

SIMULAÇÃO NUMÉRICA DO ESCOAMENTO A BAIXO REYNOLDS SOBRE UM CILINDRO DE DIÂMETRO VARIÁVEL USANDO MFI / MFV

José Eduardo Santos Oliveira

Laboratório de Transferência de Calor e Massa – Faculdade de Engenharia Mecânica – Bloco 1M
Campus Santa Mônica – Av. João Naves d’Ávila, 2.121
e-mail: jeolivei@mecanica.ufu.br

Ana Lúcia de Lima e Silva

e-mail: alfsilva@mecanica.ufu.br

Aristeu da Silveira Neto

e-mail: aristeus@mecanica.ufu.br

Gilmar Guimarães

e-mail: gguima@mecanica.ufu.br

Resumo: É apresentada nesse trabalho a simulação de escoamentos sobre um corpo imerso de geometria variável no tempo. O escoamento é simulado através da solução numérica das equações de Navier-Stokes utilizando o método da fronteira imersa com o modelo físico virtual (MFI/MFV). Essa metodologia permite a modelagem de geometrias complexas imersas no escoamento. Como as malhas são totalmente independentes não existe restrição quanto à movimentação ou deformação do corpo. Desta forma a simulação do escoamento sobre superfícies móveis não apresenta nenhuma dificuldade adicional, como ocorre nos métodos clássicos. É então apresentada a simulação de escoamentos a baixos números de Reynolds sobre um cilindro de diâmetro variável, com várias velocidades de movimentação da fronteira a fim de avaliar o efeito transiente sobre o escoamento. O coeficiente de arrasto e o comprimento da bolha de recirculação são comparados com resultados em regime permanente, experimentais e numéricos encontrados na literatura. O modelo apresentou uma boa coerência física e concordância com os resultados de referência.

Palavras-chave: superfícies deformáveis, método da fronteira imersa, cilindro, coeficiente de arrasto

1. INTRODUÇÃO

Problemas envolvendo escoamento sobre corpos imersos sempre foi objeto de estudo em engenharia demandando um grande esforço de pesquisas, principalmente em aerodinâmica, no estudo de escoamentos sobre aerofólios ou mesmo configurações completas como corpos de aeronaves e automóveis. Devido à complexidade do fenômeno, por muito tempo utilizaram-se experimentos controlados em túneis de vento e testes de campo. Nas últimas décadas, o uso da simulação numérica vem se intensificando bastante nesse campo de estudo.

Por envolver essencialmente geometrias complexas os métodos clássicos de simulação usados apresentam alguns inconvenientes, principalmente no estudo de problemas de interação fluido-estrutura, como por exemplo, na simulação de corpos móveis ou deformáveis que, invariavelmente, perturbam a dinâmica do escoamento. Nestes casos, dificilmente se empregam com sucesso métodos clássicos.

Basicamente duas metodologias vêm sendo empregadas na simulação desse tipo de problema. Uma faz uso de malhas não estruturadas, para descrever geometrias complexas, e re-malhagem, nos casos de corpos deformáveis. A outra metodologia empregada é o método de fronteira imersa (MFI), como proposto por Peskin (1977). Essa ultima classe de métodos apresentam algumas vantagens, podendo-se citar: a possibilidade de simular geometrias complexas em malhas cartesianas e também que os métodos de fronteira imersa estão livres da necessidade de reconstrução da malha sobre todo o domínio de cálculo a cada passo de tempo durante a deformação / movimentação do corpo, processo esse bastante caro computacionalmente.

