

SIMULAÇÃO NUMÉRICA DE GRANDES ESCALAS COM MODELAGEM DINÂMICA: FILTROS DISCRETOS

Elie Luis Martínez Padilla

epadilla@mecanica.ufu.br

Aristeu da Silveira Neto

Universidade Federal de Uberlândia

Faculdade de Engenharia Mecânica

Campus Santa Mônica, Uberlândia, MG, Brasil

CEP: 38400-902

aristeus@mecanica.ufu.br

Resumo: *Simulação Numérica de Grandes Escalas permite a obtenção de resultados e análises de escoamentos em regime de transição e turbulência desenvolvida, resolvendo as equações de Navier-Stokes. O processo de filtragem e decomposição de escalas dá origem ao tensor de Reynolds sub-malha. Esse tensor é modelado usando diversos modelos. No presente trabalho, foi usado o modelo sub-malha dinâmico com diversos tipos de filtro teste (segundo filtro). É apresentado um estudo comparativo envolvendo três tipos de filtro, aplicado ao escoamento em transição entre cilindros concêntricos horizontais.*

Palavras-chave: *Simulação de Grandes Escalas, modelo sub-malha dinâmico, filtros discretos.*

1. INTRODUÇÃO

Simulação de Grandes Escalas (SGE) é uma metodologia intermediária entre Simulação Numérica Direta e Simulação via Equações Médias de Reynolds, baseada no conceito de separação de escalas. LES proposta por Smagorinsky (1963), consiste em simular as grandes escalas (baixas frequências) e modelar as pequenas escalas (altas frequências), considerando o fato que as pequenas escalas do movimento turbulento são aproximadamente isotrópicas e independentes da geometria e das condições de contorno, enquanto as grandes escalas do movimento são anisotrópicas e variam de um escoamento para outro.

A modelagem das escalas de altas frequências é realizada via os diferentes modelos sub-malha existentes. O clássico modelo de Smagorinsky apresenta impossibilidade para representar corretamente com um coeficiente de proporcionalidade constante, diferentes campos turbulentos rotacionais ou escoamentos cizalhantes perto da parede sólida, em regime transicional e turbulento. Com a concepção do modelo sub-malha dinâmico (Germano et. al., 1991), teoricamente solucionase este problema, restando ainda algumas limitações, onde o coeficiente de proporcionalidade passa a ser calculado durante a simulação. O modelo dinâmico está baseado em um duplo processo de filtragem, e precisamente a aplicação do filtro teste (segundo filtro) é a motivação deste trabalho. A partir do trabalho de Germano et. al. (1991), muitos trabalhos usando modelo dinâmico foram publicados, entre estes encontrasse algumas modificações e propostas de novos modelos dinâmicos (Lilly, 1991, Ghosal et. al., 1995 e outros). Estudos relativos a filtros teste discretos são poucos (Zang et. al., 1993, Balaras e Benocci, 1992, Jordan e Ragab, 1993 e Najjar e Tafti, 1996), sendo que a totalidade destes correspondem à construção e aplicação de filtros discretos baseados na formulação de diferenças finitas.

No presente trabalho avalia-se a influência de três tipos de filtros teste discretos para o modelo sub-malha dinâmico, no escoamento transicional na cavidade entre dos cilindros concêntricos horizontais, com formulação baseada na metodologia de volumes finitos e em coordenadas cilíndricas.

2. SGE COM MODELO DINÂMICO

De acordo com SGE, cada variável f é decomposta em uma parte relativa ao campo de grandes escalas $\bar{f}$, e outra relativa ao campo sub-malha f' . Esta decomposição é realizada com a ajuda da expressão $\bar{f}(\vec{x}) = \int_{\Omega} \bar{G}(\vec{x}-\vec{x}') f(\vec{x}') d\vec{x}'$, onde $\bar{G}$ é o filtro. Quando o tamanho característico do filtro, que caracteriza a frequência de corte da filtragem, é o tamanho da malha, o processo de filtragem se realiza implicitamente com o processo de discretização das equações. Aplicando-se o filtro $\bar{G}$ às equações de Navier-Stokes para escoamentos incompressíveis, teremos:

