizamento na parede inferior, fluxo nulo na direção vertical na parede superior e gradiente de velocidade nulo em x na saída do domínio. A condição de entrada é dada pelo método de reciclagem descrito no item anterior. Como condições iniciais, aplicou-se o perfil médio de uma camada limite turbulenta sobre o qual foi sobreposto um ruído branco de 10% da velocidade de corrente livre.

4. RESULTADOS

A simulação da camada limite com desenvolvimento espacial em questão tem por objetivo reproduzir as estatísticas de primeira e segunda ordem e por conseqüências as instabilidades turbilhonares características do escoamento.

Estatisticamente, o método se comportou a contento, reproduzindo com fidelidade a média de velocidade u , Figura 2, recuperando muito bem a parte linear e logarítmica do perfil. Uma pequena discrepância é verificada na velocidade máxima prevista, devido ao falta de células junto à parede, o que prejudica a estimativa da velocidade de cisalhamento, fator utilizado no cálculo do u^+ .

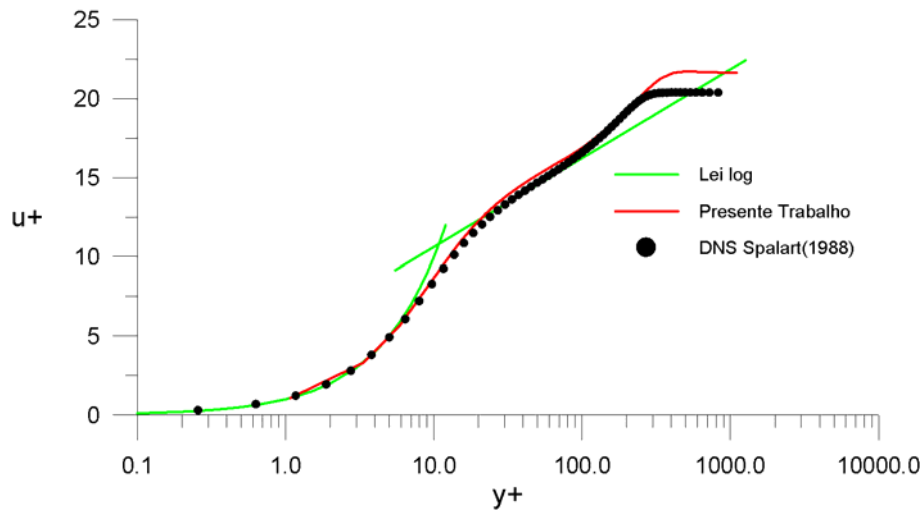


Figura 2. Perfil médio de velocidade.

As flutuações de velocidade u exibem ótimo comportamento, recuperando com acurácia as grandes flutuações junto a parede, Figura 3. No entanto, uma pequena super-predição é observada em seu pico máximo.

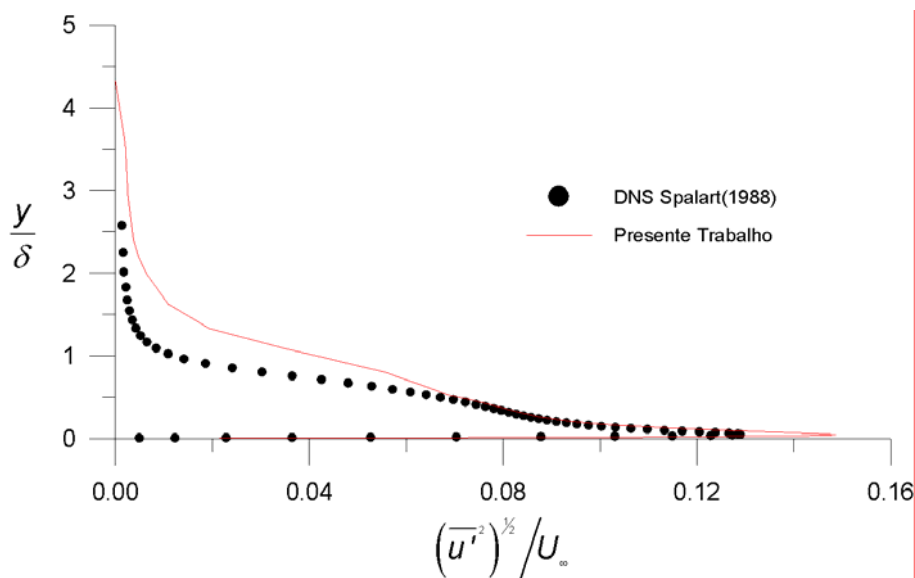


Figura 3. Flutuação RMS da velocidade *streamwise*.

