



SINTONIZAÇÃO DO ABSORVEDOR DINÂMICO DE VIBRAÇÕES TIPO LÂMINA VIBRANTE ATRAVÉS DA OTIMIZAÇÃO DO MODELO DE ELEMENTOS FINITOS

Giovanni Iamin Kotinda

Faculdade de Engenharia Mecânica – Universidade Federal de Uberlândia
Av. João Naves de Ávila, 2160 - Campus Santa Mônica - Bloco 1M - Uberlândia/MG - CEP: 38400-902
kotinda@mecanica.ufu.br

Valder Steffen Jr.

Faculdade de Engenharia Mecânica – Universidade Federal de Uberlândia
Av. João Naves de Ávila, 2160 - Campus Santa Mônica - Bloco 1M - Uberlândia/MG - CEP: 38400-902
vsteffen@mecanica.ufu.br

Resumo: O presente trabalho aborda a sintonização de um absorvedor dinâmico de vibração tipo lâmina vibrante através da otimização do modelo de elementos finitos. Com esta finalidade foi elaborado um modelo de elementos finitos do sistema, permitindo assim obter a metodologia para seu projeto usando técnicas de otimização. Foram tomados cuidados na criação das condições de contorno do modelo de elementos finitos, a fim de se obter respostas que representem adequadamente os aspectos físicos do problema. Para a otimização do sistema em questão foi utilizado um método clássico de primeira ordem incorporado ao Programa Ansys®.

Palavras-chave: Absorvedor Dinâmico de Vibração, Lâmina Vibrante, Elementos Finitos, Otimização.

1. INTRODUÇÃO

Absorvedores dinâmicos de vibração (ADV) são sistemas constituídos por elementos de massa, rigidez e amortecimento (estrutura secundária) que, acoplados a um sistema mecânico (estrutura primária) são capazes de atenuar as vibrações desta em uma banda de frequência (Frahm, 1911; Den Hartog, 1956). O princípio de funcionamento dos ADVs se baseia na geração de uma força de intensidade igual à força de excitação, porém em oposição de fase a esta, criando condições para o aparecimento do fenômeno conhecido como anti-ressonância. Para isso é preciso que os parâmetros do ADV (massa, rigidez e amortecimento) sejam escolhidos para uma excitação específica (particularmente no que diz respeito à frequência de vibração em que ocorre tal excitação) e diz-se então que o ADV está sintonizado.

Seja um sistema vibratório de dois graus de liberdade (g.d.l.), sem amortecimento, composto por uma estrutura primária (m_1, k_1) e por uma estrutura secundária, o próprio ADV (m_2, k_2), conforme mostrado na Figura 1 (Cunha Jr., 1999).

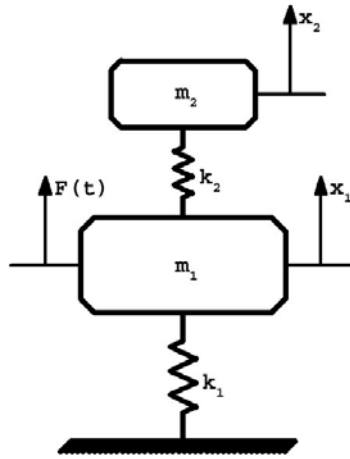


Figura 1: Modelo de uma estrutura primária com ADV não amortecido

As equações do movimento do sistema acoplado são dadas por:

$$\begin{aligned} m_1 \cdot \ddot{x}_1(t) + (k_1 + k_2) \cdot x_1(t) - k_2 \cdot x_2(t) &= F(t) \\ m_2 \cdot \ddot{x}_2(t) + k_2 \cdot [x_2(t) - x_1(t)] &= 0 \end{aligned} \quad (1)$$

A partir da equação (1) é possível obter uma expressão adimensional para a amplitude X_1 da massa m_1 :

$$\frac{X_1}{F_0 \cdot k_1^{-1}} = \frac{\left[1 - \left(\frac{\Omega}{\omega_2} \right)^2 \right]}{\left[1 + \frac{k_2}{k_1} - \left(\frac{\Omega}{\omega_1} \right)^2 \right] \cdot \left[1 - \left(\frac{\Omega}{\omega_2} \right)^2 \right] - \frac{k_2}{k_1}} \quad (2)$$

sendo:

$\Omega \rightarrow$ frequência de excitação da força $F(t)$.

