



**13º POSMEC - Simpósio do Programa de
Pós-Graduação em Engenharia Mecânica**

**Universidade Federal de Uberlândia
Faculdade de Engenharia Mecânica**



MALHA ADAPTATIVA APLICADA AO MÉTODO DA FRONTEIRA IMERSA COM MODELO FÍSICO VIRTUAL

Millena Martins Villar.

Faculdade de Engenharia Mecânica, Universidade Federal de Uberlândia, Brasil.

mmvillar@mecanica.ufu.br

Aristeu da Silveira Neto.

Faculdade de Engenharia Mecânica, Universidade Federal de Uberlândia, Brasil.

aristeus@mecanica.ufu.br

Ana Lúcia Fernandes de Lima e Silva.

alfsilva@mecanica.ufu.br

Faculdade de Engenharia Mecânica, Universidade Federal de Uberlândia, Brasil.

Resumo: *Um dos crescentes desafios propostos atualmente na dinâmica dos fluidos computacional (CFD), consiste na tentativa de reduzir o custo computacional ao simular, por exemplo, escoamentos turbulentos sobre geometrias complexas. A necessidade de refinamento da malha, para captar regiões de gradientes elevados, torna o cálculo computacional algumas vezes inviável. Uma alternativa para contornar este problema se dá através da utilização de malhas adaptativas ou refinadas apenas na região de interesse. O Método da Fronteira Imersa (MFI) com o Modelo Físico Virtual (MFV) permite a utilização de malhas cartesianas regulares para simular escoamentos com a presença de corpos imersos. Neste trabalho esta metodologia será adaptada através do uso de malhas refinadas localmente. Com isto, além da redução do custo computacional, será possível uma melhor caracterização das regiões de maior interesse no escoamento, como por exemplo, próximo à superfície do corpo imerso e na região de esteira formada atrás do mesmo. A Adaptive Mesh Refinement (AMR), permite a solução de equações diferenciais parciais em uma sequência de malhas retangulares localmente refinadas. Esta técnica é brevemente revisada neste trabalho.*

Palavras chave: *método da fronteira imersa, malha adaptativa, modelo físico virtual, AMR.*

1. INTRODUÇÃO

Na tentativa de superar as dificuldades presentes na simulação de escoamentos sobre geometrias complexas, principalmente à altos números de Reynolds, o Método da Fronteira Imersa com Modelo Físico Virtual tem se apresentado como uma poderosa ferramenta, a qual permite a solução das equações de Navier-Stokes sobre uma malha cartesiana estruturada (malha euleriana) e descreve a presença da interface através uma malha lagrangiana. Esta formulação mista permite que a interface se desloque ou se deforme sem afetar a malha euleriana (Lima e Silva, 2002).

As vantagens advindas do uso de malhas estruturadas na dinâmica dos fluidos computacional (CFD), são verificadas ao se comparar com malhas não estruturadas a qual apresenta uma maior

eficiência computacional, além de possuir uma simples implementação (Durbin & Iaccarino, 2002). No entanto, na mecânica dos fluidos, a presença de elevados gradientes ou de regiões constituídas por linhas em forma de “V”, como por exemplo em aerofólios, gera resultados divergentes. Para contornar este problema, mantendo malhas estruturadas, duas alternativas são propostas:

- Alterar localmente a forma de discretização nas regiões próximas a fronteira imersa para uma ordem maior.
- Aumentar a densidade da malha nas regiões próximas a fronteira imersa.

A primeira alternativa tem sido desenvolvida com sucesso em escoamentos permanentes, principalmente em problemas elípticos bidimensionais (Roma, 1996), mas várias restrições a escoamentos bi ou tridimensionais transientes torna esta metodologia impraticável ao problema proposto inicialmente.

No presente trabalho, uma breve descrição das equações governantes da dinâmica dos fluidos e o método da fronteira imersa com modelo físico virtual é apresentado na primeira seção. Outras opções de tratamento de malhas estruturadas, como por exemplo refinamento local são também destacados nas seções (3.1) e (3.2). E por fim uma descrição de refinamento de malhas estruturadas através de Malha Adaptativa, bem como a formulação do algoritmo AMR (Adaptive Mesh Refinement) são apresentadas como metodologia adotada.