Na literatura não existem muitos casos teste para validação de problemas com geometria móvel/deformável. Um caso experimental que tem sido usado como “benchmark” foi apresentado por Pedley e Stephanoff (1985), trata-se do escoamento no interior de um canal. Inicialmente trata-se de um escoamento de Poiseuille que é modificado pela oscilação de uma seção do canal, levando ao aparecimento de um trem de ondas que se propagam pelo escoamento. Udaykumar et al. (2001) utilizou esse caso experimental na validação de seu método numérico. Zhao e Forhad (2003) também utilizaram esse mesmo caso teste, o método de simulação empregado pelos autores é baseado em malhas não estruturadas, os resultados obtidos reproduziram bem os dados experimentais é o modelo foi considerado satisfatório. Os autores destacam o elevado custo do processo de regeneração da malha, apresentando soluções para problemas que envolvem pequenos deslocamentos.

No presente trabalho é empregado o MFI com Modelo Físico Virtual (MFV), na simulação de corpos imersos deformáveis. Desenvolvido por Lima e Silva (2002), o MFV é responsável pelo cálculo do campo de força lagrangiano, para isso o modelo baseasse apenas na equação de momento. O método vem sendo utilizado com sucesso na simulação de corpos imersos estacionários, como mostrado por Lima e Silva et al. (2003). Aqui é apresentado o uso do MFI/MFV também na simulação de escoamentos sob corpos deformáveis. O trabalho foca a simulação sob corpos de geometrias fechadas, nesse sentido não se encontrou nenhum caso teste apropriado, optou-se então por reproduzir situações clássicas encontradas na literatura. Foi então simulado o escoamento sobre um cilindro de diâmetro variável, os resultados foram comparados com co-relações empíricas e dados experimentais e numéricos em regime permanente.

2. MODELAGEM MATEMÁTICA

2.1 Modelagem do Domínio de Cálculo Euleriano

O método consiste em resolver o escoamento sobre corpos imersos utilizando duas malhas independentes uma malha euleriana fixa na qual se resolve o escoamento do fluido e uma malha lagrangiana, responsável por modelar o corpo, independente da malha euleriana. Como as malhas são independentes não existem dificuldades adicionais à simulação de geometrias complexas, uma vez que a geometria é representada pela malha lagrangiana, não existe a necessidade de modificar a malha euleriana para que essa possa representar com fidelidade a geometria (como é feito nos métodos clássicos), sendo assim pode-se manter uma malha cartesiana regular sobre todo o domínio.

O domínio de cálculo é tratado como se estivesse ocupado somente pelo fluido, assim devem-se resolver as equações governantes do escoamento. A equação da quantidade de movimento, Eq. (1), e a equação da continuidade, Eq. (2), na forma tensorial:

$$\rho \left[\frac{\partial (\mathbf{u}_i)}{\partial t} + \frac{\partial (\mathbf{u}_i \mathbf{u}_j)}{\partial \mathbf{x}_j} \right] = - \frac{\partial p}{\partial \mathbf{x}_i} + \frac{\partial}{\partial \mathbf{x}_j} \left[\mu \left(\frac{\partial \mathbf{u}_i}{\partial \mathbf{x}_j} + \frac{\partial \mathbf{u}_j}{\partial \mathbf{x}_i} \right) \right] + \mathbf{F}_i \quad (1)$$

$$\frac{\partial \mathbf{u}_i}{\partial \mathbf{x}_i} = 0 \quad (2)$$

A equações são resolvidas sobre a malha euleriana, sendo que o acoplamento entre as duas malhas é feito pelo termo fonte de força $\mathbf{F}_i$ que é distribuído sobre os pontos da malha euleriana próximos à interface, fazendo com que o escoamento sinta a presença do corpo. O termo fonte $\mathbf{F}_i$ da Eq. (1), é definido pela Eq. (3), onde $\vec{f}(\vec{x}_k, t)$ é a densidade de força lagrangiana sob a interface. Note que $\mathbf{F}_i$ existe apenas nos pontos que são cruzados pela interface, recebendo valor nulo nos demais pontos da malha.

$$\vec{F}(\vec{x}) = \int_{\Omega} \vec{f}(\vec{x}_k, t) \delta(\vec{x} - \vec{x}_k) d\vec{x}_k \quad (3)$$