$\omega_1 = \sqrt{\frac{k_1}{m_1}} \rightarrow$ frequência natural da estrutura primária, considerada isoladamente.

$\omega_2 = \sqrt{\frac{k_2}{m_2}} \rightarrow$ frequência natural da estrutura secundária, considerada isoladamente.

Como pode se observar na equação (2), a amplitude da estrutura primária é nula quando o numerador $\left[1 - \left(\Omega/\omega_2 \right)^2 \right]$ é igual a zero, o que ocorre quando a frequência Ω da força de excitação é a mesma que a frequência natural do absorvedor, ω_2 .

A Figura 2 ilustra a equação (2), onde nota-se a função resposta em frequência (FRF) típica de um sistema de dois graus de liberdade. Por se tratar de um sistema de dois g.d.l., existem duas frequências naturais e, devido a introdução do ADV, aparece uma anti-ressonância na frequência $\Omega = \omega_2$.

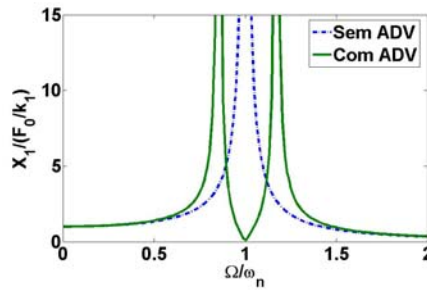


Figura 2: FRF da massa primária m_1 , para $m_2/m_1 = 0,1$

No presente trabalho será abordada a sintonização do absorvedor dinâmico de vibração tipo lâmina vibrante (ADV LV), sendo este composto por um suporte ao qual é fixada uma lâmina flexível e por uma massa (Figura 3a) que pode se deslocar ao longo da lâmina.

A sintonia deste ADV pode ser realizada alterando a massa m , a posição d da massa e da tração inicial T aplicada na lâmina (Figura 3b).

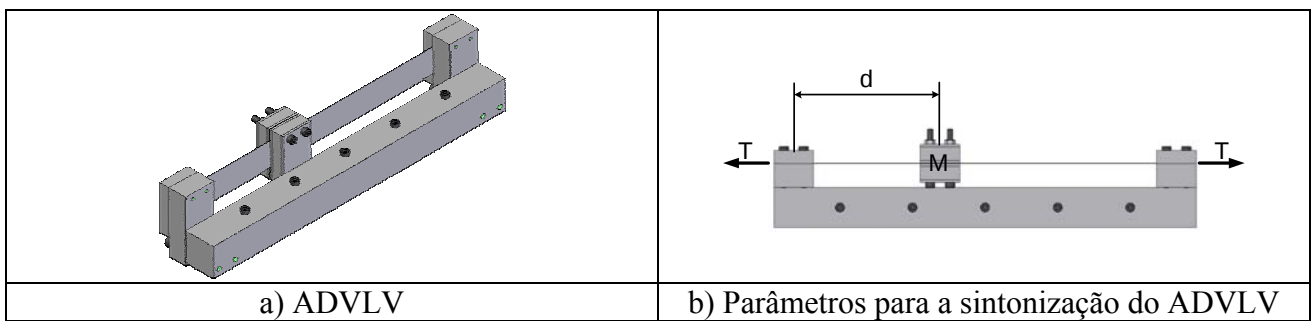


Figura 3: ADV LV

Para fins de estudo, este ADV é fixado a um sistema de um grau de liberdade constituído por uma placa rígida suspensa por quatro lâminas (Figura 4). Devido aos momentos de inércia das lâminas, pode-se considerar o movimento da mesa, ao longo de uma das direções horizontais, como sendo de apenas um g.d.l..

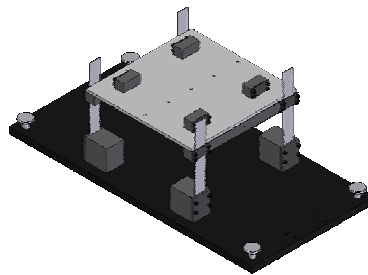


Figura 4: Sistema de um g.d.l. acoplado a quatro lâminas

A Figura 5 ilustra a montagem do ADV no sistema de um grau de liberdade.

