

## REDUÇÃO DE VIBRAÇÕES EM MÁQUINAS ROTATIVAS UTILIZANDO CONTROLE ÓTIMO

### Ricardo Corrêa Simões

Faculdade de Engenharia Mecânica, Universidade Federal de Uberlândia, Campus Santa Mônica, Bloco M, Avenida João Naves de Ávila 2160  
rcsimoes@mecanica.ufu.br

### Valder Steffen Jr.

Faculdade de Engenharia Mecânica, Universidade Federal de Uberlândia, Campus Santa Mônica, Bloco M, Avenida João Naves de Ávila 2160  
vsteffen@mecanica.ufu.br

**Resumo:** *As máquinas rotativas são equipamentos utilizados em aplicações de alto nível de exigência (indústrias aeronáutica, petroquímica, de geração de energia e de alto desempenho). A minimização dos níveis de vibração da máquina é um requisito que deve ser cumprido para que esta opere com eficiência e não venha a apresentar uma quebra prematura. O uso de técnicas de controle ativo de vibrações em rotores tem mostrado ser mais eficiente e versátil que o uso de técnicas de controle passivo. Este trabalho apresenta um estudo preliminar sobre o controle ativo de rotores através do emprego do método do controle ótimo. Primeiramente o comportamento dinâmico do rotor é modelado pelo Método dos Elementos Finitos (F.E.M.) e a técnica de redução pseudo-modal é usada para diminuir tamanho do modelo completo. Então é projetado um controlador ótimo e os ganhos do controle são calculados para cada velocidade de operação do rotor.*

**Palavras-chave:** Máquinas Rotativas, Controle Ativo, Controle ótimo.

## 1. INTRODUÇÃO

As máquinas rotativas são equipamentos utilizados em vários tipos de indústrias dentre as quais se destacam: petroquímica, aeronáutica, de geração de energia. Devido ao alto nível de exigência de tais serviços, a minimização do nível de vibração no rotor é um requisito que deve ser cumprido. Por outro lado, elevados níveis de vibração podem levar o equipamento à quebra, e isto decorre em perdas econômicas, inconvenientes aos usuários de serviços, ou até em perdas de vidas humanas, dependendo do equipamento em questão. Então o problema que surge é como controlar de forma conveniente a vibração em máquinas rotativas.

O uso de controladores passivos de vibração é a primeira alternativa à disposição dos projetistas, ou seja, reprojeta a máquina modificando o amortecimento distribuído no sistema, especialmente nos mancais. Entretanto existem máquinas operando que já apresentam nível de vibração além do aceitável e também outras máquinas a serem projetadas cujo o uso de atuadores passivos não conseguiria cumprir os requisitos de projeto quanto ao nível de vibração máximo aceitável, Adams e McClosKey (1990).

O controle ativo atua na estrutura com a tarefa de reduzir suas vibrações, aplicando-lhe uma força de controle. Força esta que é calculada pelo controlador do sistema a partir sinal de retroalimentação dos sensores e do valor do nível de vibração final que se deseja para o sistema já controlado. O surgimento e o desenvolvimento de materiais inteligentes tais como cerâmicas piezelétricas, fluídos eletro-reológicos e magneto-reológicos, etc propiciou um grande avanço nas

pesquisas acadêmicas na área de controle ativo, entretanto ainda resta o desafio de tornar estas técnicas aplicáveis com rentabilidade econômica na maioria das situações industriais.

O uso de técnicas de controle ativo em dinâmica de rotação, com o objetivo de reduzir vibrações, vem despertando o interesse de vários pesquisadores há quase três décadas. Schweitzer e Lange (1976), Burrows et al (1989) propõem o uso de atuadores magnéticos no controle ativo de rotores. Palazzolo et al (1989) mostram a viabilidade do uso de atuadores piezelétricos arranjados em um plano para o controle de vibrações de rotores operando em rotações transientes, e novamente Palazzolo et al (1991) fazem também uso de atuadores piezelétricos arranjados em dois planos. Malhis et al (2002) simulam o controle de um rotor através de atuadores piezelétricos usando lógica Fuzzy. Althaus et al (1993), Ulbrich e Althaus (1989) e Nicoletti e Santos (2001) usam atuadores hidráulicos como dispositivo para controlar vibração em rotores. Forte et al (2002) testam um amortecedor com fluido magnetorreológico para a construção de um amortecedor ativo numa bancada de rotor. Este trabalho apresenta um estudo preliminar sobre o uso do controle ótimo como forma de reduzir vibrações em máquinas rotativas.