Para discretização da força euleriana a função delta de Dirac (δ) é substituída por uma função de distribuição ($\mathbf{D}_{ij}$) semelhante a uma Gaussiana, assim tem-se:

$$\vec{F}_{ij} = \sum \mathbf{D}_{ij} \vec{f}_k \Delta s^2 \quad (4)$$

2.2 Modelagem da Densidade de Força Lagrangiana

O cálculo da força lagrangiana é feito pelo MFV, que consiste em aplicar as equações de conservação de quantidade de movimento a volumes de fluido centrados nos pontos lagrangianos da interface. Dessa forma a condição de não deslizamento é satisfeita sem a imposição direta da velocidade na interface. A força é então dada por:

$$\vec{f}(\vec{x}_k, t) = \rho \frac{\partial \vec{V}}{\partial t}(\vec{x}_k, t) + \rho (\vec{V} \cdot \vec{\nabla}) \vec{V}(\vec{x}_k, t) - \mu \nabla^2 \vec{V}(\vec{x}_k, t) + \vec{\nabla} P(\vec{x}_k, t) \quad (5)$$

Observa-se que para o cálculo das parcelas da força lagrangiana é necessário conhecer a priori os campos de velocidade e pressão. Como se sabe, esses campos são calculados na malha euleriana, deve-se então obtê-los sobre os pontos lagrangianos os quais, em geral, não são coincidentes com os pontos da malha euleriana. Sendo assim os campos de velocidade e pressão foram interpolados em pontos auxiliares próximos à interface, somente as componentes externas ao corpo imerso e dentro de um perímetro quadrado de $2\Delta x$ do ponto auxiliar foram levadas em consideração durante a interpolação.

Após a obtenção das velocidades e pressões sobre os pontos auxiliares, calculam-se as derivadas necessárias na obtenção da força lagrangiana. O cálculo é realizado por meio de uma aproximação através de polinômios de Lagrange de segunda ordem. A derivada temporal da velocidade que aparece no primeiro termo da Eq. (5), é aproximada pela seguinte equação:

$$\frac{\rho(\vec{V}_k - \vec{V}_{fk})}{\Delta t} \quad (6)$$

, onde $\vec{V}_k$ é a velocidade da interface e $\vec{V}_{fk}$ a velocidade do fluido nos pontos que coincidem com a interface. Essa aproximação é feita de maneira a garantir a condição de não deslizamento.

3. MÉTODO NUMÉRICO

Para a solução numérica das equações governantes Eq. (1) e Eq. (2), foi utilizado para discretização no espaço o método de diferenças finitas centradas de segunda ordem a discretização no tempo foi usado Euler de primeira ordem. O acoplamento entre a pressão e a velocidade foi feito pelo método de passo fracionado, que consiste em resolver o seguinte sistema de equações:

$$\frac{\bar{u}_i^{n+1} - u_i^n}{\Delta t} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p^n}{\partial x_i} - \frac{\partial(u_i u_j)}{\partial x_j} + \frac{\mu}{\rho} \frac{\partial^2 u_i}{\partial x_j \partial x_j} + F_i^n \quad (7)$$

$$\frac{\partial^2 \mathbf{j}^{n+1}}{\partial x_i \partial x_i} = \frac{\rho}{\Delta t} \frac{\partial \bar{u}_i^{n+1}}{\partial x_i} \quad (8)$$

$$u_i^{n+1} = \bar{u}_i^{n+1} - \Delta t \frac{\partial \mathbf{j}^{n+1}}{\partial x_i} \quad (9)$$

$$p^{n+1} = p^n + \varphi^{n+1} \quad (10)$$

O sistema linear para a correção de pressão foi resolvido utilizando o MSI (Modified Strongly Implicit Procedure), já os campos de força e as equações de movimento foram calculados de forma explícita.

