



ESPECIFICAÇÃO DE TRAJETÓRIA DE ROBÔS EM TEMPO ÓTIMO

Rogério Rodrigues dos Santos

Faculdade de Engenharia Mecânica, Universidade Federal de Uberlândia
Av. João Naves de Ávila, 2160 - Campus Santa Mônica - Bloco 1M - Uberlândia/MG
rrsantos@mecanica.ufu.br

Sezimaria de Fátima Pereira Saramago

Faculdade de Matemática, Universidade Federal de Uberlândia
saramago@ufu.br

Valder Steffen Jr.

Faculdade de Engenharia Mecânica, Universidade Federal de Uberlândia
vsteffen@mecanica.ufu.br

Resumo: Robôs manipuladores são dispositivos programáveis projetados para executar uma grande variedade de tarefas de forma repetitiva. Sua concepção prevê versatilidade para que possam se adequar a diversas situações. Um critério de desempenho a ser observado é o tempo necessário para realizar uma atividade, pois quando se considera a execução de tarefas repetitivas, pequenas variações de tempo resultam em variações significativas na produtividade. Este trabalho propõe a determinação de trajetórias suaves em tempo mínimo, que atendam especificações cartesianas do efetuador e considerem restrições de velocidade e aceleração. Os experimentos computacionais realizados demonstram a aplicabilidade e eficiência da estratégia proposta enquanto ferramenta de projeto deste tipo de sistema.

Palavras-chave: Robô manipulador, trajetória, otimização.

1. INTRODUÇÃO

Os robôs manipuladores têm sido utilizados em um número cada vez maior de atividades. Sua popularização se deve em parte pelo desenvolvimento da tecnologia, que tem tornado atrativa a relação custo/benefício deste equipamento.

Entretanto, uma característica dos robôs que os distingue das demais máquinas é a sua versatilidade. A possibilidade de utilização para a realização das mais diversas tarefas oferece uma robustez que não se encontra em máquinas desenvolvidas para realizar atividades específicas.

A reprogramação do robô não depende de alterações das características mecânicas do mesmo, sendo usualmente realizada simplesmente substituindo o software que o controla. Diante da relativa simplicidade na reconfiguração dos movimentos realizados, através do software de controle, há diversas possibilidades de utilização do mesmo equipamento (Craig, 1989).

Assim, além da análise do aspecto mecânico o estrutural do robô, faz-se necessário o desenvolvimento de software para seu controle de maneira apropriada, para que se possa utilizar efetivamente todo o potencial oferecido.

Ao longo do tempo a indústria, dentre outros setores, tem utilizado de forma intensiva a automatização da produção, permitindo a fabricação de uma quantidade cada vez maior de produtos, a um custo reduzido.

Neste contexto, os robôs têm tido espaço não somente na substituição de outras máquinas, mas também na realização de tarefas mais complexas, realizadas anteriormente pelo homem.

Um critério de desempenho comumente utilizado é o tempo gasto para realizar uma tarefa. Em um ambiente altamente competitivo, onde se realizam tarefas repetitivas e o tempo deve ser utilizado de forma ótima, a diminuição do tempo necessário para a realização de uma atividade específica pode resultar em um aumento significativo de produtividade (Constantinescu and Croft., 2000).

Além do fator tempo, deve-se lembrar também que a movimentação do robô deve atender a restrições mecânicas. É desejável que seu movimento seja suave, evitando alterações bruscas de direção e velocidade. Isto porque movimentos bruscos podem comprometer não somente a estrutura mecânica do robô, como também a qualidade dos produtos que se está manipulando ou a tarefa que se está executando (Cao, Dodds and Irwin, 1994). Além disso, existem obviamente restrições quanto a quantidade de energia possível de ser introduzida no sistema através dos atuadores que o acionam.

Neste trabalho propõe-se uma estratégia que minimiza o tempo necessário para a realização do movimento de um robô manipulador, considerando restrições de posicionamento requeridas, *jerk* máximo admitido e suavidade do movimento.