2. EQUAÇÕES GOVERNANTES

Considere um escoamento bidimensional incompressível ao redor de corpos imersos. Usando o Método da Fronteira Imersa, o qual consiste em representar o fluido por uma malha euleriana fixa e em representar a interface por um conjunto de pontos que formam uma malha lagrangiana, podemos escrever as equações como:

$$\rho \left[\frac{\partial(u_i)}{\partial t} + \frac{\partial(u_i u_j)}{\partial x_j} \right] = -\frac{\partial p}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_k} \left[\mu \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_k} + \frac{\partial u_k}{\partial x_i} \right) \right] + F_i$$

$$\frac{\partial u_i}{\partial x_i} = 0$$
(1)

onde p é a pressão, ρ e μ são respectivamente a densidade e viscosidade dinâmica, u_i é a componente i do vetor velocidade e F_i é a componente i do vetor campo de forças euleriano através do qual o fluido sente a presença da interface. Matematicamente o campo de força F_i só é diferente de zero nas proximidades da interface.

O termo fonte F_i da Eq. (1) é obtido através da distribuição das componentes do vetor força interfacial lagrangiana, dado por:

$$\vec{F}(\vec{x}) = \sum_k D_{ij}(\vec{x} - \vec{x}_k) f(\vec{x}_k) \Delta s(\vec{x}_k)$$
(2)

onde D_{ij} é uma função distribuição/ interpolação proposta por Unverdi e Tryggvason (1992) e Juric (1996).e dada por:

$$D_{ij}(\vec{x}_k) = \frac{f[(x_k - x_i)/h] f[(y_k - y_i)/h]}{h^2}$$
(3)

onde,

$$f(r) = \begin{cases} f_1(r) & \text{se } \|r\| \leq 1 \\ \frac{1}{2} - f_1(2 - \|r\|) & \text{se } 1 < \|r\| < 2 \\ 0 & \text{se } \|r\| \geq 2 \end{cases} \quad (4)$$

$$f_1(r) = \frac{3 - 2\|r\| + \sqrt{1 + 4\|r\| - 4\|r\|^2}}{8}$$

onde $\Delta s(\vec{x}_k)$ é a distância entre os pontos lagrangianos, r representa $(x_k - x_i)/h$ ou $(y_k - y_i)/h$, h é o tamanho da malha euleriana e (x_k, y_k) são as coordenadas de um ponto $\vec{x}$ do fluido.

Vários modelos tem sido propostos com o objetivo de determinar o campo de força lagrangiana. O Modelo Físico Virtual (MFV) desenvolvido por Lima e Silva (2002), permite o cálculo de $\vec{f}(\vec{x}_k, t)$ com base na iteração física do fluido e da membrana imersa (Eq. 5). Este modelo baseia-se na aplicação das equações de conservação de quantidade de movimento sobre os volumes de fluido centrados nos pontos lagrangianos, através da seguinte equação:

$$\vec{f}(\vec{x}_k, t) = \rho \frac{\partial \vec{V}(\vec{x}_k, t)}{\partial t} + \rho \vec{\nabla} \cdot (\vec{V}(\vec{x}_k, t) \vec{V}(\vec{x}_k, t)) - \mu \nabla^2 \vec{V}(\vec{x}_k, t) + \vec{\nabla} p(\vec{x}_k, t) \quad (5)$$

Os termos da Eq. (5) são calculados nos pontos da interface com o auxílio dos campos de pressão e velocidade calculados na malha euleriana, através de interpolações.

Para a discretização das equações citadas anteriormente, utiliza-se o método de diferenças centradas de segunda ordem para a discretização espacial e o esquema de Euler de primeira ordem para a discretização temporal. O método do Passo Fracionado é então empregado para o acoplamento dos campos de pressão e velocidade. As equações do movimento são resolvidas para as componentes da velocidade e uma equação de Poisson é resolvida para a pressão.

3. GERAÇÃO DE MALHAS

Uma das dificuldades encontradas na simulação de escoamentos sobre geometrias complexas utilizando o Método da Fronteira Imersa, consiste no alto custo computacional existente se malhas uniformes e regulares são utilizadas, assim este método experimenta limitações quanto a velocidade e capacidade de armazenamento computacional. A alta densidade da malha euleriana requerida pelo MFI para que haja uma melhor convergência dos resultados, requer que novas alternativas sejam implementadas com o intuito de diminuir o custo computacional, além de captar detalhes geométricos e fenômenos locais (Roma *et. al*, 1999).

As figuras (1) e (2) apresentam a simulação de escoamentos ao redor de um cilindro e sete cilindros dispostos em forma de V respectivamente, utilizando o Método da Fronteira Imersa. Verifica-se que as malhas presentes, 250×500 elementos para a Fig. (1) e 500×500 elementos para a Fig. (2), são extremamente densas.