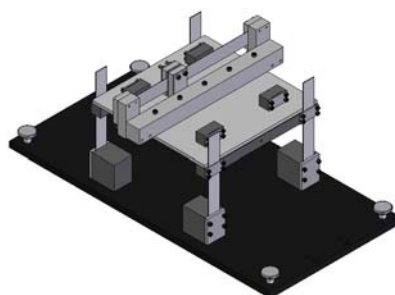


Figura 5: ADV LV acoplado ao sistema de 1 g.d.l.

2. MODELO DE ELEMENTOS FINITOS

Os modelos de elementos finitos, que serão apresentados neste trabalho foram construídos através de rotinas do software ANSYS®. Estas rotinas são de fácil implementação e permitem a criação de modelos paramétricos, ou seja, a geometria, assim como algumas propriedades, podem ser definidas através de variáveis. Esta metodologia torna fácil e rápida a obtenção de modelos cujas configurações são similares à idealizada inicialmente, sendo assim possível proceder à otimização automática do sistema.

2.1 Modelo da estrutura primária

Para a construção modelo de elementos finitos do sistema primário foi utilizado o elemento do tipo *Shell63* (mesa e lâminas) e o elemento do tipo *Beam4* (suporte do ADVLV) (Figura 6).

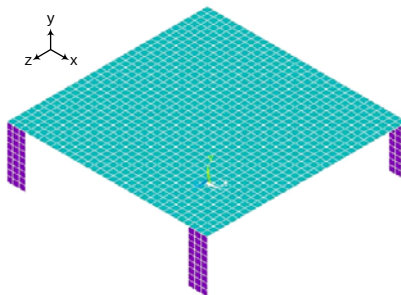


Figura 6: Modelo da estrutura primária

A Tabela 1 apresenta as dimensões da mesa e das lâminas, assim como as propriedades físicas associadas a elas.

Tabela 1: Propriedades associadas aos elementos *Shell63* da estrutura primária

Propriedade	Elementos da lâmina	Elementos da mesa
Dimensões ($\cdot 10^{-3} m$)	$24 \times 65,08 \times 0,8$	$250 \times 250 \times 6$
Densidade (kg/m^3)	7850	12442,7
Módulo de Elasticidade (Pa)	$2,06 \cdot 10^{11}$	$2,06 \cdot 10^{11}$
Coefficiente de Poisson	0,3	0,3

O suporte foi modelado usando os seguintes valores: área da seção transversal igual a $0,0009 m^2$, momentos de inércia iguais a $6,75 \cdot 10^{-8} m^4$ e espessura ao longo da seção transversal iguais a $0,03 m$. O módulo de elasticidade foi tomado como sendo $2,06 \cdot 10^{11} Pa$ e o coeficiente de Poisson foi considerado igual a 0,3 (a densidade foi considerada nula, uma vez que a massa do suporte foi simplesmente adicionada à massa da mesa).

As condições de contorno impostas ao modelo consideram um engastamento da base das lâminas, ou seja, esta condição de contorno restringe todos os seis graus de liberdade permitidos para cada nó (translação e rotação em torno dos eixos x, y e z são considerados nulos) e deslocamentos iguais na união entre os nós das lâminas e os nós da mesa. Foram realizadas duas análises, sendo a primeira dedicada à obtenção da frequência natural e dos modos de vibrar da mesa; a segunda, para obtenção da função de transferência do sistema primário. Para esta última análise, foi considerada uma força unitária aplicada à estrutura conforme mostrado na Figura 7.

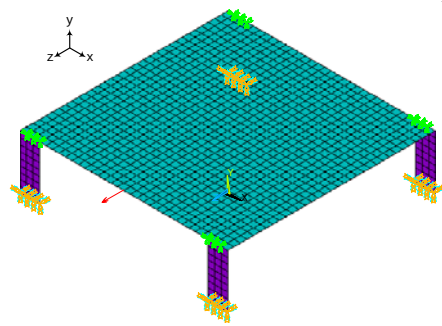


Figura 7: Aplicação da força unitária para a análise harmônica

2.2 Modelo da lâmina vibrante com massa concentrada

A lâmina vibrante com massa concentrada foi modelada com elemento tipo *Shell63* (Figura 8). Dois conjuntos de propriedades foram criados para serem associadas ao elemento *Shell63*. O primeiro se refere à lâmina (elementos claros) e, o segundo, se refere à massa concentrada (elementos escuros).