2. INTERPOLAÇÃO

O tipo de movimento mais simples de um robô é o movimento ponto a ponto. Neste caso o robô é comandado de uma configuração inicial a uma configuração final sem a preocupação sobre o caminho intermediário percorrido pelo mesmo.

Para um controle mais preciso sobre a forma do movimento, pode-se fazer um planejamento através da programação *off-line*, que permite a análise de elementos como deslocamento, velocidade e aceleração durante todo o percurso. Neste caso é necessário o cálculo da solução cinemática inversa, ou seja, a partir de uma posição cartesiana, determina-se as coordenadas de junta correspondentes a esta configuração.

A técnica mais comumente utilizada para determinar a transição entre uma posição inicial e final desejadas consiste em realizar uma interpolação entre estes dois pontos a partir das respectivas coordenadas de junta.

Pode-se realizar uma interpolação polinomial simples, ou ainda técnicas mais sofisticadas, como por exemplo, as *Splines*. Estas técnicas permitem a análise e configuração não só do posicionamento e orientação do robô, como também oferecem informações sobre velocidade, aceleração, torque e energia utilizadas para a realização da tarefa (Saramago and Steffen, 1998).

Neste trabalho determina-se o valor das coordenadas de junta para posição, velocidade, deslocamento e *jerk* a partir da interpolação realizada pela *B-Spline* Cúbica. Assim, informados os pontos de controle (t_i, θ_{ij}), obtém-se o valor nos demais instantes de tempo desejados.

A cada iteração do processo de otimização deve-se realizar uma nova interpolação, pois as variáveis de projeto t_i são ajustadas na busca do *jerk* mínimo.

3. FUNÇÃO OBJETIVO

Deseja-se determinar um movimento que atenda a especificações cartesianas da trajetória, seja suave e exija *jerk* menor que um valor máximo pré-estabelecido.

Para a análise do tempo mínimo no qual pode-se realizar esta tarefa, recorre-se a técnicas de otimização que minimizem o tempo total gasto e atenda aos critérios estabelecidos.

Dados o tempo inicial $t_{inicial}$, o tempo final t_{final} , o ângulo mínimo θ_{minimo} e o ângulo máximo θ_{maximo} de cada junta j de um robô manipulador, define-se um conjunto de m pontos $P_i(x,y,z)$, $i=1, \dots, n$, em coordenadas cartesianas onde se deseja posicionar o efetuador do robô.

Supondo o conjunto de tempos disponíveis para o posicionamento em cada ponto P_i igualmente distribuídos dentro do intervalo de tempo proposto, define-se $\Delta t = (t_{final} - t_{inicial})/n$, e os intervalos de tempo $t_1 = t_{inicial}$, $t_2 = t_1 + \Delta t$, $t_3 = t_2 + \Delta t$, ..., $t_{n-1} = t_{n-2} + \Delta t$ e $t_n = t_{final}$.

Pode-se demonstrar que esta distribuição de tempo não é a que representa a melhor configuração, principalmente nas situações onde as posições cartesianas P_i não são equidistantes. Entretanto, como veremos, ela é utilizada somente como uma aproximação inicial para o problema de otimização.

Definidos os tempos, é associado a cada um deles um posicionamento P_i , resultando em um conjunto de pares ordenados da forma (t_i, P_i) .

A análise do posicionamento do robô é realizada em função de suas m coordenadas de junta. Por este motivo, o conjunto (t_i, P_i) é reescrito da forma $(t_i, \theta_{i1}, \theta_{i2}, \dots, \theta_{im}) = (t_i, \theta_{ij})$ onde θ_{ij} representa o ângulo de cada junta j do robô manipulador no instante de tempo i .

Tem-se assim (t_i, θ_{ij}) , $i=1, \dots, n$, $j=1, \dots, m$, um conjunto de $m \times n$ pontos cartesianos especificados em m coordenadas de junta e os respectivos n instantes de posicionamento.