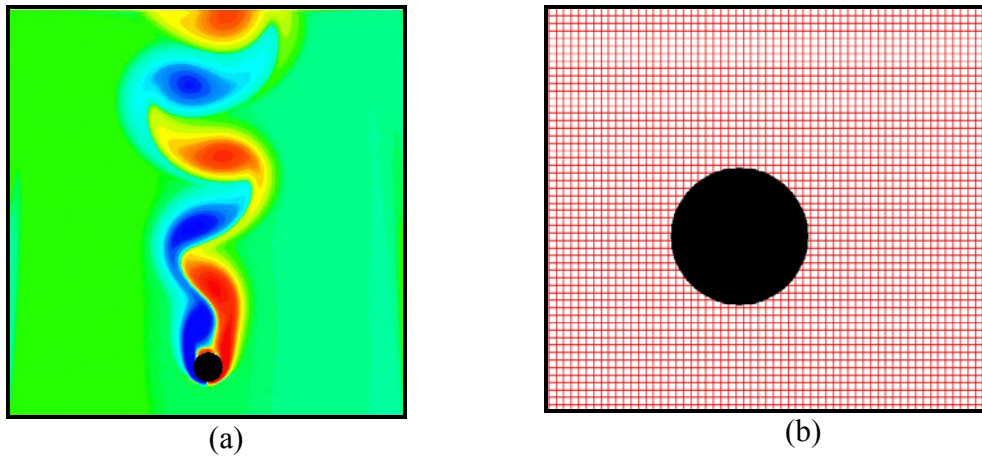


Figura 1 – Malha estruturada: campo de vorticidade (a) e visualização da malha euleriana (b)

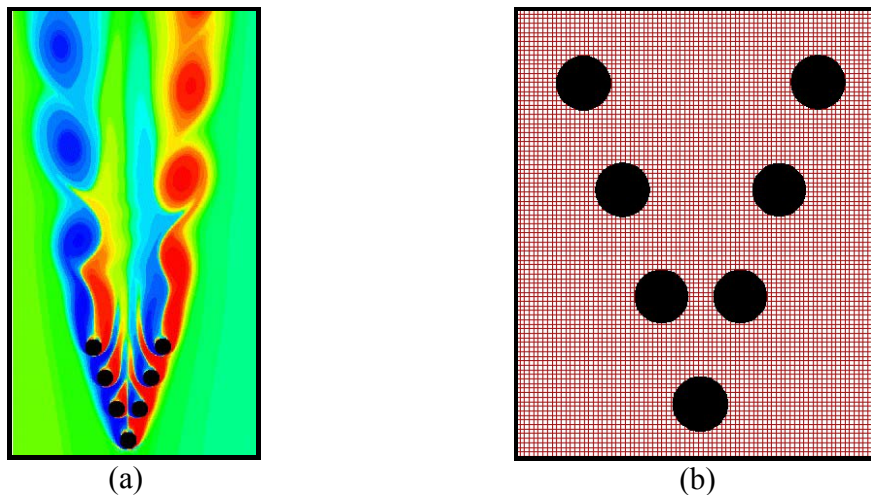


Figura 2 – Malha uniforme: campo de vorticidade (a) e visualização da malha euleriana (b)

3.1. Malha Refinada Localmente

Uma primeira alternativa na tentativa de se diminuir o custo computacional seria refinar a malha localmente, o qual apresenta um elevado ganho quando se tem vários objetos dispostos em um única direção (Fig. 2). A figura (3) apresenta um refinamento local nas direções x e y , o qual permitiu elevado ganho computacional ao trabalhar com uma malha de 250×120 , sendo de fácil implementação. Para este caso, tem-se um domínio dividido em três sub-regiões em cada uma das direções, e cada sub-região por sua vez, possui um determinado espaçamento e um fator constante de expansão ou contração.

Durbin e Iaccarino (2002), apresentam um refinamento local sobre malhas estruturadas o qual consiste em adicionar linhas onde uma elevada resolução é requerida e “inativando” (*blanking out*) os pontos desta linha que não se concentram na área requerida. Um esquema de discretização é adaptado neste tipo de malha adicionando pontos de interpolação para permitir a resolução das equações de Navier Stokes por diferenças finitas. A aplicação é verificada para escoamentos compressíveis sem a presença de corpos imersos conforme apresentado na Fig. (4).