Para a simulação de corpos com interfaces deformáveis é necessário recalculer as novas coordenadas dos pontos lagrangianos a cada iteração. Nessa etapa inicial do trabalho a rotina que faz a alteração da forma foi implementada apenas para o caso de alteração no diâmetro do cilindro, uma vez que a alteração é governada por uma lei de movimentação previamente estabelecida pelo usuário. A sequência de cálculo do método é apresentada no fluxograma da Fig. (1).

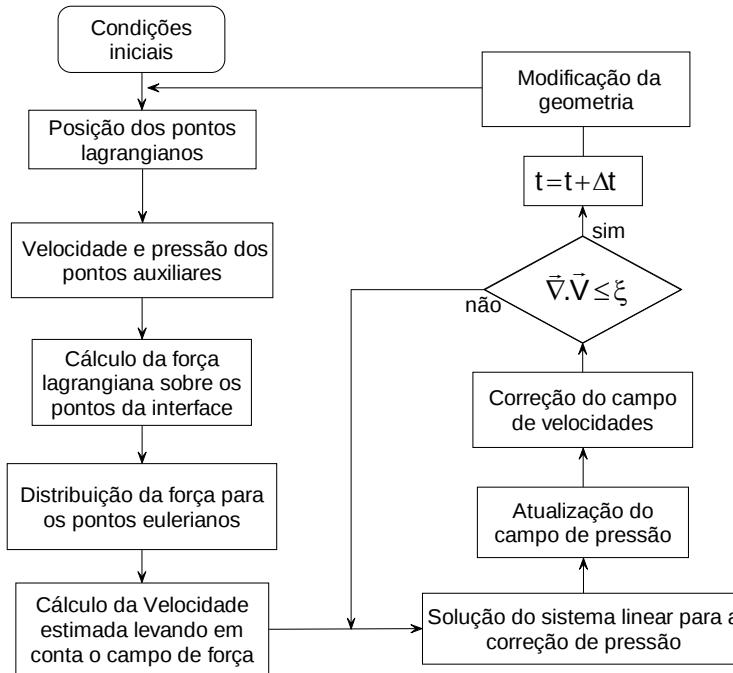


Figura 1: Fluxograma, sequência de cálculo, para corpos com interfaces deformáveis.

4. DEFINIÇÃO DO CASO FÍSICO SIMULADO

Para a simulação de corpos deformáveis optou-se por começar a simulação de uma configuração inicial já em regime permanente. A configuração escolhida foi um escoamento a número de Reynolds 20 sobre um cilindro imerso de diâmetro “d”. Utilizou-se um domínio de 15d de largura por 30d de comprimento, discretizado por uma malha euleriana de 250 x 500 pontos. O corpo imerso foi representado por uma malha lagrangiana de 104 pontos, com o centro do corpo posicionado a 16,5d da entrada no meio do domínio.

Como condições de contorno foram impostas condições de Neumann para a velocidade nas laterais e saída do domínio, na entrada do domínio foi imposto um perfil uniforme de velocidades. Para a correção de pressão é imposto derivada nula na entrada e zero nas demais faces.

5. RESULTADOS

O primeiro caso simulado foi o aumento progressivo de um cilindro de diâmetro “d” ($Re_D = 20$) para o diâmetro de “2d” ($Re_D = 40$). A alteração da forma do cilindro foi realizada em 250 mil iterações o que corresponde a uma velocidade de movimentação constante igual a 0,002 [m/s]. A cada iteração é calculado também o coeficiente de arraste (C_D) que é definido como:

$$C_D = \frac{F_D}{(1/2)\rho U_\infty^2 d} \quad (11)$$

Onde F_D é a força de arraste, definida como sendo a componente da força sob o corpo na direção do escoamento, pode ser calculada usando tanto a força euleriana F_x ou a força lagrangiana f_x :