## 2. FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

### 2.1. Modelo Computacional para Rotores Flexíveis

Rotores flexíveis são sistemas dinâmicos compostos por elementos tais como discos, eixos flexíveis, mancais e selos. A equação que descreve o movimento do rotor pode ser obtida aplicando-se a equação de Lagrange, Eq.(1), às expressões que fornecem as energias para os elementos do rotor. Informações mais detalhadas sobre as equações do movimento do rotor podem ser encontradas em Lalanne e Ferraris (1998).

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{\partial T}{\partial \dot{q}_i} \right) - \frac{\partial T}{\partial q_i} + \frac{\partial U}{\partial q_i} = Fq_i \quad (1)$$

onde  $q_i$  são as coordenadas generalizadas independentes,  $Fq_i$  são as forças generalizadas e  $T$  e  $U$  são as energias cinética e de deformação dos componentes, respectivamente.

O elemento de disco é assumido como sendo rígido e portanto tem apenas energia cinética. Os elementos de eixo têm tanto energia cinética como de deformação. Um elemento finito de eixo é mostrado na Fig.(1): o elemento tem 2 nós, sendo que cada nó tem 4 graus de liberdade, ou seja, 2 translações ( $u$ ,  $v$ ), and 2 rotações ( $\theta$ ,  $\psi$ ).

Os graus de liberdade do elemento de eixo podem ser arranjados dentro de dois vetores,  $\delta u$  (deslocamento ao longo da direção  $X$ ) e  $\delta w$  (deslocamento ao longo da direção  $Z$ ), Eq.(2) e Eq. (3), respectivamente.

$$\delta u = [u_1, \psi_1, u_2, \psi_2]^T \quad (2)$$

$$\delta w = [w_1, \theta_1, w_2, \theta_2]^T \quad (3)$$

Os deslocamentos  $u$  and  $w$  podem ser aproximados por:

$$u = N_1(y) \delta u \quad (4)$$

$$w = N_2(y) \delta w \quad (5)$$

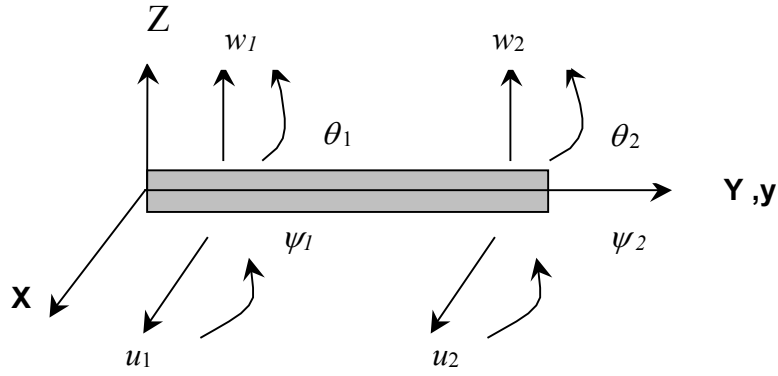


Figura 1: Graus de liberdade de um elemento finito de eixo.

onde  $N_1(y)$  e  $N_2(y)$  são funções de forma cúbica para uma viga em flexão. As relações entre deslocamentos e rotações são dadas:

$$\theta = \frac{\partial w}{\partial y} \quad (6)$$

$$\psi = -\frac{\partial u}{\partial y} \quad (7)$$

A energia cinética ( $T_s$ ) e a energia de deformação ( $U_s$ ) são dadas pelas seguintes expressões:

$$T_s = \frac{\rho I}{2} \int_0^L \left\{ (\dot{\theta})^2 + (\dot{\psi})^2 \right\} dy + \frac{\rho S}{2} \int_0^L \left\{ (\dot{u})^2 + (\dot{w})^2 \right\} dy - 2I\rho\rho \int_0^L \psi\theta dy + \rho IL\Omega^2 \quad (8)$$

$$U_s = \frac{E \cdot I}{2} \int_0^L \left[ \left( \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right)^2 + \left( \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right)^2 \right] dy \quad (9)$$

onde  $I$  é o momento de inércia de área da seção transversal do eixo,  $S$  é a área da seção transversal do eixo,  $\rho$  é a densidade do material do eixo e  $L$  é o comprimento do elemento. Substituindo as aproximações feitas para os deslocamentos do rotor dentro das Eq.(8) e Eq.(9) e aplicando a equação de Lagrange na expressão resultante, obtém-se a matriz de massa clássica ( $M$ ), a matriz de massa secundária ( $M_s$ ), a matriz giroscópica ( $G$ ) e a matriz de rigidez ( $K$ ) para os elementos de eixo. A matriz de massa clássica e a matriz de massa secundária dos elementos de eixo devem ser somada à matriz de massa dos elementos de discos. Deve-se também somar as matrizes giroscópicas dos elementos de eixo às dos elementos de discos. Igualmente deve-se somar as matrizes de rigidez dos elementos de eixo às matrizes de rigidez dos elementos de mancal. Todas estas matrizes são detalhadas em Lalanne e Ferraris (1998).