$$\frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_j} = 0, \quad (1)$$

$$\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j} (\overline{u_i u_j}) = -\frac{1}{\rho_o} \frac{\partial \bar{p}}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\nu \left(\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_i} \right) \right]. \quad (2)$$

que representam a conservação da massa e da quantidade de momento respectivamente. A impossibilidade de se calcular diretamente o termo de transporte convectivo $\partial(\overline{u_i u_j})/\partial x_j$, requer a sua decomposição usando o conceito de separação de escalas. Isto dará origem a tensores adicionais, entre os quais o tensor de Reynolds sub-malha $\overline{u'_i u'_j}$, que é modelado com a hipótese de Boussinesq que propõe expressar o tensor de Reynolds em função da taxa de deformação gerada pelo campo de velocidades filtrado e da energia cinética turbulenta, é neste ponto que a viscosidade turbulenta pode ser calculada via diferentes modelos sub-malha.

As equações de Navier-Stokes são a base matemática dos modelos dinâmicos, às quais aplicam-se o primeiro filtro $\bar{G}$ chamado de *filtro a nível da malha*, resultando nas Eqs. (1) e (2). Define-se logo o *tensor de Reynolds global sub-malha* como: $\tau_{ij} = \overline{u_i u_j} - \bar{u}_i \bar{u}_j$. Um segundo filtro $\hat{G}$ chamado de *filtro teste* é definido para permitir um segundo processo $\hat{f}(\vec{x}) = \int_{\Omega} \hat{G}(\vec{x}-\vec{x}') f(\vec{x}') d\vec{x}'$, com comprimento característico $\hat{\Delta}$, maior que o comprimento característico do filtro a nível da malha $\bar{\Delta}$. Ambos os comprimentos são calculados baseados nas dimensões da malha. Filtra-se novamente a Eq. (2) com o filtro teste, define-se o tensor relativo a este filtro, chamado *tensor sub-teste*: $T_{ij} = \widehat{\overline{u_i u_j}} - \hat{u}_i \hat{u}_j$. Com a Eq. (2) (filtrada por segunda vez) e as expressões relativas a τ_{ij} e T_{ij} obtemos o *tensor de Leonard global*:

$$L_{ij} = \widehat{\overline{u_i u_j}} - \hat{u}_i \hat{u}_j = T_{ij} - \hat{\tau}_{ij}. \quad (3)$$

A parte anisotrópica do tensor de Reynolds global sub-malha pode ser modelada com a hipótese de Boussinesq, da mesma maneira que o tensor sub-teste:

$$\tau_{ij} - \frac{\delta_{ij}}{3} \tau_{kk} = -2\nu_t \bar{S}_{ij} = -2C(\vec{x}, t) \bar{\Delta}^2 |\bar{S}| \bar{S}_{ij}. \quad (4)$$

$$T_{ij} - \frac{\delta_{ij}}{3} T_{kk} = -2C(\vec{x}, t) \hat{\Delta}^2 |\hat{S}| \hat{S}_{ij}, \quad (5)$$

onde a taxa de deformação é $\bar{S}_{ij} = 0,5[(\partial \bar{u}_i / \partial x_j) + (\partial \bar{u}_j / \partial x_i)]$ e o seu módulo $|\bar{S}| = (2\bar{S}_{ij}\bar{S}_{ij})^{1/2}$, ν_t é a viscosidade turbulenta, $C(\bar{x}, t)$ é o coeficiente dinâmico e δ_{ij} o delta de Kronecker.

Com as Eqs. (3), (4) e (5) Germano et al. (1991) deduzem uma expressão para o coeficiente dinâmico, a qual posteriormente foi modificada por Lilly (1991) tomando a forma:

$$C(\bar{x}, t) = -\frac{1}{2} \frac{L_{ij} M_{ij}}{M_{ij} M_{ij}}. \quad (6)$$

O tensor de Leonard global L_{ij} é conhecido e o tensor M_{ij} é dado por $M_{ij} = (\hat{\Delta})^2 |\hat{S}| \hat{S}_{ij} - (\overline{\Delta})^2 |\overline{S}| \overline{S}_{ij}$. Conhecido o coeficiente dinâmico, apartir da Eq. (4) determina-se a expressão para o cálculo da viscosidade turbulenta.