Na metodologia proposta, o primeiro passo é determinar uma trajetória possível para o movimento do robô. Isto é obtido através da interpolação dos pontos especificados em coordenadas de junta por funções de interpolação *B-Splines* Cúbicas. A utilização desta técnica é amplamente difundida na literatura por assegurar a suavidade função através da continuidade de sua derivada.

Após a obtenção de uma trajetória, procura-se ajustar os intervalos de tempo t_i (que inicialmente é o mesmo para cada posição θ_{ij} especificada) a fim de diminuir a exigência do *jerk* máximo (em módulo) necessário para a realização de cada movimento.

Este problema pode ser escrito como um problema de otimização através da função objetivo

$$\min_{\substack{1 \leq i \leq n \\ 1 \leq j \leq m}} (\max_{1 \leq j \leq m} (F(t_i, q_{ij}))^2) \quad (1)$$

$$t_{\text{inicial}} \leq t_i \leq t_{\text{final}}$$

onde $F(t_i, q_{ij}) = \frac{\partial^3 f}{\partial q_j^3}(t_i, q_{ij})$ representa o *jerk* de cada junta j no instante i .

Seja $Je(t_i, \theta_{ij})$ o *jerk* máximo exigido da junta θ_{ij} para o posicionamento do efetuador em P_i no intervalo de tempo t_i .

Tem-se neste momento a distribuição ótima de tempo para realização do movimento no intervalo de tempo $t_{\text{inicial}} \leq t_i \leq t_{\text{final}}$, ou seja, a configuração de tempo obtida resulta no valor mínimo (em módulo) do maior *jerk* exigido.

Neste momento deve-se analisar se o tempo final é o menor possível, que é determinado segundo o critério: caso o *jerk* máximo seja maior que o inicialmente estabelecido, deve-se aumentar o tempo total ($t_{\text{final}} - t_{\text{inicial}}$) previsto para a realização do movimento; caso seja menor, pode-se reduzir o tempo total disponível.

Este objetivo pode ser especificado como um problema de otimização

$$\min Je(t_i, \theta_{ij}) + (t_{\text{final}} - t_{\text{inicial}})^2 \quad (2)$$

No final desta etapa será determinado o intervalo de tempo para o qual o maior *jerk* exigido atende a especificação inicial, além da distribuição ótima de intervalos de tempo, para a qual o *jerk* máximo é o menor possível dentro do tempo previsto.

Além disso, deve-se destacar que a especificação do movimento atende a critérios de suavidade, pois as coordenadas são obtidas através de funções de interpolação *Spline*.

4. RESULTADOS NUMÉRICOS

Foram realizados experimentos numéricos para verificar a aplicabilidade e o desempenho da metodologia proposta.

O exemplo a seguir utiliza um manipulador planar de 3 links, cujos parâmetros de Denavit-Hartenberg são

Tabela 1: Parâmetros DH.

a	α	d	θ
1.0	0.0	0.0	*
1.0	0.0	0.0	*
1.0	0.0	0.0	*

A origem do manipulador está no ponto (0,0,0), o efetuador na posição (0, 3, 0) e são especificados os seguintes pontos de controle

Tabela 2: Coordenadas de controle.

Cartesiana (m)	$\theta_1(\text{rad})$	$\theta_2(\text{rad})$	$\theta_3(\text{rad})$
0 3 0	1.564	0.024	-0.027
1 2 0	1.934	-0.735	-1.066
2 1 0	1.344	-0.852	-0.956
3 0 0	0.005	-0.010	0.005
2 -1 0	0.374	-0.760	-1.042
1 -2 0	-0.222	-0.861	-0.948
0 -3 0	-1.559	-0.027	0.020

Além disso, são fixados os parâmetros $t_{\text{inicial}} = 0$ s, $t_{\text{final}} = 5$ s e *jerk* máximo = 1 rad/s^3 .