## 2.2. O Controle

As equações de estado para um rotor são dadas por :

$$\dot{X} = A \cdot X + B \cdot u \quad (10-a)$$

$$Y = C \cdot X + D \cdot u \quad (10-b)$$

onde  $X$  é o vetor de estado,  $Y$  é o vetor de resposta,  $A$  é matriz dinâmica do processo,  $B$  é matriz de controle do sistema,  $C$  é a matriz de resposta e  $D$  é a matriz que relaciona a força de controle  $u$  com

a resposta do sistema  $Y$ , sendo geralmente uma matriz nula. Para sistemas mecânicos vibratórios, o vetor  $X$  é usualmente definido como:

$$X = \{x_1 \quad x_2 \quad \cdots \quad x_n \quad \dot{x}_1 \quad \dot{x}_2 \quad \cdots \quad \dot{x}_n\}^t \quad (11)$$

e matriz  $A$ , conhecida como a matriz da dinâmica do sistema, é dada por:

$$A = \begin{bmatrix} Z & I \\ -M^{-1} \cdot K & -M^{-1} \cdot D_s \end{bmatrix} \quad (12)$$

onde  $Z$  é a matriz quadrada de zeros de ordem  $n$ ,  $I$  é a matriz identidade de ordem  $n$ ,  $M$  é a matriz de massa do sistema,  $K$  a matriz de rigidez e  $D_s$  é a matriz de amortecimento. No caso de estudo de sistemas giroscópicos,  $D_s$  engloba a matriz de amortecimento e a matriz giroscópica do sistema. A matriz  $B$  está relacionada com os atuadores presentes no sistema e a matriz  $C$  com os sensores.

A técnica da redução pseudo-modal é usada para reduzir a ordem do modelo de elementos finitos e visa estabelecer o controle para os  $m$  primeiros modos do rotor. Seja a base de transformação  $\Phi$  formada pelos  $m$  primeiros modos do sistema não-amortecido e não-giroscópico associado. As matrizes de massa, rigidez e amortecimento + giroscópica reduzidas são dadas respectivamente por:

$$\tilde{M} = \Phi^t \cdot M \cdot \Phi \quad (13)$$

$$\tilde{K} = \Phi^t \cdot K \cdot \Phi \quad (14)$$

$$\tilde{D}_s = \Phi^t \cdot D_s \cdot \Phi \quad (15)$$

Tem-se então uma nova matriz dinâmica para o sistema reduzido, dada por:

$$\tilde{A} = \begin{bmatrix} Z & I \\ -\tilde{M}^{-1} \cdot \tilde{K} & -\tilde{M}^{-1} \cdot \tilde{D}_s \end{bmatrix} \quad (16)$$

As equações de estado para o sistema reduzido são dadas então por:

$$\dot{X}_R = \tilde{A} \cdot X_R + \tilde{B} \cdot u \quad (17-a)$$

$$Y = \tilde{C} \cdot X_R + D \cdot u \quad (17-b)$$

onde  $\tilde{B}$  e  $\tilde{C}$  são as matrizes de controle do sistema e de resposta respectivamente e  $X_R$  é da por:

$$X_R = \{p \quad \dot{p}\} \quad (18)$$

A resposta do sistema giroscópico ( $\delta$ ) é escrita como uma combinação linear dos modos do sistema não-giroscópico associado:

$$\delta = \Phi \cdot p \quad (19)$$

### 2.2.1. Controle Ótimo

O advento dos computadores digitais conduziu ao desenvolvimento e a utilização da teoria de controle moderno. Esta teoria permite a obtenção de um desempenho ótimo que atende a algum critério de desempenho especificado. Ela envolve a minimização (ou maximização) do *índice de desempenho* (I.D.). Este método, ao contrário das técnicas de controle convencionais, faz uso acentuado de análise matemática.

Dado o sistema descrito pela eq. (17-a), segundo Ogata (1970), considera-se que o problema de controle ótimo é encontrar matriz  $K_O$  do vetor de controle ótimo:

$$u = -K_O \cdot X(t) \quad (20)$$

de modo a minimizar o I.D. definido por:

$$J = \int_0^{\infty} (X^t \cdot Q \cdot X + u^t \cdot R \cdot u) dt \quad (21)$$

onde  $Q$  é uma matriz positiva-definida (ou positiva-semidefinida) real e simétrica que está relacionada com a importância relativa do erro e  $R$  é uma matriz positiva-definida real e simétrica que está relacionada como gasto de energia para se efetuar o controle. O diagrama de blocos da Fig.(2) mostra a configuração de um sistema usando o controle ótimo.