3. FILTROS DISCRETOS

O comprimento característico do filtro a nível da malha é avaliado desde $\bar{\Delta} = (\Delta_1 \Delta_2 \Delta_3)^{1/3}$, onde os Δ_i são os filtros em cada direção coordenada, que consideramos igual ao espaçamento da malha. O comprimento característico do filtro teste é considerado como $\hat{\Delta} = 2\bar{\Delta}$. Um ponto crítico é a escolha do filtro teste, devido a importância que representa no cálculo do coeficiente dinâmico. Um primeiro filtro teste considerado que aqui denominamos FA, é colocado em forma discreta como:

$$\hat{f}_{ijk} = \frac{1}{7} (\bar{f}_{i-1,j,k} + \bar{f}_{i+1,j,k} + \bar{f}_{i,j,k} + \bar{f}_{i,j-1,k} + \bar{f}_{i,j+1,k} + \bar{f}_{i,j,k-1} + \bar{f}_{i,j,k+1}), \quad (7)$$

que corresponde a uma média aritmética, envolve dois volumes vizinhos em cada direção coordenada. Um segundo filtro discreto proposto, conhecido na literatura como regra trapezoidal (bastante usado em SGE com diferenças finitas), tem a forma:

$$\hat{f}_{ijk} = \frac{1}{8} (\bar{f}_{i-1,j,k} + \bar{f}_{i+1,j,k} + 2\bar{f}_{i,j,k} + \bar{f}_{i,j-1,k} + \bar{f}_{i,j+1,k} + \bar{f}_{i,j,k-1} + \bar{f}_{i,j,k+1}) \quad (8)$$

Finalmente, um terceiro filtro (FP) é proposto no presente trabalho, construído baseado na média ponderada. O grau de influência da grandeza a filtrar é dado pelo fator peso p , determinando assim a expressão para FP.

$$\hat{f}_{ijk} = (1-p)\bar{f}_{MP} + (p)\bar{f}_{ij}, \quad (9)$$

$$\bar{f}_{MP} = \frac{(\bar{f}_{i-1,j,k}/d_{i-1}) + (\bar{f}_{i+1,j,k}/d_{i+1}) + (\bar{f}_{i,j-1,k}/d_{j-1}) + (\bar{f}_{i,j+1,k}/d_{j+1}) + (\bar{f}_{i,j,k-1}/d_{k-1}) + (\bar{f}_{i,j,k+1}/d_{k+1})}{1/d_{i-1} + 1/d_{i+1} + 1/d_{j-1} + 1/d_{j+1} + 1/d_{k-1} + 1/d_{k+1}}.$$

4. CONVECCÃO NATURAL EM TRANSIÇÃO

É sobre o escoamento em transição numa cavidade entre dois cilindros concêntricos horizontais que estudamos a influência dos filtros propostos. É usado um modelo computacional tridimensional devido à natureza do escoamento. Considera-se as equações fundamentais que regem a dinâmica dos fluidos com transferência de calor. Trata-se das equações filtradas de conservação de massa, balanço de quantidade de movimento (Eqs. 1 e 2) e da conservação de energia expressa como:

$$\frac{\partial \bar{T}}{\partial t} + \frac{\partial(\overline{u_j T})}{\partial x_j} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\alpha \frac{\partial \bar{T}}{\partial x_j} \right] \quad (10)$$

O escoamento é considerado incompressível, e o termo da força de empuxo é modelado através da aproximação de Boussinesq. Após considerar a modelagem sub-malha para fechar o sistema de equações, aparecem a viscosidade efetiva ($\nu + \nu_t$) e a difusividade efetiva ($\alpha + \alpha_t$). Para avaliar a difusividade térmica turbulenta α_t é usado o valor do número de Prandtl turbulento ($Pr_t = \nu_t / \alpha_t$) igual a 0,6, segundo Silveira Neto (1993).