As flutuações da componente de velocidade normal à parede, Figura 4, em oposição à componente u , apresentam uma sub-predição do pico de flutuações. Possivelmente a densidade de malhas utilizada não é necessária para capturar com total fidelidade o fenômeno. Apesar de ser o y^+ da primeira célula o fator mais importante em malhas que simulam camadas limites, possivelmente a deformação excessiva dos volumes, acaba que por desprestigiar células um pouco acima da parede, justamente onde acontecem as grandes flutuações.

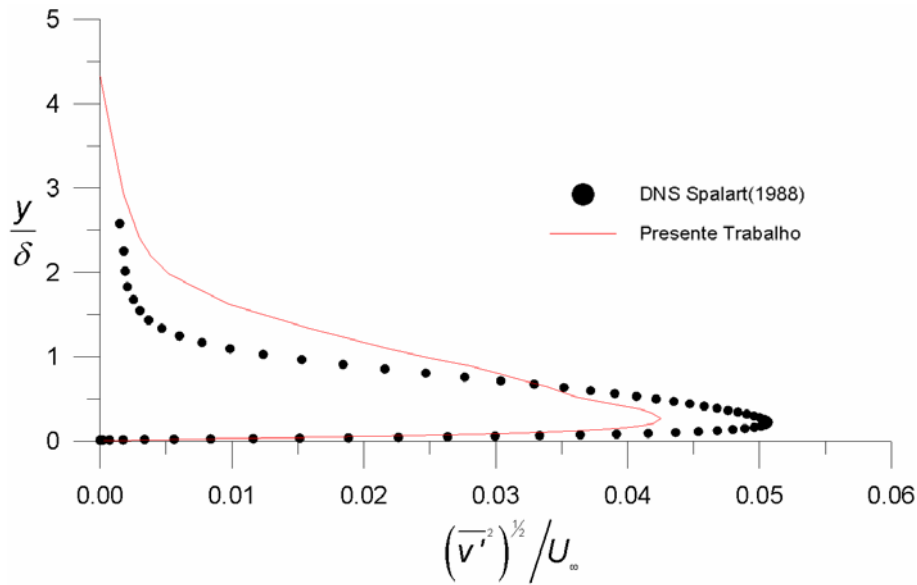


Figura 4. Flutuação RMS da velocidade normal à parede, v .

O tensor de Reynolds, Figura 5, também recupera com satisfação os dados desejáveis para a camada limite em questão, a menos de uma pequena sub-predição de seu pico máximo, onde, pelos fatores mencionados anteriormente, a malha possivelmente não tenha sido desenvolvida a contento.

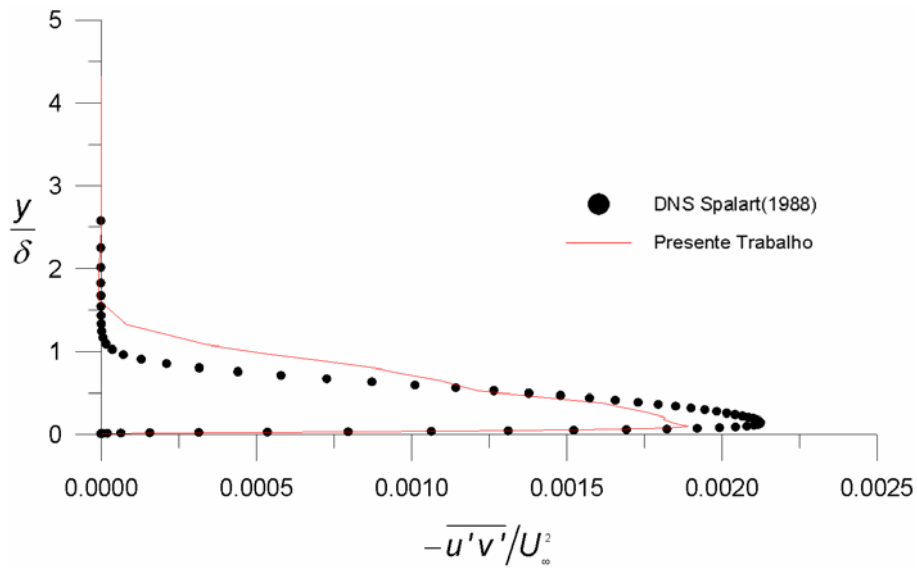


Figura 5. Tensor de Reynolds.