A matriz  $K_O$  que resolve o problema de controle ótimo é dada por:

$$K_O = R^{-1} \cdot B^t \cdot P \quad (22)$$

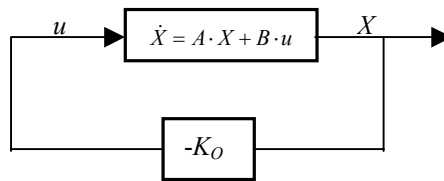


Figura 2: Diagrama de blocos de um sistema com controle ótimo.

onde  $P$  é uma matriz positiva definida, dada pela resolução da seguinte equação:

$$A^t \cdot P + P \cdot A - P \cdot B \cdot R^{-1} \cdot B^t \cdot P + Q = 0 \quad (23)$$

A Equação (23) é conhecida como equação de Riccati.

### 3. ATUADORES.

A função do atuador é receber um comando, geralmente uma voltagem, do circuito de controle e transformar este comando em força ou deslocamento. Dentre os tipos de atuadores atualmente pesquisados para o controle ativo de rotores pode-se citar: os atuadores eletromagnéticos, piezelétricos, hidráulicos e os amortecedores magneto-reológicos ou eletro-reológicos.

#### 3.1. Atuadores Piezétricos.

Os atuadores piezelétricos aparecem como uma alternativa importante para o controle de máquinas rotativas. Materiais piezelétricos, quando submetidos a deformação mecânica, geram cargas elétricas em sua superfície, sendo este efeito conhecido como efeito piezelétrico direto. Ao contrário, quando aplica-se uma tensão elétrica na superfície destes materiais, eles se deformam, sendo este fenômeno denominado efeito piezelétrico inverso. Se uma cerâmica piezelétrica for

colada na superfície de uma estrutura e submetida a uma tensão elétrica, esta se deformará, passando sua deformação para a estrutura na qual está instalada.

Em determinadas aplicações, a necessidade inerente de alta rigidez, faz com que o atuador piezelétrico seja constituído de uma pilha de discos de cerâmica piezelétrica, montados uns sobre os outros e conectados eletricamente em paralelo.

#### 4. CONTROLE DE UM ROTOR FLEXÍVEL.

A metodologia aqui proposta é usada para o controle de um rotor flexível. A matriz de ganho  $K_O$  é calculada para cada velocidade de funcionamento do rotor. O cálculo de tal matriz é feito utilizando a função *dlqr* do programa Matlab®. Os argumentos de entrada desta função são as matrizes  $A$ ,  $B$ ,  $Q$ ,  $R$ .

A Figura (3) mostra um esquema do rotor a ser controlado, sendo as massas dos discos e dos mancais de 1,5 Kg. O controle é feito injetando-se a força de controle nos nós dos mancais nas coordenadas  $x$  e  $z$ . Os mancais são simétricos e possuem rigidez de  $8 \cdot 10^6$  N/m.

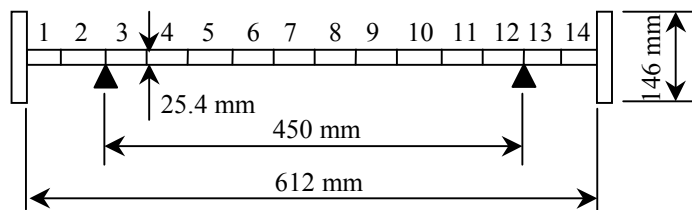
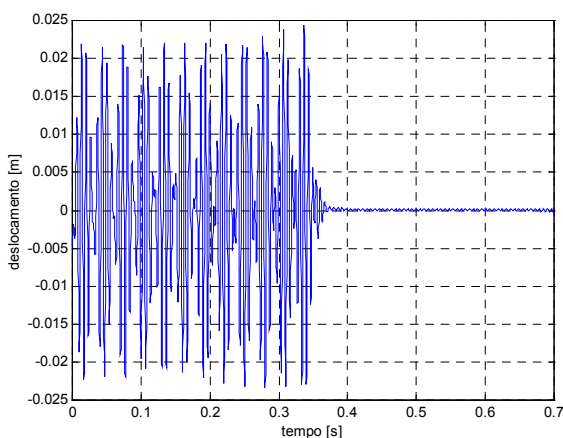
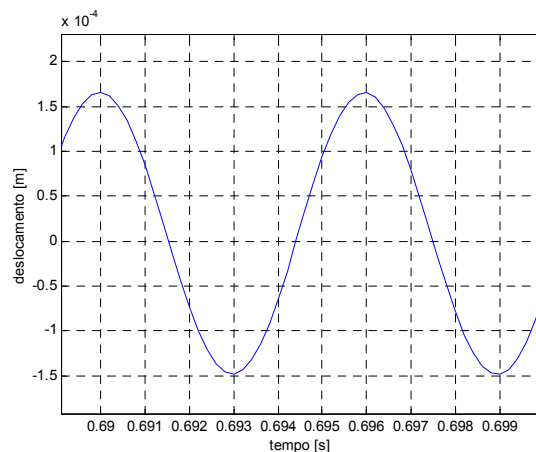


