

VALIDAÇÃO DE UM CÓDIGO NUMÉRICO 3D PARA ANÁLISE DE PROBLEMAS DE DINÂMICA DOS FLUIDOS

Elie Luis Martínez Padilla

Universidade Federal de Uberlândia
Faculdade de Engenharia Mecânica
Campus Santa Mônica – Bloco 1M
CEP: 38400-902, Uberlândia, MG
epadilla@mecanica.ufu.br

Aristeu da Silveira Neto

Universidade Federal de Uberlândia
Faculdade de Engenharia Mecânica
aristeus@mecanica.ufu.br

Resumo: Como parte de um projeto que envolve a análise de escoamentos em regime de transição e turbulência em canais cilíndrico-anulares, com excentricidade variável, foi desenvolvido um código numérico tridimensional em coordenadas cartesianas. No presente trabalho, apresenta-se o processo de validação deste código através da solução de escoamentos no interior de cavidades cúbicas com parede deslizante. Os resultados são comparados com dados de outros autores em configurações 2D e 3D, obtendo-se muito boa concordância.

Palavras-chave: código 3D, validação, dinâmica dos fluidos.

1. INTRODUÇÃO

A experimentação numérica como ferramenta para a solução de problemas científicos e de engenharia, tem alcançado na atualidade um grande avanço em função do desenvolvimento tecnológico de equipamentos computacionais e de novas metodologias numéricas para o tratamento de escoamentos complexos e instáveis. Nesse contexto, a solução de alguns problemas envolvendo as três dimensões tem sido possível nos últimos anos.

Embora as recomendações para testar um programa sugerem começar por problemas simples, que tenham soluções analíticas ou numéricas tabeladas, o problema a resolver para validar o código numérico desenvolvido, corresponde a escoamentos no interior de cavidades cúbicas com parede deslizante (*lid-driven cavity*). No entanto trata-se de uma geometria simples, o escoamento apresenta características complexas, as quais são ainda motivo de estudo na atualidade. Entre as principais características pode-se mencionar o surgimento de vórtices primários e secundários gerados pela movimentação da parede deslizante, assim como a simetria respeito da direção axial (enquanto o escoamento seja estável).

O problema de cavidade quadrada bidimensional (*driven-cavity*) tornou-se, segundo a literatura, em um problema clássico para testar modelos numéricos. Benjamin and Denny (1979), Ghia et al. (1982) e Botella e Peyret (1998) são alguns dos muitos trabalhos existentes, dos quais Ghia et al. (1982) é frequentemente referenciado.

Devido as diversas dificuldades de se estudar experimentalmente escoamentos em cavidades tridimensionais, só há duas décadas Koseff e Street (1984) conseguem êxito nas suas pesquisas, mostrando claramente que os escoamentos no interior de cavidades são de natureza tridimensional.

A partir desse trabalho pioneiro, podem-se encontrar estudos numéricos tridimensionais como os de Kato et al. (1990), Babu and Korpela (1994) e Sheu e Tsai (2002).

2. CÓDIGO NUMÉRICO

O modelo matemático que representa os escoamentos está baseado nos princípios fundamentais que regem os fenômenos de transporte, ou seja as equações de conservação da massa (Eq. 1) e do balanço da quantidade de movimento (Eq. 2).

$$\frac{\partial(\rho u_j)}{\partial x_j} = 0, \quad (1)$$

$$\frac{\partial(\rho u_i)}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j}(\rho u_j u_i) = \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\mu \frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \mu \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) - \frac{\partial p}{\partial x_i}, \quad (2)$$

onde u representa o campo de velocidade e p o campo de pressão, ρ é a densidade e μ é a viscosidade dinâmica.