4.1. Metodologia Numérica

Foi usado o método de volumes finitos (Patankar, 1980) para a discretização das equações que representam o escoamento, com malha deslocada. Usou-se o esquema temporal de Adams-Bashforth (2ª ordem) e a mesma ordem no esquema de interpolação com diferenças centradas. As equações são resolvidas através do método de passo fracionado (Kim e Moin, 1985) com dois passos. Este método garante conservação de massa em um só passo de tempo. O sistema de equações resultante da equação de Poisson é resolvida pelo método SIP (Strongly Implicit Procedure), proposto por Stone (1968).

5. RESULTADOS

O esquema do problema considerado consiste de dois cilindros concêntricos horizontais de raios R_i e R_o (interno e externo respectivamente) e temperatura (uniforme nas superfícies) T_i e T_o , onde $T_i > T_o$. O espaçamento entre os cilindros é $L = R_o - R_i$ e o comprimento axial. Como condições de contorno temos: periodicidade no sentido tangencial e axial e não deslizamento no sentido radial. As simulações foram realizadas considerando como fluido o ar, com $Pr=0,7$. A malha usada é regular nas direções tangencial e axial, e na direção radial refinada nas paredes com fator de redução de 1,05. Inicialmente, foi realizada a simulação para um caso laminar com número de Rayleigh ($Ra = Pr g \beta (T_i - T_o) L^3 / \nu^2$) igual a $4,7 \times 10^4$, $L_{ax} = L$, $R_o / R_i = 2,6$, malha $20 \times 80 \times 2$ (r, θ, z) e sem modelo sub-malha. A Fig. 1(a) mostra a comparação com dados experimentais de Kuehn e Goldstein (1976) para valores de $\theta = 0^\circ$, 90° e 270° , onde a concordância com os dados experimentais é muito boa. Observa-se que em $\theta = 90^\circ$, onde se forma a pluma térmica, os valores de temperatura são máximos, nesta região tem-se também o máximo e o mínimo valor do coeficiente de troca de calor no cilindro externo e interno respectivamente, como mostrado na Fig. 1(b). A concordância dos resultados pode ser melhorada com o refinamento da malha.

As simulações para regime de transição em convecção natural foram realizadas para $Ra = 1,7 \times 10^5$, $L_{ax} = 2,8L$, $R_o / R_i = 2$ e malha $12 \times 60 \times 20$. São diferentes casos simulados com modelo sub-malha dinâmico, que compreendem o uso dos filtros discretos FA, FT e FP com valores de $p=0,2$ e $0,5$ identificados como FP02 e FP05 respectivamente. Foi simulado também sem modelo sub-malha. Os dados experimentais correspondem a Fukuda et. al. (1990). A distribuição da média temporal da temperatura para $\theta = 90^\circ$ é apresentada na Fig. 2(a), além da comparação com dados experimentais. Os perfis correspondem a média dos últimos 5 segundos. das simulações para cada caso. Pode-se observar que com o filtro FA, a distribuição de temperatura tem comportamento diferenciado, possivelmente pelo fato de considerar que todos os componentes tem o mesmo grau de influência. Os filtros baseados na média ponderada apresentam maior aproximação com os dados experimentais, sendo que o caso com filtro FP02 é de melhor comportamento. Na Fig. 2(b) mostra-se a distribuição da média temporal da viscosidade turbulenta em $\theta = 90^\circ$, onde novamente o comportamento para os casos com FP02 e FP05 são mais coerentes, os outros dois tipos de filtro apresentam oscilações fisicamente inconsistentes.