A partir destas especificações deve-se determinar qual o menor tempo t_{final} para que o *jerk* não exceda o valor máximo estabelecido, qual o tempo de transição entre os pontos de controle, e, finalmente, que a trajetória não contenha variações bruscas.

Ao realizar interpolação através de *B-Splines* Cúbicas, onde cada tempo de transição é definido como $\Delta t_i = (t_{\text{final}} - t_{\text{inicial}})/7$, obtém-se a trajetória

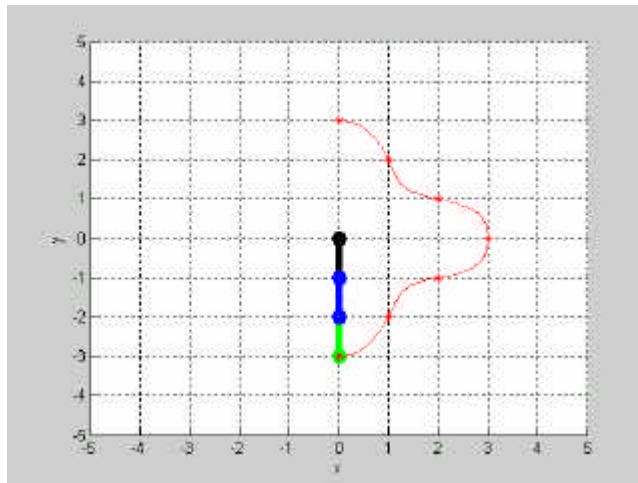


Figura 1: Posição especificada (*) e trajetória obtida (-).

Determinando-se diferentes valores t_{final} não há diferenças na especificação da trajetória.

O ângulo das coordenadas de junta θ_{ij} para cada junta $j=1,2,3$ e o *jerk* associado nos tempos $0 \leq i \leq 5$ são apresentados nas Figuras 2 e 3.

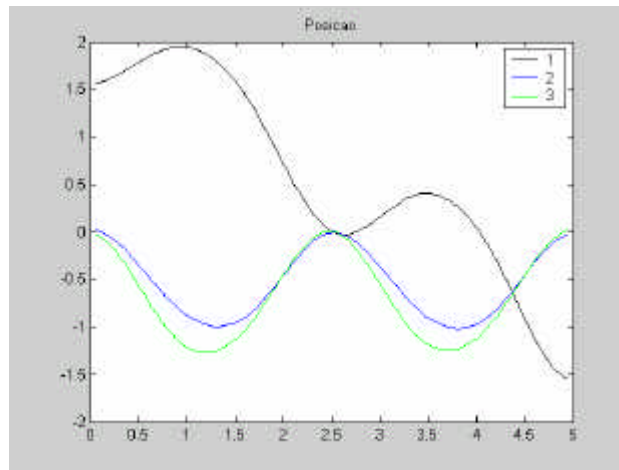
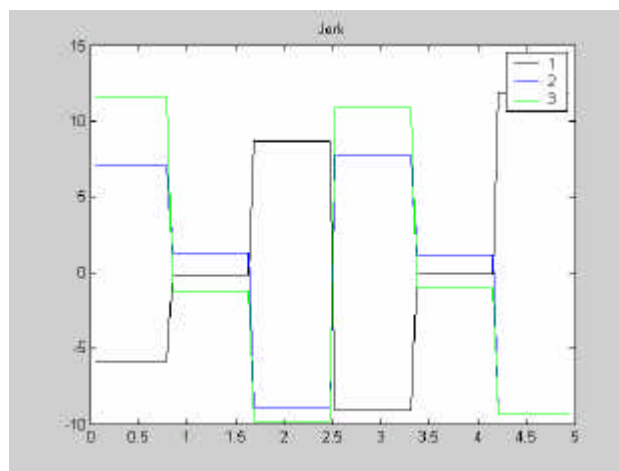


Figura 2: Ângulo das coordenadas de junta (rad)

Figura 3: Jerk das coordenadas de junta (rad/s^3)

Ao realizar a análise sobre as exigências para a realização do movimento, obtém-se a tabela com os valores mínimos e máximos de posição, velocidade, aceleração e *jerk* para o tempo final $t_{\text{final}} = 5$ s.