$$F_D = -\int_{\Omega} F_x \, d_x = -\int_0^L f_x \, ds \quad (12)$$

Esse caso permite uma boa avaliação quantitativa dos resultados obtidos com resultados existentes na literatura. Os resultados da simulação são apresentados no gráfico da Fig. (2-a) que mostra o coeficiente de arrasto no cilindro para vários valores do número de Reynolds. Nessa simulação adotou-se, propositalmente, uma velocidade de movimentação da fronteira muito baixa. Dessa forma o teste transiente pode ser tomado como uma sucessão de eventos estáticos, como de fato pode-se constatar na Fig. (3-a) uma vez que a curva correspondente a $V_{mov} = 0,002$ [m/s] ajustou-se perfeitamente aos resultados numéricos de situações estáticas simuladas por Lima e Silva (2002).

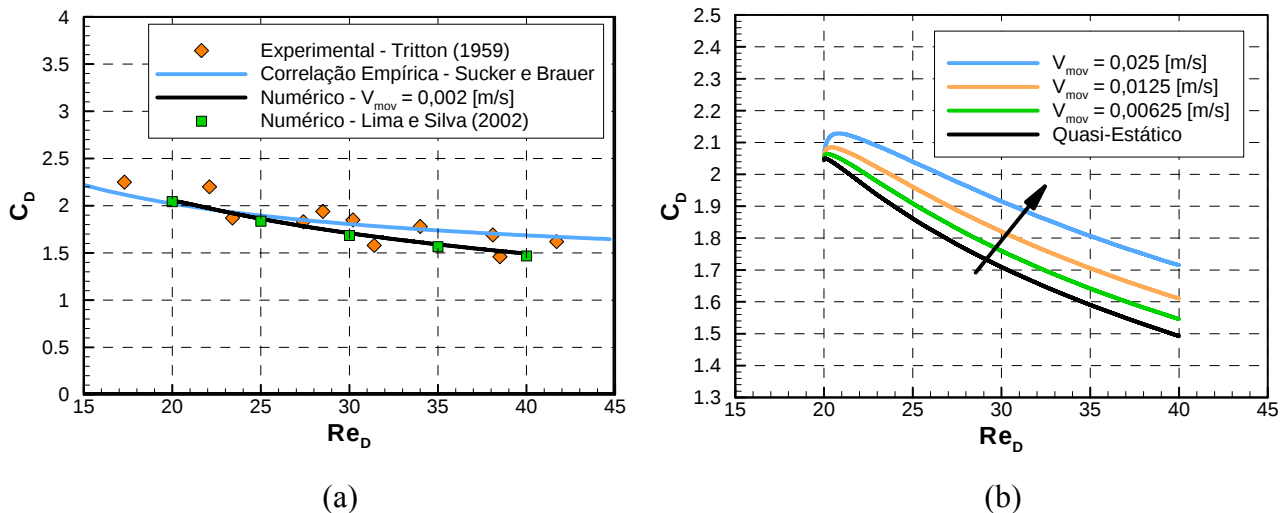


Figura 2: Coeficiente de Arraste versus Número de Reynolds de um cilindro imerso no escoamento

Na Figura (2-a) também são apresentados resultados experimentais obtidos por Tritton (1959) e uma correlação empírica obtida por Sucker e Brauer (White, 1991). Como pode observar a curva simulada ajusta-se bem aos pontos do gráfico, sendo obtido um erro médio de aproximadamente 7 % com relação aos valores experimentais. Esse erro para o coeficiente de arraste é considerado aceitável, aproximadamente igual ao erro médio para a correlação empírica que foi de 6 %.

A Figura (2-b) apresenta o coeficiente de arraste para diferentes velocidades de crescimento do cilindro, a curva ‘quasi-estático’ se refere a $V_{\text{mov}} = 0,002$ [m/s]. Nesse gráfico observa-se a influência da velocidade de movimentação (V_{mov}) sobre o coeficiente de arraste. Um aumento de V_{mov} desloca a curva para cima, aumentando o valor do coeficiente de arraste. O deslocamento da curva se deve ao comportamento do C_D logo nos primeiros instantes da simulação, onde se verifica um aumento do coeficiente de arrasto à medida que se aumenta o diâmetro do cilindro. Esse aumento inicial contraria a tendência observada experimentalmente nos resultados estáticos. Após um curto período de crescimento, o valor do C_D volta a cair com o aumento do número de Reynolds. A tendência inicial de aumento do C_D torna-se mais relevante à medida que se aumenta V_{mov} .