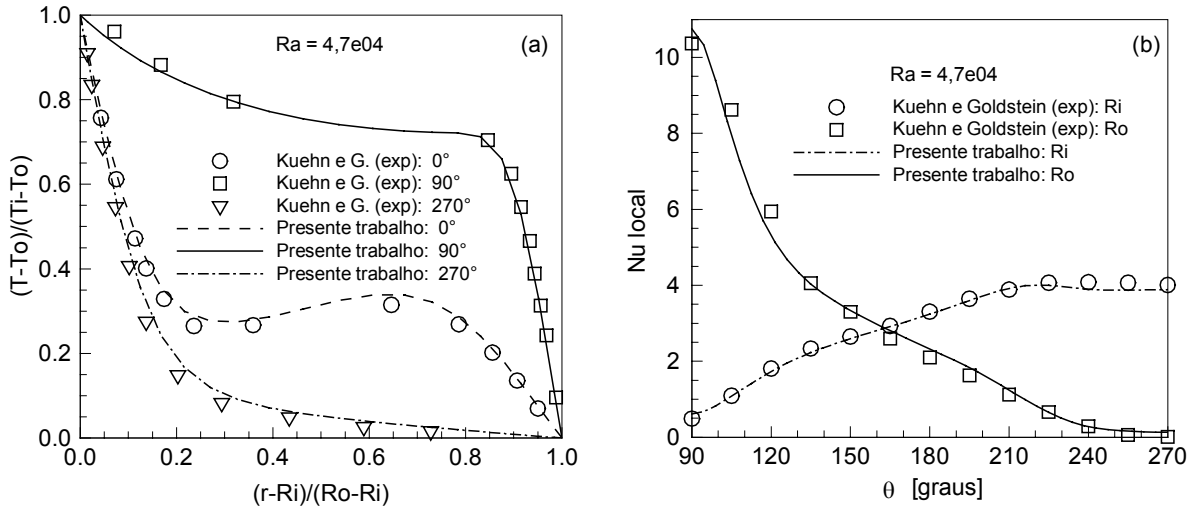


Figura 1. Comparação com dados experimentais em regime laminar: a) temperatura, b) número de Nusselt local. $Ra = 4,7 \times 10^4$, $R_o / R_i = 2,6$.

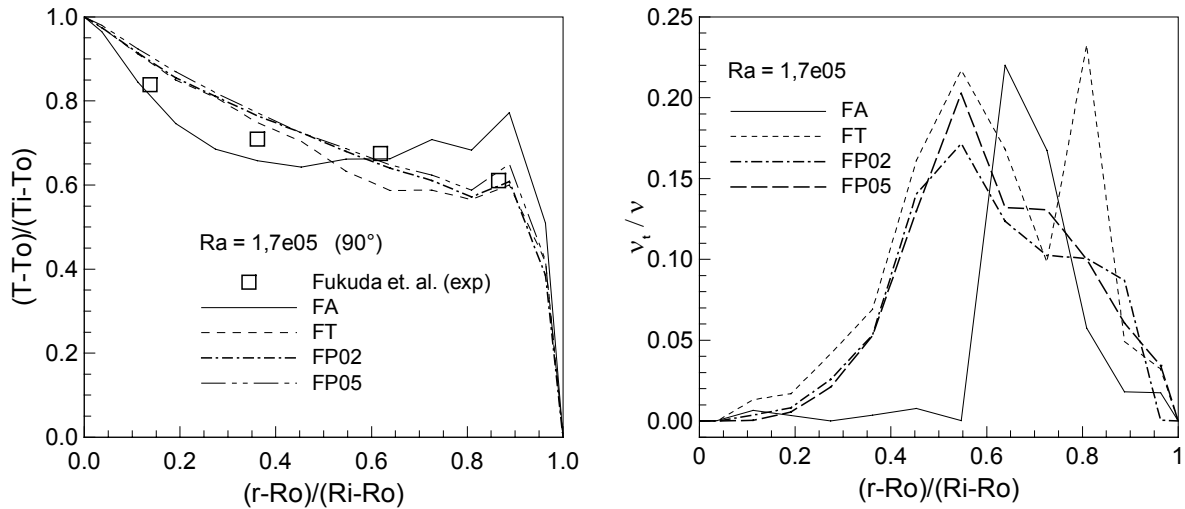


Figura 2. Distribuição da média temporal para $\theta = 90^\circ$, a) temperatura b) viscosidade turbulenta $Ra = 1,7 \times 10^5$, $R_o / R_i = 2$.