Tabela 3: Valores mínimos e máximos requeridos.

INTERPOLACAO DE TRAJETORIA					
GRAU DO POLINOMIO:		3			
PONTOS INFORMADOS:		7			
PONTOS INTERPOLADOS:		100			
JUNTA		DES.(rad)	VEL.(rad/s)	ACE.(rad/s ²)	JER.(rad/s ³)
1	MIN	-1.5508	-2.1543	-2.7330	-9.0668
1	MAX	1.9446	0.7751	6.5775	11.8794
2	MIN	-1.0179	-1.2437	-4.5592	-9.4064
2	MAX	0.0192	1.3374	2.8043	7.7349
3	MIN	-1.2698	-1.6658	-5.6496	-9.8293
3	MAX	0.0138	1.5785	3.4220	11.5862

Observa-se que o *jerk* máximo para a junta 1 é 11.8709 rad/s^3 , um valor bem maior que o limite especificado 1.0. Realizando somente uma redistribuição dos intervalos de tempo, ou seja alterando os valores de t_i de 0.000, 0.833, 1.666, 2.500, 3.333, 4.166 e 5.000, para 0.000, 1.078, 1.519, 2.450, 3.529, 4.019 e 5.000 segundos, obtém-se os novos valores apresentados na Tabela 4.

Tabela 4: Valores mínimos e máximos requeridos

INTERPOLACAO DE TRAJETORIA					
GRAU DO POLINOMIO:		3			
PONTOS INFORMADOS:		7			
PONTOS INTERPOLADOS:		100			
JUNTA		DES.(rad)	VEL.(rad/s)	ACE.(rad/s ²)	JER.(rad/s ³)
1	MIN	-1.5535	-1.8709	-4.2100	-7.5424
1	MAX	1.9864	0.7080	4.4851	7.7390
2	MIN	-0.8963	-1.0345	-3.8802	-7.8075
2	MAX	0.0210	1.1863	3.4811	5.2900
3	MIN	-1.0976	-1.3477	-4.3376	-7.7079
3	MAX	0.0151	1.3650	3.5785	7.5038

Pode-se observar que apesar do valor máximo do *jerk* ter sido reduzido para 7.7390 rad/s³, ainda não satisfaz a especificação prevista.

Aplicando a metodologia proposta ao problema inicial, obtém-se uma configuração que atende a todas as especificações previstas (inclusive quanto ao valor máximo do *jerk*), definindo inclusive o tempo mínimo para sua realização. Assim, obtém-se a trajetória mostrada na Figura 4, resolvendo portanto o problema. Esta trajetória é determinada a partir de coordenadas de junta de acordo com a Figura 5.

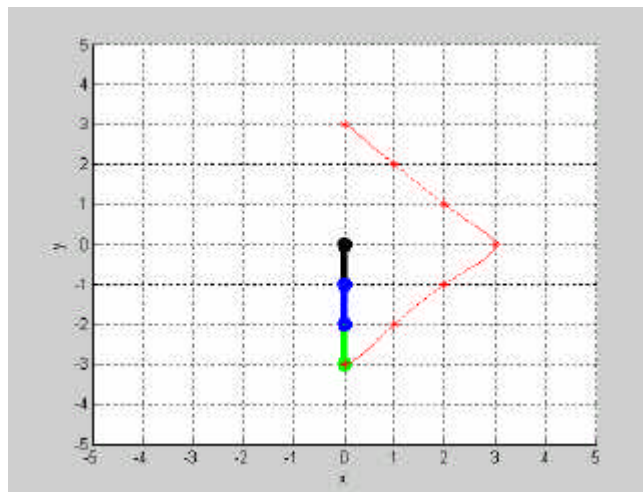


Figura 4: Posição especificada (*) e trajetória obtida (-)