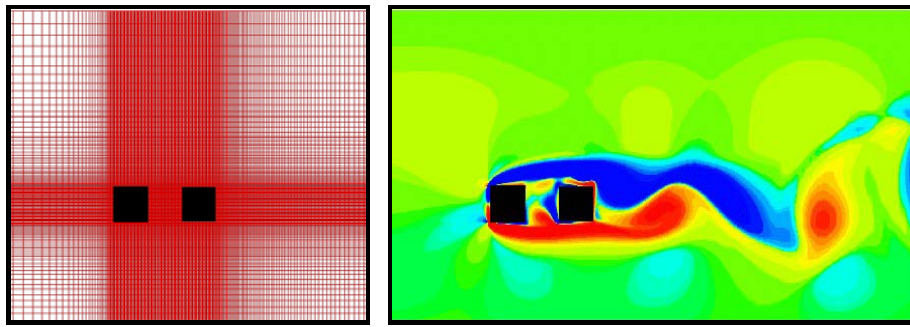


Figura 3 – Malha euleriana estruturada refinada localmente ao redor de cilindros quadrados (a) e campo de vorticidade (b)

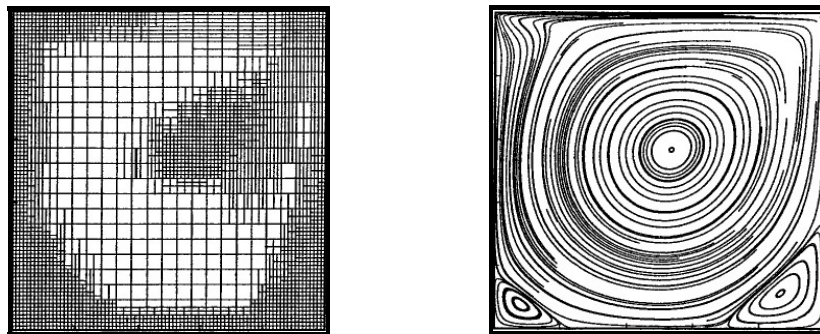


Figura 4 – Refinamento local em malhas estruturadas (Durbin e Iaccarino, 2002).

Apesar dos métodos mostrados anteriormente atuarem como redutores do custo computacional e permitir uma maior precisão dos resultados, observa-se a presença de refinamento em áreas que não abrangem um elevado gradiente ou alguma configuração geométrica especial (Fig. 3). A proposta de Durbin e Iaccarino (2002), também apresenta a mesma restrição, ou seja, o aumento no espaçamento da malha ocorre de forma gradativa, o que acarreta regiões refinadas que não é do interesse do problema.

3.2. Malha Adaptativa

Considerável progresso tem sido observado no desenvolvimento de técnicas de malha adaptativa para a solução numérica de equações diferenciais parciais. A principal idéia deste método consiste em aumentar a densidade da malha localmente, buscando capturar importantes fenômenos locais, reduzindo o custo computacional.

Das várias técnicas (algoritmos) empregadas no processo de refinamento local de malhas estruturadas, o AMR (*Local Adaptive Mesh Refinement Technique*) foi escolhido no presente trabalho, para a definição da região de interesse e geração de blocos uniformes alinhados. O AMR é apenas uma parte do processo de estudo de refinamento local usando malhas adaptativas. Técnicas de utilização de células virtuais e a discretização das equações de Navier-Stokes nas malhas compostas ainda estão em fase de estudo para uma posterior implementação em escoamentos sobre geometrias complexas usando o método da Fronteira Imersa com Modelo Físico Virtual.

3.2.1. Algoritmo de refinamento de malha adaptativa (AMR)

O algoritmo inicia-se por uma estimativa do erro presente na solução numérica para cada ponto da malha. Este erro pode ser determinado a partir dos erros presentes nos gradientes de velocidade obtidos

na primeira iteração (Roma, 1996). Após a determinação destes erros os quais excedem um certo valor crítico, as células são sinalizadas e agrupadas entre si formando blocos. O resultado é então uma região blocos retangulares, conforme mostrado na Fig. (5).

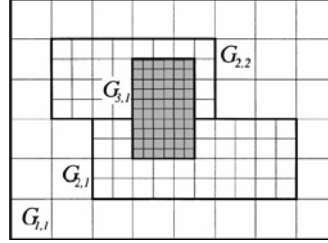


Figura 5 – Refinamento local através de malha adaptativa.