Foi também verificado o efeito da velocidade de movimentação da interface sobre o comprimento da bolha de recirculação atrás do cilindro, o resultado é apresentado na Tab. (1). O comprimento da bolha de recirculação para o caso quasi-estático foi de 2,54 o mesmo valor obtido por Lima e Silva et al. (2003), para as demais simulações observa-se que o comprimento da bolha decresce com o aumento a velocidade de crescimento do cilindro, chegando a uma diferença de 37 % no comprimento para a maior velocidade de crescimento ($V_{\text{mov}} = 0,025$ [m/s]).

Tabela 1: Comprimento da bolha de recirculação, L_w , para $Re_D = 40$ utilizando várias velocidades de movimentação.

V_{mov} [m/s]	L_w/d
0,002 (Quasi-Estático)	2,54
0,0065	2,22
0,0125	1,95
0,0250	1,60

O efeito de V_{mov} sobre o coeficiente de pressão, definido como $C_p = (p_k - p_\infty)/0.5\rho U_\infty^2$, é apresentado na Fig. (3). O coeficiente de pressão apresentou ligeiro decréscimo no seu valor ao se aumentar V_{mov} , verificou-se também o aparecimento de oscilações sobre o C_p . Em testes realizados acredita-se que as oscilações possam ser minimizadas utilizando um esquema de interpolação mais apropriado para o cálculo da pressão sobre os pontos lagrangianos.

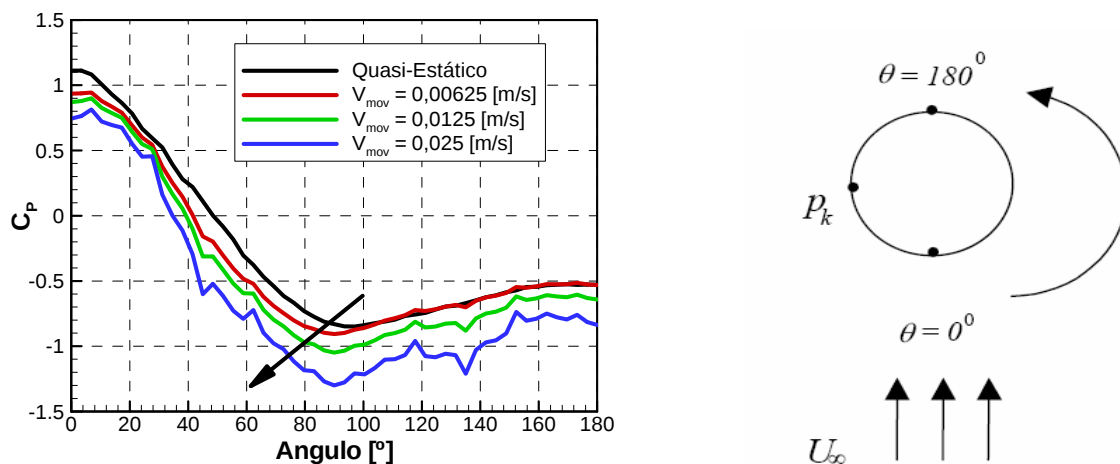


Figura 3: Coeficiente de arraste versus número de Reynolds de um cilindro imerso no escoamento.

Na Figura (4) é apresentada a evolução temporal do campo de vorticidade do escoamento sob o cilindro de diâmetro variável, para uma velocidade de crescimento do cilindro de 0,025 [m/s]. Qualitativamente observa-se uma boa coerência dos resultados obtidos na simulação, as recirculações em torno do cilindro se mantiveram perfeitamente simétricas, como já era esperado visto que o todo o processo se dá dentro do regime laminar.