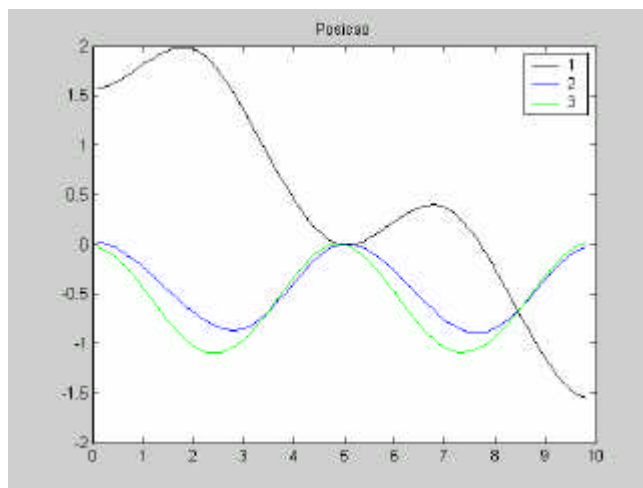


Figura 5: Ângulo das coordenadas de junta (rad/s)

Resulta, portanto, uma exigência sobre o valor do *jerk* que não excede o máximo estipulado 1.0 rad/s^3 .

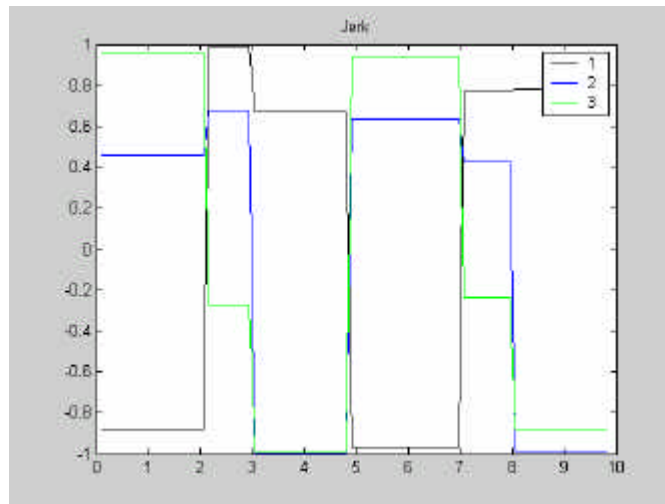


Figura 6: Jerk das coordenadas de junta (rad/s^3)

Os valores máximos resultantes desta nova especificação são apresentados na Tabela 5.

Tabela 5: Valores mínimos e máximos requeridos

INTERPOLACAO DE TRAJETORIA					
GRAU DO POLINOMIO:		3			
PONTOS INFORMADOS:		7			
PONTOS INTERPOLADOS:		100			
JUNTA		DES.(rad)	VEL.(rad/s)	ACE.(rad/s^2)	JER.(rad/s^3)
1	MIN	-1.5535	-0.9430	-1.0695	-0.9658
1	MAX	1.9864	0.3568	1.1393	0.9910
2	MIN	-0.8963	-0.5214	-0.9857	-0.9997
2	MAX	0.0210	0.5979	0.8844	0.6774
3	MIN	-1.0976	-0.6793	-1.1020	-0.9870
3	MAX	0.0151	0.6880	0.9091	0.9609

A distribuição de tempo ótima para a realização desta tarefa é $t = 0.000, 2.139, 3.014, 4.862, 7.002, 7.974$ e 9.920 segundos, respectivamente. Observa-se que os tempos não são mais igualmente espaçados, o que significa que os intervalos de tempo foram ajustados de forma a atender aos requisitos impostos pelo problema.