Antes de detalharmos o processo de sinalização e geração de blocos é importante destacar que as malhas adaptativas são compostas por uma seqüência de hierarquia devidamente agrupadas, ou seja, os níveis são progressivamente refinados ($l = 1, 2 \dots l_{+refinado}$). Assim se $G_{l,k} = 1, 2, \dots, n_l$ é um conjunto de blocos retangulares com espaçamento igual à h_l , o nível l é então definido por:

$$\{\text{nível } l\} = \bigcup_k G_{l,k} \quad (6)$$

onde $G_{l,j} \cap G_{l,k} = 0, j \neq k$, o qual indica que duas diferentes malhas não se sobrepõem. Duas propriedades devem ser observadas para que ocorra um perfeito agrupamento:

- Uma malha mais refinada inicia e finaliza nas extremidades da malha mais grosseira.
- É necessário no mínimo um nível ($l - 1$) separando o nível $l - 2$ do nível $l - 1$.

Os níveis de refinamento da malha composta são gerados um de cada vez, iniciando com o nível mais refinado e finalizando com o nível 2. A malha inicial (nível 1) sempre é dada e o total de níveis a serem usados não é definido automaticamente, e sim progressivamente de acordo com a evolução do erro (Roma, 1998). O espaçamento para cada nível de refinamento l , $2 \leq l \leq l_{+refinado}$, é determinado pelo espaçamento da primeira malha e pela taxa de refinamento r , que geralmente é da ordem de 2 à 4, sendo definido pela Eq. (8).

$$h_l = \frac{h_1}{r^{l-1}} \quad (7)$$

A partir do fato de que o custo devido ao procedimento numérico é proporcional à área do retângulo, ou seja, quanto menor a área melhor. Um parâmetro de eficiência deve ser determinado pois a presença de áreas não necessárias são inevitáveis ao processo de geração dos retângulos ao redor dos elementos sinalizados (Berger & Rigoutsos, 1991). A eficiência é então definida como a razão entre o número de elementos sinalizados pelo número total de elementos presentes na malha (elementos existentes dentro do bloco de nível l).

No entanto, só o cálculo da eficiência não é suficiente para garantir que os blocos gerados estejam perfeitamente distribuídos ao longo da malha inicial, o que altera a performance do algoritmo. Para impedir a sobreposição dos blocos são determinados pontos de inflexão os quais correspondem ao limite mais provável para o retângulo. A técnica de assinatura (*signature technique*), atribui valores iguais a 1 para os elementos sinalizados e valores iguais a zero para os elementos não sinalizados. As funções de assinatura (*signature function*) verticais e horizontais determinam a somatórias dos pontos

sinalizados e aplicando a segunda derivada por diferenças centradas é possível determinar o ponto de maior inflexão limitando o domínio do bloco. A figura (6) apresenta as regiões sinalizadas e os valores das funções de assinatura horizontal e vertical as quais são definidas pela eq. (8), bem como a segunda derivada. O ponto de inflexão é apresentado para a determinação do primeiro bloco.

$$S_H = \sum_{i=1}^M A(i, j) \quad \text{e} \quad S_V = \sum_{j=1}^N A(i, j) \quad (8)$$

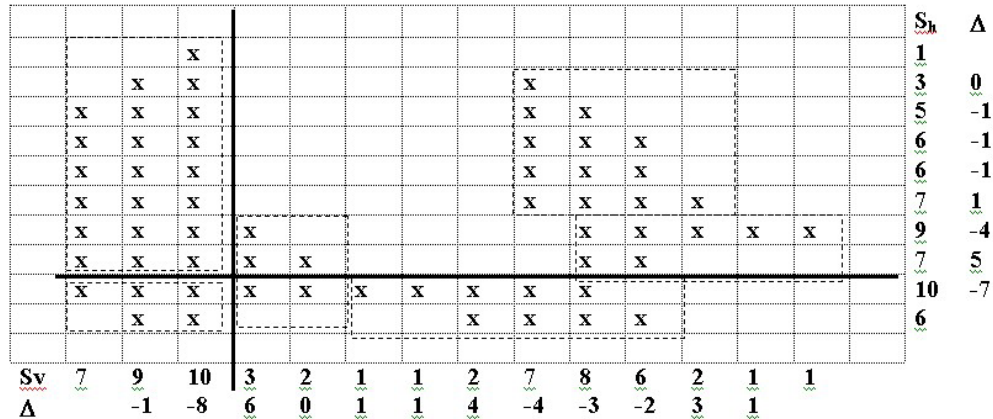


Figura 6 – Visualização dos elementos sinalizados (x), blocos (---) e ponto de inflexão para o primeiro bloco.