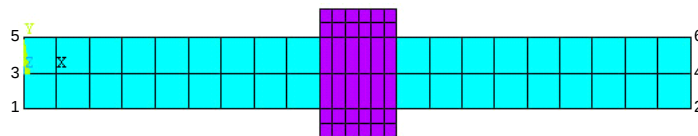


Figura 8: Modelo da lâmina vibrante com massa concentrada

A Tabela 2 apresenta os valores para cada conjunto de propriedades. Note que, para o elemento da massa, é apresentado um valor de espessura que está associado a um valor de massa correspondente.

Tabela 2: Propriedades associadas aos elementos *Shell63* da lâmina vibrante

Propriedade	Elementos da lâmina	Elementos da massa
Espessura ($\cdot 10^{-3} m$)	0,7	e
Densidade (kg/m^3)	7850	11340
Módulo de Elasticidade (Pa)	$2,06 \cdot 10^{11}$	$2,06 \cdot 10^{11}$

2.3 Modelo da lâmina vibrante com massa concentrada acoplada à estrutura primária

A Figura 9 apresenta o modelo da lâmina vibrante com massa concentrada acoplada à estrutura primária. Este modelo foi construído seguindo os passos descritos a seguir.

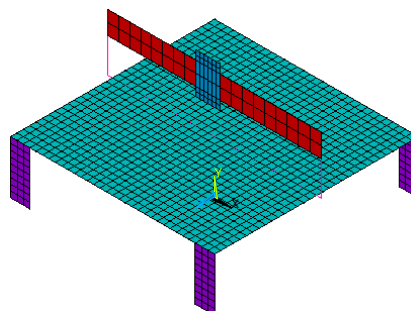


Figura 9: Modelo da lâmina vibrante com massa concentrada acoplada à estrutura primária

Primeiramente foram construídos os modelos da estrutura primária sem o suporte do ADV, mas contendo a lâmina vibrante com massa concentrada (Figura 10a). Todos os nós da estrutura primária foram engastados e as condições de contorno da lâmina vibrante com massa concentrada são apresentadas na Tabela 3.

Tabela 3: Condições de contorno impostas na lâmina

Nó	Translação	Rotação	Força
1	$x = livre$	$x = 0$ $y = 0$ $z = 0$	$F_x = T$
3	$y = 0$		
5	$z = 0$		
2	$x = 0$	$x = 0$ $y = 0$ $z = 0$	$F_x = 0$
4	$y = 0$		
6	$z = 0$		

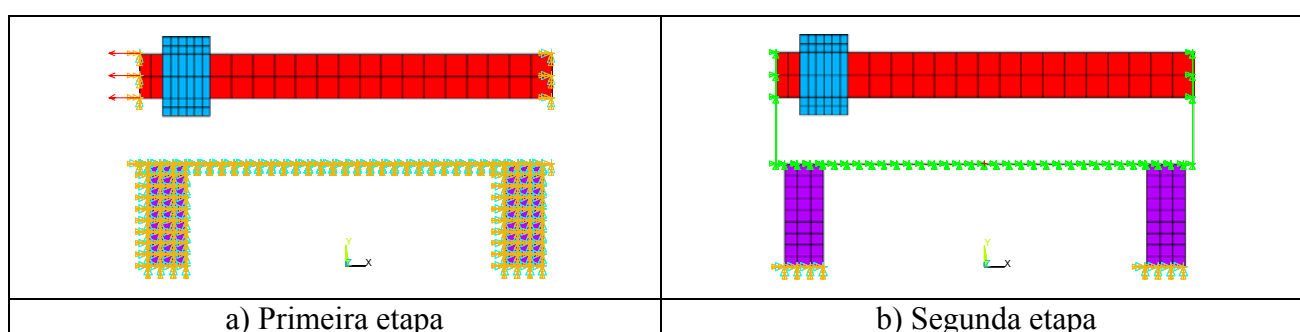


Figura 10: Construção do modelo da lâmina vibrante com massa concentrada acoplada à estrutura primária

Nesta etapa foram calculadas a tensão e a deformação sofridas pela lâmina, sendo tais valores armazenados para uso na análise modal e na análise harmônica.