Resultados topológicos demonstram o transporte de estruturas turbilhonares em um plano $X \times Y$ na Figura 6. O transporte dessas estruturas é uma das vantagens de utilizar métodos de geração de condições de contorno turbulentas como o atual, sem os quais, em geral, as instabilidades geradas na entrada do domínio são rapidamente dissipadas.

Outras topologia encontrada em escoamentos do tipo camada limite são as chamadas *streaks*, ou estrias, que se formam junto à parede. São estruturas alongadas que se desenvolvem no sentido preferencial do escoamento. A Figura 7 apresenta um plano a $y/\delta = 0,01$, identificando claramente a formação das estrias e suas advecção da direção x .

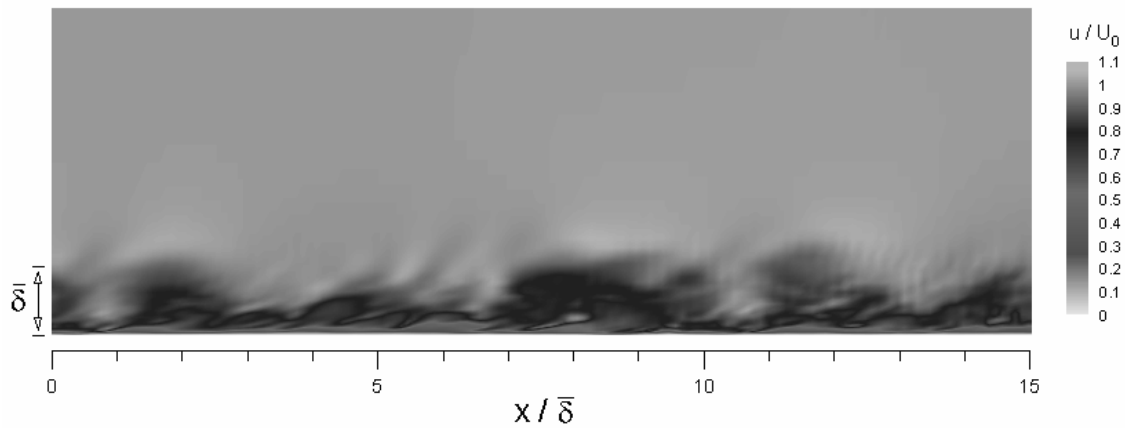


Figura 6. Componente *streamwise* da velocidade.

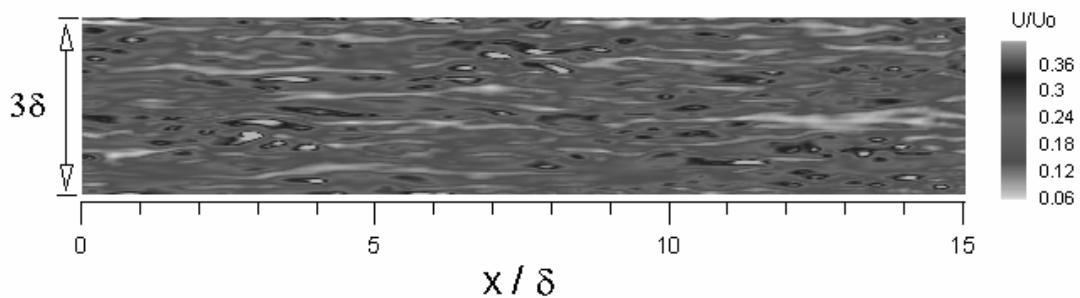


Figura 7. Estruturas estriadas no interior da camada limite.