As equações de Navier-Stokes são discretizadas pelo método de volumes finitos, como proposto por Patankar (1980), onde os termos advectivos e difusivos são aproximados pelo esquema de diferenças centradas. O acoplamento pressão-velocidade foi realizado através do método do passo fracionado, com aproximação de segunda ordem no tempo (Adams-Brashforth). Assim, o novo campo de velocidade é dado por:

$$\begin{aligned} \frac{\partial(\rho u_i)}{\partial t} = & \frac{3}{2} \left[-\frac{\partial}{\partial x_j}(\rho u_j u_i) + \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\mu \frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \mu \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) \right]^n - \\ & \frac{1}{2} \left[-\frac{\partial}{\partial x_j}(\rho u_j u_i) + \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\mu \frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \mu \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) \right]^{n-1} - \frac{\partial p^n}{\partial x_i} \end{aligned} \quad (3)$$

e corrigido por:

$$u_i^{n+1} = u_i^* - \left(\frac{dt}{\rho} \right) \left(\frac{\partial p'}{\partial x_i} \right). \quad (4)$$

A correção da pressão é obtida desde:

$$\frac{\partial}{\partial x_i} \left(\frac{\partial p'}{\partial x_i} \right)^{n+1} = \frac{1}{dt} \left[\frac{\partial(\rho u_i)}{\partial x_i} \right], \quad (5)$$

A equação de Poisson para pressão (Eq. 5) é resolvida pelo método SIP (Strongly Implicit Procedure), como proposto por Stone (1968). O superíndice $n+1$ representa o tempo atual.

3. PROBLEMA TESTE

O problema considerado para a validação do código numérico em coordenadas cartesianas está esquematizado na Fig. 1. Trata-se do escoamento no interior de uma cavidade cúbica de tamanho

característico L , onde as paredes laterais e inferior são mantidas estáticas e a parede superior se movimenta com uma velocidade $U = 10 \text{ m/s}$.

O escoamento é considerado incompressível e Newtoniano. As condições de contorno nas paredes estáticas são de não-deslizamento e impermeabilidade e, na parede deslizante, condição de não deslizamento na direção vertical (y), de impermeabilidade na direção axial (z) e $u = U$ na direção horizontal.

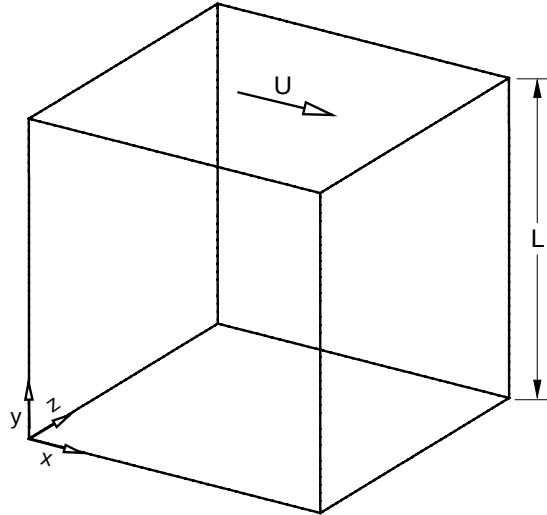


Figura 1. Esquema do problema.

O parâmetro adimensional que governa este tipo de escoamentos é o número de Reynolds baseado na velocidade da parede superior:

$$\text{Re} = \frac{\rho UL}{\mu} \quad (6)$$

4. RESULTADOS

Os resultados correspondem a duas configurações, a primeira trata-se de uma cavidade bidimensional e, a segunda, de uma cavidade tridimensional. São considerados diversos números de Reynolds até um valor de $\text{Re} = 1000$. Em ambas as configurações foram usadas dois tipos de malhas, uniformes em todas as direções.

4.1 Cavidade Bidimensional

Sendo o código numérico tridimensional, considerou-se a seguinte estratégia para aproximar os resultados a solução bidimensional: imposição de periodicidade como condição de contorno na direção axial, assim como, adoção de malhas com um número mínimo de volumes na referida direção. As simulações compreendem escoamentos para três números de Reynolds $\text{Re} = 100, 400$ e 1000 , com malhas $40 \times 40 \times 2$ e $50 \times 50 \times 2$ nas direções horizontal, vertical e axial, respectivamente.

Os dados empregados para comparação correspondem a Ghia et al. (1982). Eles usaram a formulação de função corrente-vorticidade para simular diversos casos com valores de número de Reynolds na faixa $10^2 \leq \text{Re} \leq 10^4$. É importante ressaltar que o padrão do escoamento apresenta uma recirculação primária e entre uma e três recirculações secundárias, dependendo do Re .