Para efeitos de monitorar o comportamento das diferentes grandezas do escoamento, foram colocadas duas sondas numéricas, a primeira localizada em $(r = 1,5L, \theta = 90^\circ, z = 0,5L_{ax})$ denominada sonda A, e a sonda B localizada próxima da superfície do cilindro externo em $(r = 1,96L, \theta = 90^\circ, z = 0,5L_{ax})$. O comportamento temporal da velocidade radial na sonda A é apresentada na Fig. 3(a), tanto com modelo sub-malha com filtro FP02, assim como sem modelo sub-malha. O caso sem modelo sub-malha revela oscilações muito maiores, que podem ocasionar divergência para quando o fluxo de calor aumenta, a visualização deste caso (não apresentado) mostra um escoamento muito instável e sem sentido físico. O desenvolvimento temporal da temperatura nas sondas A e B são mostradas na Fig. 3(b). Os menores valores correspondem à sonda B (perto da parede do cilindro externo), região onde aparecem as primeiras instabilidades e oscilações do escoamento. Quando o Ra se incrementa, segundo as observações de Bishop et. al. (1968) as flutuações da pluma térmica é um fenômeno tridimensional com distribuição axial de temperatura e velocidades.

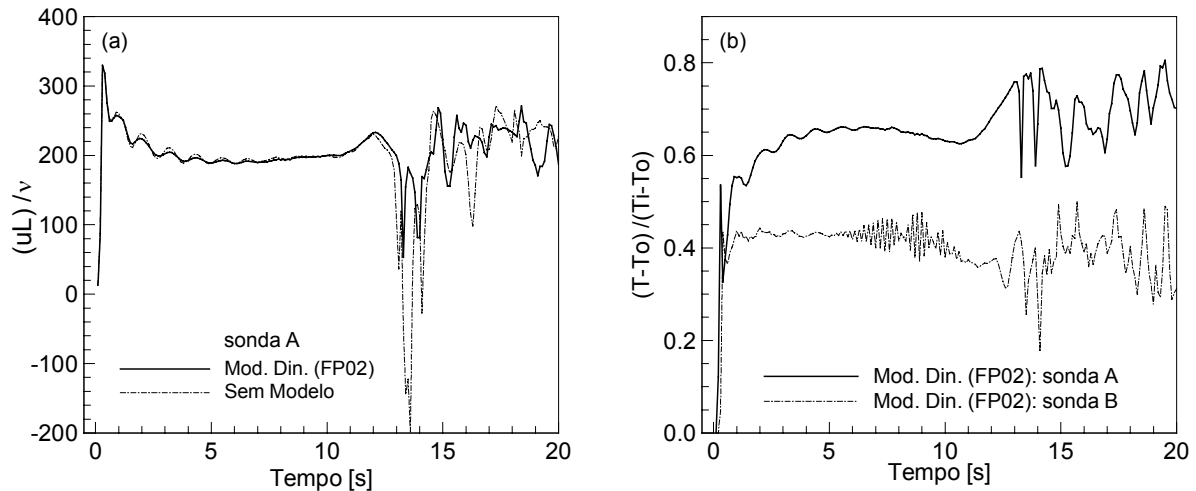


Figura 3. Comportamento temporal de: a) velocidade radial, b) temperatura. $Ra = 1,7 \times 10^5$, $R_o / R_i = 2$.

6. CONCLUSÕES

SGE com modelo sub-malha dinâmico usando diferentes filtros discretos, permitiu evidenciar às instabilidades da transição em convecção natural em cavidades entre cilindros concêntricos horizontais. O comportamento instável tem dependência direta com o tipo de filtro teste usado, os resultados mostrados neste trabalho permitiram mostrar que os filtros FP02 e FP05 são os mais adequados para conseguir transmitir informação desde as escalas resolvidas para as escalas modeladas. Estes resultados podem ser melhorados com o refinamento da malha, da mesma forma pode ser melhor explorado os filtros FP com outros valores de p . É necessário uma análise mais detalhada desde o ponto de vista físico do problema, assim como avaliar propriedades turbulentas como por exemplo energia cinética turbulenta.

7. AGRADECIMENTOS

A CNPq pelo financiamento econômico.

8. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Balaras, E. and Benocci, C., 1992, "Large Eddy Simulation of Flow in a Square Duct" 13th Symposium on Turbulence, Rolla, Missouri, A33-1-A33-8, 21-23 Setember.
- Bishop, E. H., Carley, C. T., and Powe, R. E., 1968, "Natural Convective Oscillatory Flow in Cylindrical Annuli, Int. J. Heat Mass Transfer, vol. 11, pp. 1741-1752.
- Clark, R. A. Ferziger, J. H. and Reynolds, W. C., 1979, "Evaluation of subgrid-scale models using and accurately simulated turbulent flows", J. Fluid Mech., vol. 91, pp. 1-6.
- Fukuda K. Miki Y. Hasegawa S., 1990, "Analitical and experimental study on turbulent natural convection in a horizontal annulus", Int. Heat Mass Transfer, vol. 33-4, pp. 629-639.
- Germano, M., Piomelli, U., Moin, P. and Cabot, W. H., 1991 "A dynamic sub-grid scale eddy viscosity model", Phys. Fluids, A3 (7) , pp. 1760-1765.
- Ghosal, S., Lund, T. S., Moin, P. and Akselvoll, K., 1995 "A Dynamic Localization Model for Large-eddy Simulation of turbulent flows", J. Fluid Mach., vol. 286, pp. 229-255.
- Jordan, A. and Ragab, S. A., "On the Unsteady and Turbulent Characteristics of the Tree-dimensional Shear-driven Cavity Flow", Engineering Application of Large Eddy Simulations, ASME Fluids Enginnering Summer Meeting, vol. 162, p. 127.

- Kim J. and Moin, P., 1985, "Application of a fractional-step method for the incompressible Navier-Stokes equations", J. Comput. Phys, 92, 369
- Kuehn T. H. and Goldstein R. J., 1976, "An experimental and theoretical study of natural convection in the annulus between horizontal concentric cylinders", J. Fluid Mech., vol. 74, pp. 695-719.
- Lilly, D. K., 1991 "A proposed modification of the Germano sub-grid scale closure method", Phys. Fluids A4 (3). March, American Institute of Physics, pp. 633-635.
- Najjar, F. M. and Tafti, D. K., 1995., "Finite-differenced Large Eddy Simulations of Incompressible Turbulent Flows Using the Dynamic Subgrid-scale Stress Model: Effects of Test Filters and Numerical Approximations", NCSA Technical Rep. No 031, National Center of Supercomputing Applications, Urbana, IL.
- Najjar, F. M. and Tafti, D. K., 1996, "Study of Discrete Test Filters and Finite Difference Approximations for the Dynamic Subgrid-Scale Stress Model", Phys Fluids, vol. 8, No 4, pp. 1076-1088.
- Silveira Neto, A., Grand, D., Metais, O. and Laseur, M., , 1993 "A Numerical Investigation of the Coherent Structures of Turbulence Behind a Backward-Facing Step", Int. Journal of Fluids Mechanics, vol. 256, pp. 1-25.
- Smagorinsky, J., 1963, "General Circulation Experiments with Primitive Equations", Mon. Weather Rev., vol. 91(3), pp. 99-164.
- Stone, H. L., 1968, "Iterative Solutions of Implicit Approximations of Multidimensional Partial Differential Equations", SIAMJ Num. Anal., vol. 5, pp. 530-558.
- Zang, Y., Stret, R. L. and Koseff, R. J., , 1993 "A dynamic mixed subgrid-scale model and its application to turbulent recirculating flows", Phys. Fluids A5, 3186.

LARGE-EDDY SIMULATION WITH DYNAMIC SUBGRID SCALE MODEL: DISCRETE FILTERS

Elie Luis Martínez Padilla

epadilla@mecanica.ufu.br

Aristeu da Silveira Neto

Federal University of Uberlândia
School of Mechanical Engineering
Campus Santa Mônica, Uberlândia, MG, Brazil
CEP: 38400-902
aristeus@mecanica.ufu.br

Abstract: *Large-Eddy Simulation (LES) permits to carry out transient and fully turbulent flows analysis, solving the filtered Navier-Stokes equations. The filtering and the decomposition processes give rise to the sub-grid scale Reynolds stress tensor. This tensor is modeled using diverse models. In the present work a dynamical sub-grid scale model coupled with several kind of filtering process was used. A comparative study involving three types of filters, applied to transitional flow between horizontal concentric cylinders is presented.*

Keywords: *Large-eddy simulations, sub-grid scale model, discrete filters.*