Concluída a primeira etapa, foram adicionados os suportes do ADV ao modelo. Aqui foram descartadas as condições de contorno previamente impostas, reaplicando-as da seguinte maneira: engastamento da base das lâminas e deslocamentos iguais na união entre os nós das lâminas e os nós da mesa. Igualmente, são considerados iguais os deslocamentos dos nós da mesa e os deslocamentos dos nós do suporte do ADV, assim como os deslocamentos do suporte do absorvedor e os nós do ADV (Figura 10b). E, em seguida, são realizados os cálculos modais e harmônicos.

Este procedimento de criar e simular o modelo em duas etapas tem como objetivo aproximar a forma de aplicação da tração inicial na lâmina ao que efetivamente ocorre no caso real. Se todo o modelo for criado antes dos cálculos, tem-se que, ao ser aplicada a tração, o suporte do ADV se deforma em flexão à semelhança de uma viga engastada livre, resultando assim um momento sobre a lâmina, conforme apresentado na Figura 11.

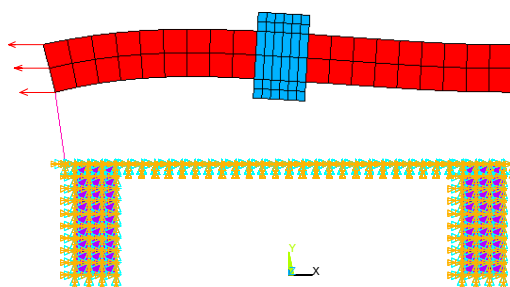


Figura 11: Modelo construído em uma única etapa com os nós da estrutura primária engastados e força de tração inicial aplicada

Caso a mesa esteja somente engastada na sua base, a aplicação da tração implica no aparecimento de uma torção na estrutura primária (Figura 12).

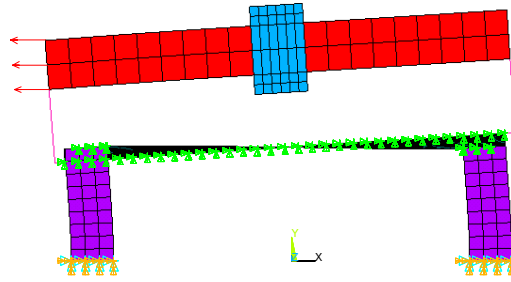


Figura 12: Modelo construído em uma única etapa com os nós da base da estrutura primária engastados e forças de tração inicial aplicada

3. OTIMIZAÇÃO

A formulação padrão de problemas de otimização é dado por (Butkewitsch et al., 2001):

$$\max, \min(F(\{x\})) \quad (3)$$

ou seja, encontrar o melhor valor possível (máximo ou mínimo) de uma função que representa um critério de performance, sujeito a:

$$G_j(\{x\}) \leq 0 \quad (4)$$

mantido para um conjunto de valores limitados para j aspectos de performance do sistema

$$H_k(\{x\}) = 0 \quad (5)$$

isto é, um conjunto de valores alvos para k aspectos de performance do sistema, e

$$\{x\}^{LI} \leq \{x\} \leq \{x\}^{LS} \quad (6)$$

representam limites para os valores dos elementos contidos no vetor $\{x\}$. Estes elementos são chamados de variáveis de projeto ou decisão, e todas as funções (F , G e H) envolvidas na otimização dependem direta ou indiretamente destas variáveis.

No trabalho em questão o problema de otimização é definido da seguinte maneira:

Função objetivo ($\min(F(\{x\}))$): valor obtido para a primeira frequência natural da lâmina vibrante com massa concentrada, obtida na primeira etapa da construção do modelo, menos o valor da frequência natural da estrutura primária.

Função de restrição ($G_1(\{x\}) \leq 2,2$): valor obtido para a primeira frequência natural da lâmina vibrante menos a primeira frequência natural do sistema lâmina vibrante acoplado à estrutura primária.

Função de restrição ($G_2(\{x\}) \leq 2,2$): valor obtido para a segunda frequência natural do sistema lâmina vibrante acoplado à estrutura primária menos a primeira frequência natural da lâmina vibrante.