Na Figura 2 apresenta-se a comparação das componentes horizontal e vertical da velocidade para $\text{Re} = 100$. O perfil da velocidade horizontal para $x = 0.5 \text{ (m)}$, mostrado na Fig. 2(a), indica

máximos valores nas proximidades da parede deslizante, para logo mudar de direção a partir do centro da recirculação primária. O perfil de velocidade vertical para $y = 0.5$ (m), da Fig. 2(b), mostra igualmente um ponto de inflexão que permite caracterizar a recirculação primária. Os perfis praticamente são os mesmos.

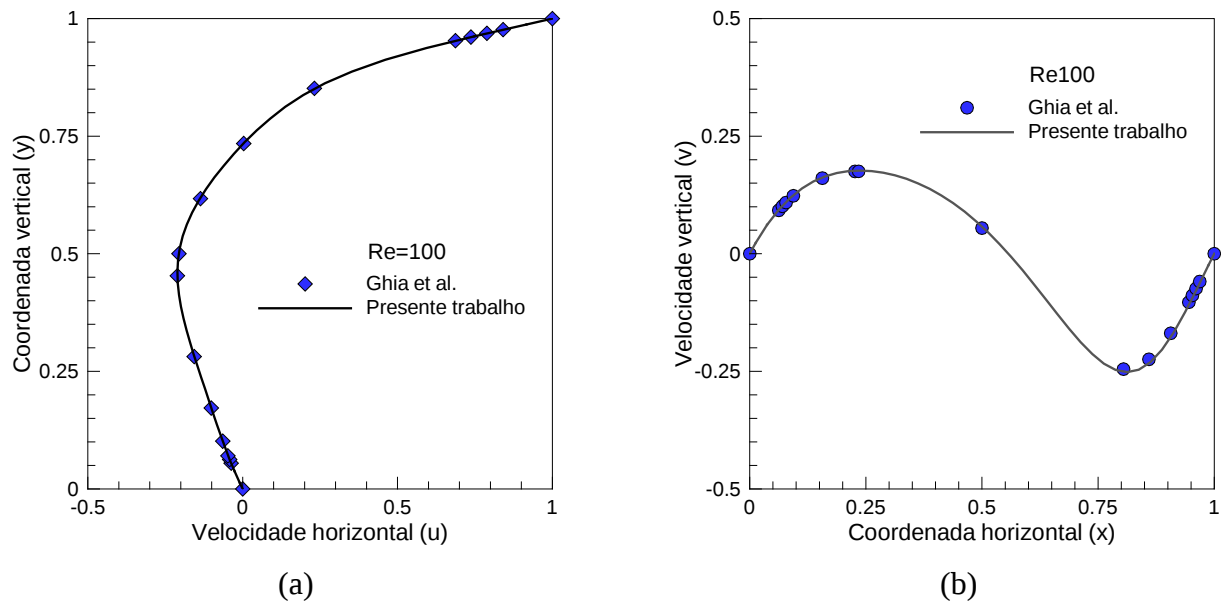


Figura 2. Comparação do campo de velocidade para número de Reynolds 100; a) velocidade horizontal, b) velocidade vertical.