A figura (7) apresenta uma visualização da malha adaptativa implementada sobre uma válvula cardíaca. Vários cuidados devem ser tomados na tentativa de se evitar anomalias no processo de geração dos blocos o qual pode ser feito através de simples alterações no algoritmo (Berger, 1991).

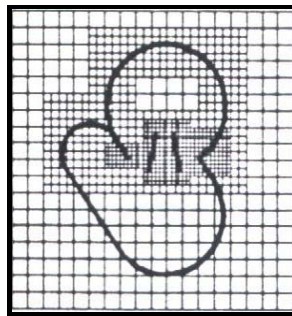


Figura 7 – Malha adaptativa sobre uma válvula cardíaca (Roma, 1998)

4. CONCLUSÕES

A necessidade de reduzir o custo computacional e captar fenômenos locais é de suma importância quando se trata de simulações de escoamentos complexos. A geração de malha adaptativa se apresenta como uma ferramenta poderosa permitindo um aumento local da precisão, ao representar melhor a fronteira imersa e captar detalhes geométricos.

Mesmo em fase de estudo, as técnicas citadas anteriormente, tais como: AMR, células virtuais e decomposição das equações na malha composta revelam-se como alternativas para a simulação desta classe de escoamentos utilizando o método da Fronteira Imersa.

6. AGRADECIMENTOS

Os autores agradecem ao Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico – CNPq pelo suporte financeiro e Universidade Federal de Uberlândia pelo suporte técnico.

5. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Berger, M. J. & Rigoutsos, I., 1991, “An Algorithm for Point Clustering and Grid Generation”, IEEE Transactions on Systems, Man and Cybernetics, 21(5):1278-1286.
- Ceniceros, H. D. & Roma, A. M., 2003, “Study of Long-time Dynamics of a Viscous Vortex Sheet with a Fully Adaptive Non-Stiff Method”, University of California.
- Durbin, P.A. & Iaccarino, G., 2002 “An Approach to Local Refinement of Structured Grids”, Journal of Computational Physics, 181: 639-653.
- Lima e Silva, 2002, “Desenvolvimento e Implementação de Uma Nova Metodologia para Modelagem de Escoamentos sobre Geometrias Complexas: Método da Fronteira Imersa com Modelo Físico Virtual, Tese de Doutorado, Universidade Federal de Uberlândia.
- Roma, A. M., 1998, “An Adaptive Immersed Boundary Method: Implementation Issues”, Applications and Work in Progress, Symposium on Adaptive Methods for Partial Differential Equations. University of Utah.
- Roma, A. M., Peskin C. S. e Berger, M. J., 1999 “An Adaptive Version of the Immersed Boundary Method”, Journal of Computational Physics, 153 : 509-534.
- Roma, A. M., 1996, “A Multilevel Self Adaptive Version of the Immersed Boundary Method”, Dissertation in the Department of Mathematics, New York University.

ADAPTIVE MESH APPLIED TO THE IMMERSED BOUNDARY METHOD WITH VIRTUAL PHYSIC METHOD

Villar, M. M.

Faculdade de Engenharia Mecânica, Universidade Federal de Uberlândia, Brasil.
mmvillar@mecanica.ufu.br

Silveira Neto, A.

Faculdade de Engenharia Mecânica, Universidade Federal de Uberlândia, Brasil.
aristeus@mecanica.ufu.br

Lima e Silva, A. L. F.

Faculdade de Engenharia Mecânica, Universidade Federal de Uberlândia, Brasil.
alfsilva@mecanica.ufu.br

Abstract: *The biggest challenge present in the computational fluid dynamics is in the attempt to reduce the computational cost, mainly if exist turbulent flow over complex geometry. The need for more grid points to capture fine details of its shape or steep gradients can leads some limitations in the speed and in the storage. Adaptive mesh or locally refinement can be used as an alternative to overcome this problem. The Immersed Boundary Method and the Virtual Physic Method allow the use of regular meshes in order to simulate the flow around boundary immersed. In this work this methodology is adjusted through the locally refinement meshes. In general terms, the Adaptive Mesh Refinement (AMR) Algorithm approximates the numerical solution of a partial differential equation on a hierarchical sequence of nested, logically rectangular grids. This technique is briefly revised here.*

Keywords: *Immersed Boundary Method, Virtual Physic Method, Adaptive Mesh, AMR.*