5. CONCLUSÕES

Foi realizada a simulação tridimensional transiente de uma camada limite com desenvolvimento espacial utilizando um método de geração de contorno turbulenta. A proposta apresentada mostrou-se eficiente na reprodução desse tipo de escoamento e está validada como metodologia de geração de condição de contorno para demais casos a serem executados.

As estatísticas de primeira e segunda ordem apresentadas comprovam a correta descrição quantitativa do escoamento e as estruturas identificadas qualificam a metodologia como real na descrição de camadas limites turbulentas.

De posse do código implementado e validado, essa metodologia será utilizada como geradora de condições de contorno para os casos do degrau descendente e de um cubo imerso em um canal plano, onde poderemos averiguar a influência do nível de turbulência no desenvolvimento desses escoamentos complexos.

6. AGRADECIMENTOS

Os autores Cleber Spode e Aristeu da Silveira Neto agradecem o apoio financeiro do CNPq e o autor Rubens Campregher ao suporte financeiro da CAPES.

4. REFERÊNCIAS

- Ferziger, J.H. and Perić, M., 1999, “Computational Methods for Fluid Dynamics”, Springer.
- Keating, A., Piomelli, U., Ballaras, E., Kaltenbach, H. J., 2004. “A priori and a posteriori tests of inflow conditions for large-eddy simulation”. Physics of Fluids, Vol. 16, n° 12, pp. 4696-4712.

- Klein, M., Sadiki, A., Janika, J., 2003. "A digital filter based generation of inflow data for spatially developing direct numerical or large eddy simulations". *Journal of Computational Physics*. Vol. 186, pp. 652-665.
- Lee, S., Lele, S., Moin, P., 1992. "Simulation of Spatially evolving compressible turbulence and application of Taylor hypothesis". *Physics of Fluids A*, Vol. 4, N° 7, pp. 1521-1530.
- Le, H., Moin, P., Kim, J., 1997. "Direct numerical simulation of turbulent flow over a backward-facing step". *Journal of Fluid Mechanics*, Vol. 330, pp. 349-374.
- Lund, T., Wu, X., Squires, K. D., 1998. "Generation of Turbulent Inflow Data for Spatially-Developing Boundary Layer Simulations". *Journal of Computational Physics*, Vol. 140, pp. 233-258.
- Schlüter, J. U., Pitsch, H., Moin, P., 2004. "LES inflow conditions for coupling with Reynolds averaged flow solvers". *AIAA Journal*, Vol. 42, pp. 478.
- Spalart, P. R., 1988. "Direct simulation of a turbulent boundary layer up to $Re_\theta=1410$ ". *Journal of Fluid Mechanics*, Vol. 187, pp. 61-98.
- Spille-Kohoff, A., Kaltenbach, H. J., 2001. "Generation of turbulent inflow data with a prescribed shear-stress profile". Third AFOSR International Conference on DNS/LES Arlington, TX, 5-9 August 2001, in *DNS/LES Progress and Challenges*, edited by C. Liu, L. Sakell and T. Beutner.

TURBULENT BOUNDARY CONDITIONS GENERATION TO LARGE-EDDY SIMULATION

Cleber Spode

Faculdade de Engenharia Mecânica, Universidade Federal de Uberlândia.
Av. João Naves de Ávila, 2160 – Uberlândia, MG 38400-902 – Brasil.
Laboratório de Transferência de Calor e Massa e Dinâmica dos Fluidos.
cleber.spode@ufu.br

Rubens Campregher

rubenscamp@gmail.com

Aristeu da Silveira Neto

aristeus@mecanica.ufu.br

Abstract: *To simulate turbulent flows with fidelity is the best of Large-Eddy Simulation (LES), being these, three-dimensional and transient simulations are strong dependents of the imposed boundary conditions. The objective of the present work is to evaluate the efficiency of a turbulent boundary condition generation methodology in the Large-Eddy Simulation of a boundary layer at $Re_\theta=670$ with space development and zero pressure gradient. The results validate the method, capturing physical instabilities of the flow and reproducing, with satisfaction, the statistics of first and second order when compared the experimental results of Direct Numerical Simulation (DNS) and experimental data.*

Keywords: *Boundary Conditions, Turbulent Boundary Layer, LES.*