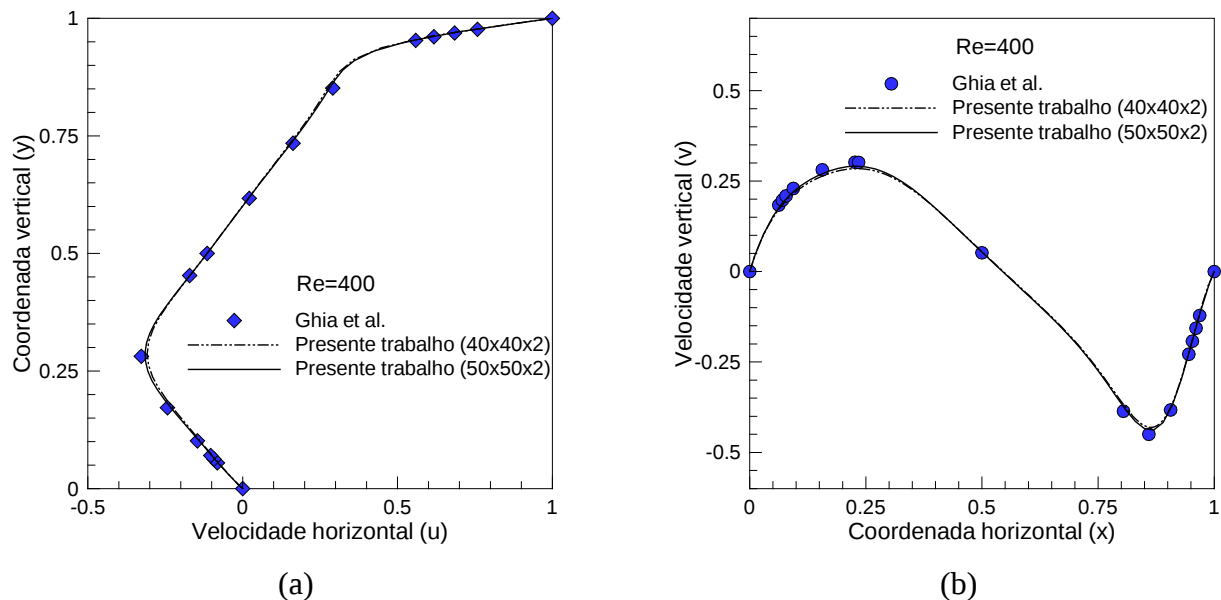


Figura 3. Comparação do campo de velocidades para dois valores de número de Reynolds; a) velocidade horizontal, b) velocidade vertical.

Os resultados para escoamentos correspondentes a $Re = 400$ e 1000 são apresentados nas Figs. 3 e 4, com perfis nas mesmas posições da Fig. 2. Estas comparações incluem a solução com malhas $40 \times 40 \times 2$ e $50 \times 50 \times 2$. Observa-se que à medida que o número de Reynolds aumenta, tanto a velocidade horizontal como a velocidade vertical, apresentam maiores gradientes nas proximidades das paredes. Observa-se também, segundo as Figs. 3(a) e 4(a), que o ponto inflexão se desloca em

sentido decrescente sobre a coordenada vertical. Estas diferenças estão relacionadas com as mudanças na forma da recirculação primária. Visualizações realizadas nas linhas de corrente revelam duas recirculações secundárias para todos os casos, localizadas próximo dos vértices inferiores, que incrementam seu tamanho em função do aumento do Re . Os resultados com malhas mais densas se aproximam melhor dos dados de Ghia et al. (1982).