Variáveis de projeto ($\{m \ d \ T\}^T$): valores da massa (espessura da massa), posição da massa e tração inicial da lâmina. Sendo os limites inferiores e superiores dados por:

$$\{0,0192 \ 0,030 \ 0,000\}^{LI} \leq \{m[m] \ d[m] \ T[N]\} \leq \{0,0313 \ 0,131 \ 68,847\}^{LS} \quad (7)$$

Desta forma tem-se ao final do processo de otimização os valores dos parâmetros m , d e T que sintonizam o ADVLV para atenuar a vibração do sistema primário quando este é excitado por uma força externa cuja frequência é igual à frequência natural da estrutura primária. Exige-se que a diferença entre a frequência dos picos (ressonâncias) para o vale (anti-ressonância) seja igual à 2,2 Hz. Foi utilizado um otimizador de primeira ordem, este determina a direção de busca baseada no valor do gradiente da função objetivo e faz parte da biblioteca do programa Ansys®.

4. RESULTADOS

A frequência da estrutura primária obtida pela análise modal do modelo de elementos finitos foi de $\omega_1 = 14,492 \text{ Hz}$, sendo o modo de vibrar correspondente apresentado na Figura 13.

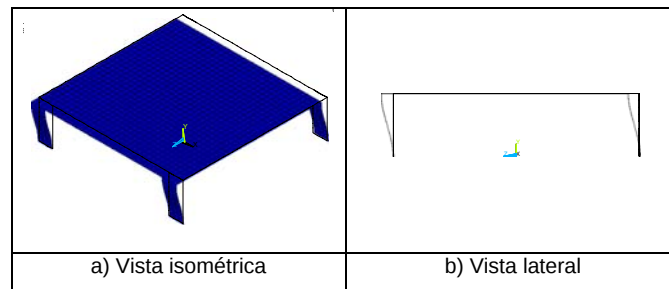


Figura 13: Modo de vibrar da estrutura primária

A função de resposta em frequência da estrutura primária obtida é apresentada na Figura 14. Note que a curva apresenta apenas um pico, indicando assim que a estrutura se comporta como um sistema de apenas um grau de liberdade.

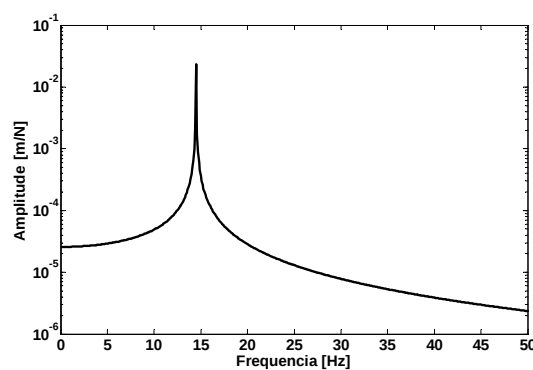


Figura 14: FRF da estrutura primária

Para a otimização foram escolhidas três condições iniciais, sendo estas apresentadas na Tabela 4.

Tabela 4: Configurações iniciais para a otimização

Variáveis de projeto	Configurações		
	Primeira	Segunda	Terceira
Massa (espessura [m])	0,0192	0,02525	0,0313
Posição [m]	0,030	0,0805	0,131
Tração inicial [N]	0,000	34,4235	68,847

A Tabela 5 apresenta as respostas ótimas obtidas para cada uma das configurações iniciais. Note que para a primeira configuração, houve violação do valor mínimo para a variável T (tração inicial) e da função restrição G_1 (FREST1).

Tabela 5: Soluções obtidas pela otimização

Variável	Configurações		
	Primeira	Segunda	Terceira
Massa (espessura [m])	0,23379e-01	0,28395e-01	0,27845e-01
Posição [m]	0,84155e-01	0,12187	0,12945
Tração inicial [N]	> -3,6740	22,157	19,016
FOBJ	0,15124	0,45104e-03	0,29368
FREST1	> 2,0665	2,1935	2,2839
FREST2	2,2048	2,5617	2,3403
nº de interação	4	5	6

A Figura 15 apresenta as FRFs da segunda configuração inicial e configuração otimizada.