As recirculações e também as linhas de corrente acompanharam bem a alteração da geometria do corpo ficando sempre externas ao cilindro, mesmo durante o processo de alteração de forma as linhas de corrente do escoamento não chegaram a cruzar a superfície do cilindro.

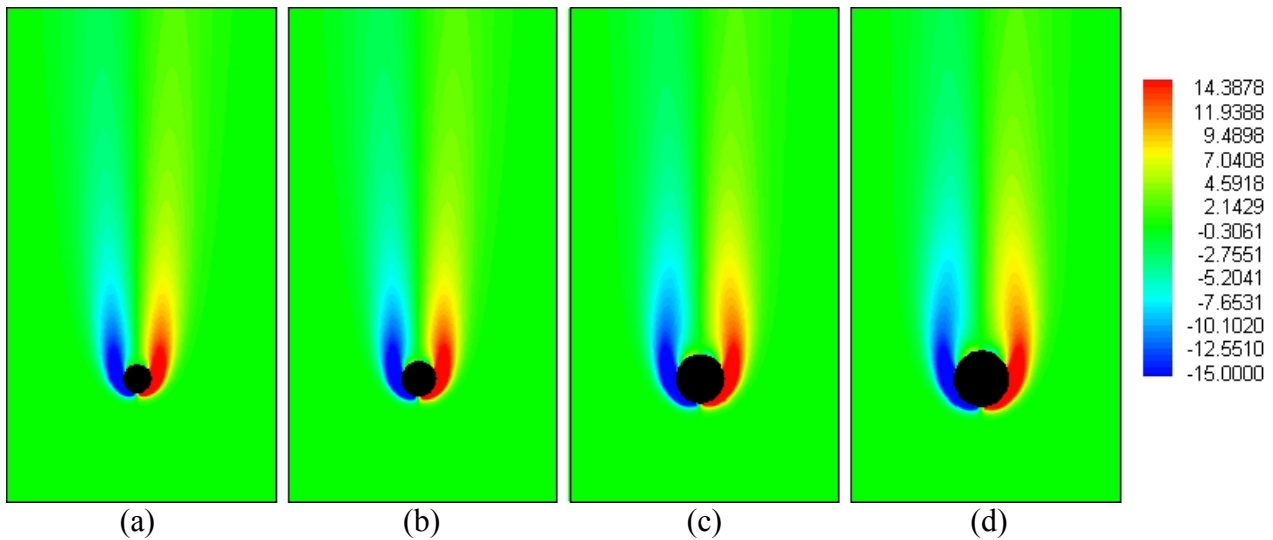


Figura 4: Evolução temporal dos campos de vorticidade durante o aumento progressivo do cilindro para $V_{\text{mov}} = 0,025$ [m/s] – (a) $Re_D = 20$, (b) $Re_D = 25$, (c) $Re_D = 35$ e (d) $Re_D = 40$

6. CONCLUSÕES

Os resultados obtidos nas simulações foram considerados satisfatórios. Em uma das simulações foi utilizada uma velocidade de crescimento do cilindro bastante baixa, 0,16 % da velocidade do fluido na entrada do domínio. Como se pôde observar conseguiu-se reproduzir, com uma boa precisão, resultados em regime permanente experimentais e numéricos encontrados na literatura. Observa-se ainda que as simulações para essa velocidade se ajustaram perfeitamente aos resultados obtidos por Lima e Silva et al. (2003) que usou o mesmo código computacional na simulação de cilindros de diâmetro constante. Isso demonstra a independência dos resultados nessa velocidade de crescimento, caracterizando bem a situação quasi-estática. Também foram feitas simulações para avaliar a influência da velocidade de crescimento do cilindro sobre o escoamento. Foram realizadas mais três simulações em diferentes velocidades. Com o aumento da velocidade de crescimento verificou-se uma redução no valor do coeficiente de pressão e no comprimento da bolha de recirculação. Outro efeito verificado foi um aumento do coeficiente de arraste, o que já era esperado, pois, um aumento a velocidade de crescimento do cilindro implica em um aumento inicial da força de arraste sobre o cilindro. Apesar de não se ter encontrado nenhuma referência que descreva esses efeitos acredita-se que os resultados parecem ser fisicamente coerentes.