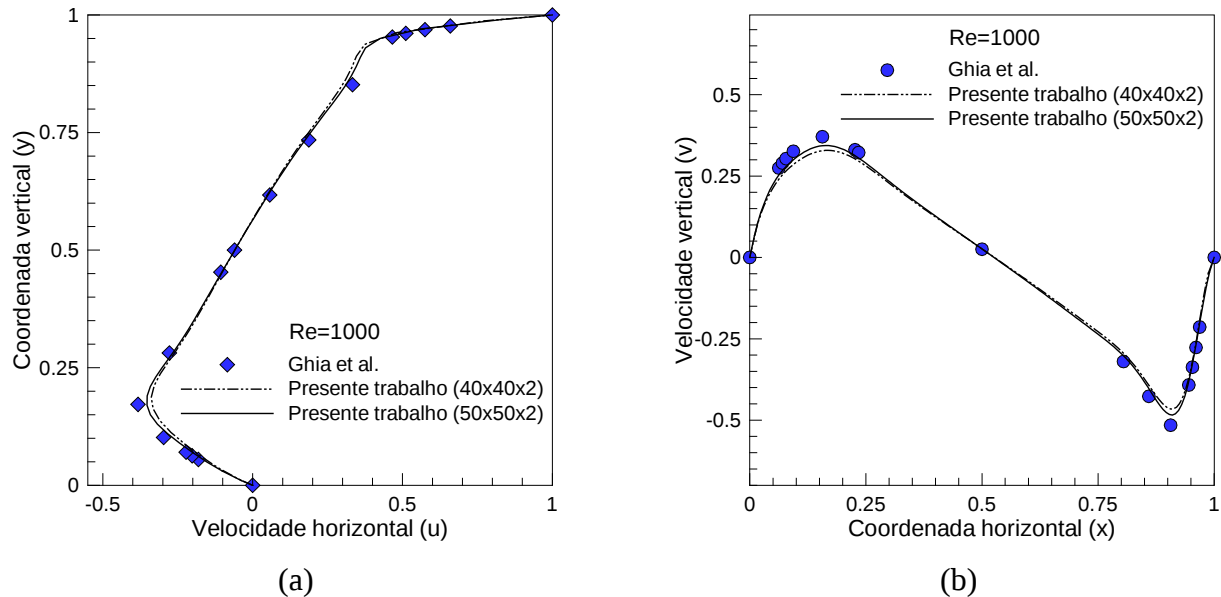


Figura 4. Comparação do campo de velocidades para dois valores de número de Reynolds; a) velocidade horizontal, b) velocidade vertical.

4.2. Cavidade Tridimensional

As simulações tridimensionais foram realizadas para um número de Reynolds de 400, com malhas $40 \times 40 \times 40$ e $50 \times 50 \times 50$. Os trabalhos numéricos usados para comparação correspondem a Kato et al. (1990), Babu e Korpela (1994) e Sheu e Tsai (2002), cujos resultados foram obtidos com malhas de $20 \times 20 \times 20$, $63 \times 63 \times 63$ e $51 \times 51 \times 51$, respectivamente.

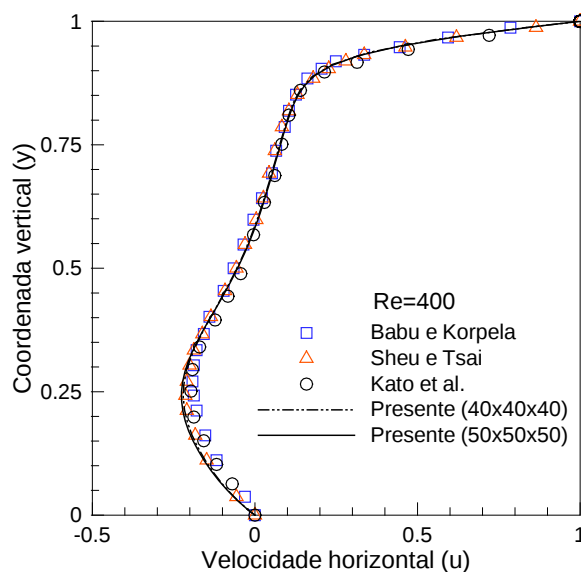


Figura 4 Comparação da velocidade horizontal em $x=z=0.5$, para $Re=400$.

Na Figura 5 e 6 apresentam-se as comparações das componentes horizontal e vertical da velocidade no plano médio $z = 0.5$ (m). Na Fig. 5 pode-se observar a distribuição da velocidade horizontal em $x = 0.5$ (m), onde os resultados têm uma boa concordância com os dados de Kato et al. (1990) e Babu e Korpela (1994) e, muito melhor aproximação com os dados de Sheu e Tsai (2002).

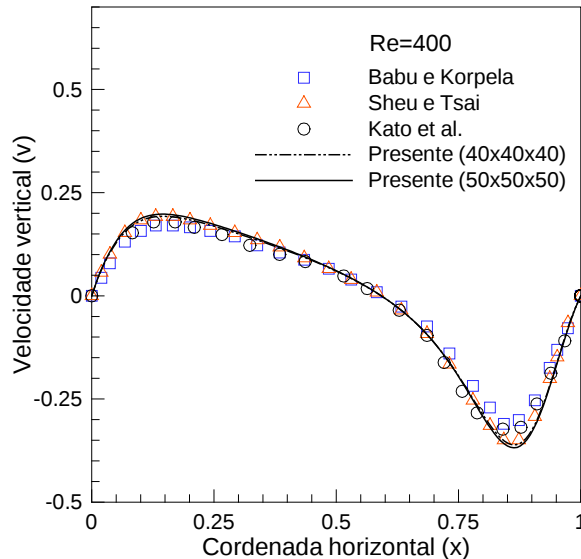


Figura 5. Comparação da velocidade vertical em $y=z=0.5$, para $Re=400$.