5. CONCLUSÃO

Neste trabalho apresenta-se uma metodologia para a especificação de trajetória de um robô manipulador, do ponto de vista de sua cinemática. A trajetória considera a existência de pontos intermediários entre a posição inicial e final que devem ser alcançados durante o movimento. Além do tempo mínimo, pretende-se que a trajetória obtida seja suave e não ultrapasse um valor limite previamente estabelecido para o *jerk*.

Inicialmente determina-se uma função objetivo que descreve esta situação. Observa-se que este problema se divide em dois subproblemas que são: determinar a distribuição de tempo ótima entre os diversos pontos de controle dado um tempo total fixo, e em seguida, ajustar o tempo total a partir de informações sobre o *jerk* máximo permitido.

Esta abordagem permite a análise independente do tempo total e dos tempos intermediários.

No final obtém-se o tempo total ótimo e os tempos intermediários associados.

O experimento numérico confirma a eficiência da estratégia, que reduz o *jerk* inicial de 11.8794 para 0.9997 rad/s³ ajustando o tempo total para 9.92 segundos.

A formulação deste problema de otimização viabiliza o estudo de cenários variados devido à simplicidade de alteração dos parâmetros relevantes, além do bom desempenho computacional (sempre menor que 30 segundos para os casos testados).

Além da possibilidade de utilização imediata desta metodologia em problemas reais, a presente metodologia está sendo estendida para situações em que se deseja otimizar também grandezas dinâmicas como torque e energia. Além disso, polinômios de ordem maior a três estão sendo considerados na interpolação.

6. REFERÊNCIAS

- B. Cao, G.I. Dodds, and G.W. Irwin. Time-Optimal and Smooth Constrained Path Planning for Robot Manipulators. In IEEE International Conference on Robotics and Automation, pp. 1853-1858, San Diego, California, 1994.
- J.J. Craig, 1989. *Introduction to robotics: Mechanics & control*, second edition. Reading, MA: Addison-Wesley.
- D. Constantinescu, and E.A. Croft., 2000. "Smooth and Time-Optimal Trajectory Planning for Industrial Manipulators along Specified Paths". *Journal of Robotic Systems*, 17(5), pp. 233-249.
- R. P. Paul, 1981. *Robot manipulators: Mathematics, Programming, and Control*. Cambridge, MA: MIT Press.
- S.F.P. Saramago and V. Steffen Jr, 1998, Optimization of the Trajectory Planning of Robot Manipulators Taking Into-Account the Dynamics of the System, *Mechanism and Machine Theory*, Elsevier Science. Ltd, Vol. 33, N. 7, pp. 883-894.

7. DIREITOS AUTORAIS

Os autores são os únicos responsáveis pelo conteúdo do material impresso incluído no seu trabalho.

ROBOT PATH PLANNING FOR OPTIMAL TIME DESIGN

Rogério Rodrigues dos Santos

Faculdade de Engenharia Mecânica, Universidade Federal de Uberlândia
Av. João Naves de Ávila, 2160 - Campus Santa Mônica - Bloco 1M - Uberlândia/MG
rrsantos@mecanica.ufu.br

Sezimaria de Fátima Pereira Saramago

Faculdade de Matemática, Universidade Federal de Uberlândia
saramago@ufu.br

Valder Steffen Jr.

Faculdade de Engenharia Mecânica, Universidade Federal de Uberlândia
vsteffen@mecanica.ufu.br

Abstract: *Robots manipulators are programmable devices designed to execute a variety of tasks in a repetitive way. This conception demands versatility, so that they can be adapted to several situations. A performance criterion to be observed is the total time to accomplish a given task, because when it is considered the execution of repetitive tasks, small reductions of time result in significant increase in the productivity. This work proposes the determination of smooth paths in minimum time, satisfying Cartesian specifications of the end-effector and considering speed and acceleration constraints. The accomplished experiments and computational results demonstrate the applicability and efficiency of the proposed strategy as a tool for designing this type of mechanical system.*

Keywords: *Robot manipulator, path planning, optimization.*