7. AGRADECIMENTOS

Os autores agradecem ao CNPq, Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico, pelo auxílio financeiro à realização desse trabalho.

8. REFERÊNCIAS

Lima e Silva, A. L. F., 2002, “Desenvolvimento e Implementação de uma Nova Metodologia para Modelagem de Escoamentos sobre Geometrias Complexas: Método da Fronteira Imersa com Modelo Físico Virtual”, Tese de doutorado, Universidade Federal de Uberlândia, Uberlândia, MG, Brasil.

- Lima e Silva, A. L. F., Silveira-Neto A. e Damasceno, J. J. R., 2003, “Numerical Simulation of Two Dimensional Flows over a Circular Cylinder using the Immersed Boundary Method”, Journal of Computational Physics, Vol. 189, pp. 351-370.
- Pedley, T. J. e Stephanoff, K. D., 1985, “Flow along a Channel with a Time-Dependent Indentation in One Wall the Generation of Vorticity Waves”, Journal of Fluid Mechanics, Vol. 160, pp. 337-367.
- Udaykumar, H. S., Mittal, R. Rampunggoon, P. e Khanna, A., 2001, “A Sharp Interface Cartesian Grid Method for Simulating Flows with complex Moving Boundaries”, Journal of Computational Physics, Vol. 174, pp. 345-380.
- Peskin, C.S., 1977, “Numerical Analysis of Blood Flow in the Heart”, Journal of Computational Physics, Vol. 25, pp. 220-252.
- White, F. M., 1991, “Viscous Fluid Flow”, McGraw-Hill.
- Zhao, Y. e Forhad, A., 2003, “A General Method for Simulation of Fluid Flows with Moving and Compliant Boundaries on Unstructured Grids”, Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, Vol.192, pp. 4439-4466

9. DIREITOS AUTORAIS

Os autores são os únicos responsáveis pelo conteúdo do material impresso incluído no seu trabalho.

NUMERICAL SIMULATION OF THE FLOW AT LOW REYNOLDS OVER A CYLINDER OF VARIABLE DIAMETER USING IBM / PVM

José Eduardo Santos Oliveira

Laboratory of Heat and Mass Transfer and Fluid Dynamic –Mechanic Engineer College – Bloco 1M
Campus Santa Mônica – Av. João Naves d’Avila, 2.121
e-mail: jeolivei@mecanica.ufu.br

Ana Lúcia de Lima e Silva

e-mail: alfsilva@mecanica.ufu.br

Aristeu da Silveira Neto

e-mail: aristeus@mecanica.ufu.br

Gilmar Guimarães

e-mail: gguima@mecanica.ufu.br

Abstract: *It is presented in this work the numerical simulation of fluid flow over an immersed body of variable geometry in the time. The flow is simulated through the numeric solution of the Navier-Stokes equations using the immersed boundary method with virtual physical model (IBM/VPM). This methodology allows the modelling of complex geometries immersed in the flow. It is used two meshes totally independent, thus does not exist restriction in the movement or deformation of the body. It is presented the simulation of flow at low Reynolds number over a growing cylinder, with four growing speeds in order to evaluate the transient effects. The drag coefficient and the length of the recirculation bubble are compared with experimental and numerical steady state results found in the literature. The model presented a good physical coherence and agreement with the reference results.*

Keywords: *moving boundaries, immersed boundary method, cylinder, drag coefficient*