A distribuição da velocidade vertical ao longo da coordenada horizontal (em $y = 0.5$ m), mostrada na Fig. 5, evidencia também uma muito boa aproximação com os dados de Sheu e Tsai (2002). Com os dados dos outros autores existem pequenas diferenças na região dos máximos e mínimos.

As diferenças entre os resultados com as duas malhas são mínimas.

Visualizações realizadas a través das linhas de corrente e iso-superfícies dos campos de velocidades revelam que os efeitos das paredes sobre o escoamento contribuem na formação de uma complexa dinâmica dos vórtices, que mantêm simetria sobre o plano médio (em $z = 0,5$ m).

5. CONCLUSÃO

O processo de validação do código computacional em coordenadas cartesianas se apresenta como satisfatório, nesta primeira etapa, onde a solução do problema de escoamentos no interior de cavidades com parede deslizante resulta em uma muito boa concordância quando comparada com resultados numéricos 2D e 3D. A próxima etapa, corresponde à comparação de características específicas como as posições do centro das recirculações primárias, bem como secundárias. Da mesma forma, serão realizadas comparações com dados experimentais 3D para $Re \geq 1000$.

6. AGRADECIMENTOS

Os autores agradecem à Fundação de Amparo e Pesquisa do Estado de Minas Gerais - FAPEMIG pelo suporte financeiro.

7. REFERÊNCIAS

- Babu, V. and Korpela, S.A., 1994, “Numerical Solution of the Incompressible three-dimensional Navier-Stokes equations”, *Comput Fluids* 23(5). Pp. 675-691.
- Benjamin, A.S. and Denny V.E., 1979, “On the Convergence of Numerical Solutions for 2D Flows in a Cavity Large Re ”, *J. Comput. Phys.* 33, pp. 340-358.
- Botella, O., and Peyret, R., 1998, “Benchmark Spectral Results on the Lid-Driven”, *Comput Fluids*, vol 27(4), pp. 421-433.
- Ghia, U., Ghia, K.N. and Shin, C.T., “ High- Re Solutions for Incompressible Flow Using the Navier-Stokes equations and a Multigrid Method”, *J. Comput. Phys.* 48, pp. 387-411.
- Kato, Y., Kawai, H., and Tanahashi, T., “Numerical Flow Analysis in a Cubic Cavity by the GSMAC finite-element method”, *JSME Int. J. Series II* 33, pp.649-658.
- Koseff, J.R., 1984, “Visualization of a Shear driven three-dimensional recirculation flow”, *J. Fluids Eng.* 106, pp. 21-29.
- Patankar, S.V., 1980, “Numerical Heat transfer and Fluid Flow”, Hemisphere Publishing Corporation, New York.
- Sheu, T.W.H. and Tsai, S.F., 2002, “Flow Topology in a Steady Three-Dimensional Lid-Driven Cavity”, *Comput Fluids* 31, pp. 911-934.

VALIDATION OF A NUMERICAL CODE 3D FOR ANALYZE OF FLUID DYNAMIC PROBLEMS

Elie Luis Martínez Padilla

Federal University of Uberlândia
School of Mechanical Engineering
Campus Santa Mônica – Bloco 1M
CEP: 38400-902, Uberlândia, MG
epadilla@mecanica.ufu.br

Aristeu da Silveira Neto

Federal University of Uberlândia
School of Mechanical Engineering
aristeus@mecanica.ufu.br

Abstract: *How part of project one for analyzing of transitional and turbulent flows in cylindrical-annular channel with variable eccentricity, was developed a three-dimensional numeric code in cartesian coordinates. In the present work, validation process is presented with a solution of lid-driven cavity flow problem. Results compare very well with numerical results 2D and 3D from other authors.*

Keywords: *3D code, validation, fluid dynamic.*