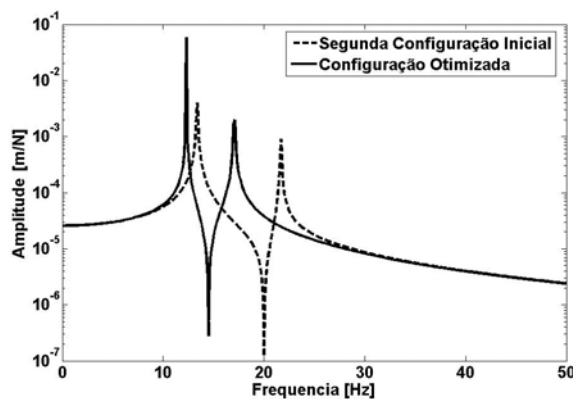


Figura 15: Comparação entre as FRFs da segunda configuração inicial e da configuração otimizada

6. CONCLUSÃO

A motivação deste trabalho foi a de abordar a utilização do método de elementos finitos para realizar a sintonia do absorvedor dinâmico de vibração (ADVLV) usando técnicas de otimização.

Foi elaborado um modelo de elementos finitos parametrizado, ou seja, todas as definições da geometria do modelo são funções de algumas variáveis. Esta forma de criar o modelo tornou fácil e rápida sua obtenção, chegando a configurações similares à idealizada inicialmente e permitindo a otimização automática do sistema.

Deve-se tomar cuidado ao impor as condições de contorno, uma vez que, se estas forem impostas inadequadamente, tem-se a obtenção de respostas que não representam convenientemente o comportamento dinâmico do sistema, como foi mostrado na seção 2.3.

O otimizador se mostrou eficiente na busca da configuração ótima. Porém, devido ao tipo de superfície de resposta obtido para o sistema, foram verificados mínimos locais. Daí a importância de iniciar o processo de otimização a partir de configurações diferentes.

Como trabalho futuro, será utilizado um método heurístico (*ant-colony*) de otimização (Dorigo et al, 1996) que deverá operar em conjunto com um método clássico. A intenção é utilizar o método heurístico para obter um projeto quase ótimo. Em seguida, através de uma técnica baseada no gradiente, espera-se poder chegar ao ótimo global.

7. REFERÊNCIAS

- Frahm, H., 1911, “Device for Damping Vibrations of Bodies”, US Patent 989, 958.
- Den Hartog, J. P., 1956, “Mechanical Vibrations”, 4th edition. McGraw-Hill, New York.
- Cunha Jr., S. S., 1999, “Estudo Teórico e Numérico de Absorvedores Dinâmicos de Vibrações”, Dissertação de Mestrado, UFU, Uberlândia, M.G.
- Butkewitsh, S, Borges, J.A.F., Leal, M.F., Kotinda, G.I., 2001, “Meta-Modeling, Optimization and Robust Engineering of Automotive Systems Using Design of Experiments”, SAE Technical Paper Series 2001-01-3848, ISSN 0148-7191, indexed in the Global Mobility Database, São Paulo.
- Dorigo, M, Maniezzo, V, Coloni, A, 1996, “The Ant System: Optimization by a colony of cooperating agents”, IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics–Part B, Vol.26, No.1, pp.1-13

TUNING A VIBRATING BLADE DYNAMIC VIBRATION ABSORBER BY USING OPTIMIZATION TECHNIQUES AND FINITE ELEMENT MODELING

Giovanni Iamin Kotinda

Faculdade de Engenharia Mecânica – Universidade Federal de Uberlândia
Av. João Naves de Ávila, 2160 - Campus Santa Mônica - Bloco 1M - Uberlândia/MG - CEP: 38400-902
kotinda@mecanica.ufu.br

Valder Steffen Jr.

Faculdade de Engenharia Mecânica – Universidade Federal de Uberlândia
Av. João Naves de Ávila, 2160 - Campus Santa Mônica - Bloco 1M - Uberlândia/MG - CEP: 38400-902
vsteffen@mecanica.ufu.br

Abstract: *The present contribution deals with the tuning of a vibrating blade dynamic vibration absorber by using optimization techniques that are applied to the finite element model of the system. Consequently, the finite element model was defined in such a way that the design variables could be easily manipulated to perform optimization methods, aiming at tuning the absorber. Special care was devoted to the boundary conditions of the system in such a way that the dynamic responses mimic real operating conditions. A classical first order optimization method incorporated to Ansys® was used in this paper.*

Keywords: *Dynamic Vibration Absorber, Vibrating Blade, Finite Element Method; Optimization.*