Figura 3: Rotor.

O rotor opera dentro de uma faixa de 0 à 25000 rpm e possui três velocidades críticas dentro desta faixa, em 10060, 10940 e 13820 rpm, consecutivamente. A Figura (4-a) mostra a resposta do rotor, calculada para a direção  $x$  do nó 1 a uma excitação síncrona aplicada no nó 15, para o rotor operando em sua primeira velocidade crítica. No tempo correspondente a 3,5 s o controle passa a atuar no rotor. A Figura (4-b) mostra a resposta do rotor controlado.



a) Influência do controle.



b) Rotor controlado.

Figura 4: Resposta do rotor a uma excitação síncrona.

A figura a seguir mostra a resposta ao desbalanceamento para o rotor controlado e não controlado. A massa desbalanceada é de 5 gramas e está localizada no disco posicionado no nó 15. A Figura (5-a) mostra a resposta no nó 1 e a Fig. (5-b) a resposta no nó 8.

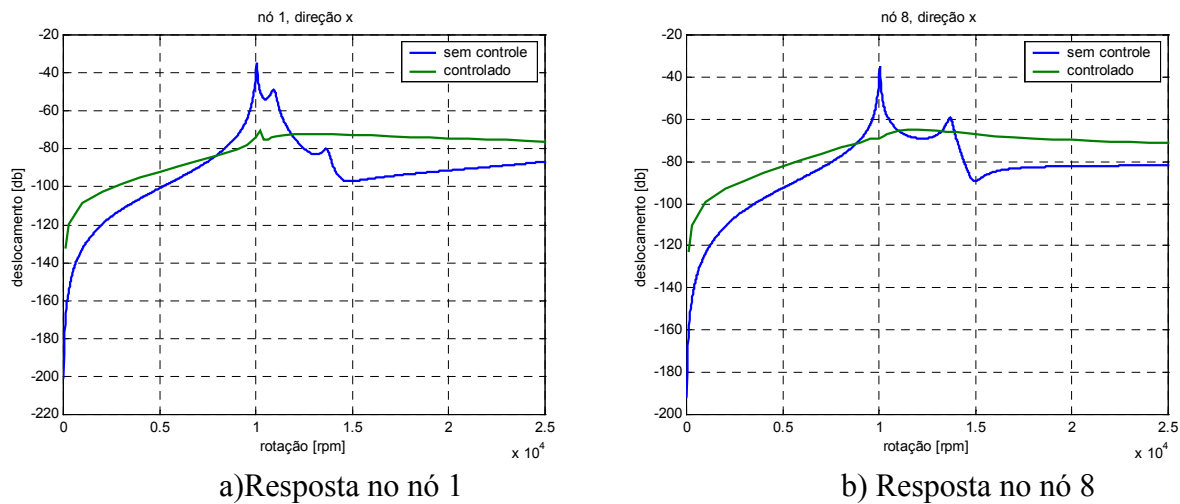


Figura 5: Resposta ao desbalanceamento.

Pode-se ver na Fig. (5-a) que o controle reduziu significativamente o nível de vibração do rotor na primeira e segunda velocidades críticas do rotor. A terceira crítica também foi reduzida para o nó 8, Fig. (5-b). O fato da vibração não ter sido atenuada para velocidades de operação diferentes das críticas pode ser explicado pela escolha dos valores da matriz  $R$  (foram escolhidos para as velocidades críticas). O uso destes mesmos valores em velocidades diferentes das críticas pode estar tornando o controle muito sensível, aspecto que será verificado nos desdobramentos futuros desta pesquisa.

## 5. CONCLUSÃO.

Este trabalho apresenta um estudo preliminar sobre o uso de técnicas de controle ótimo para o controle ativo de vibrações em máquinas rotativas. Foram feitas simulações computacionais para se obter a resposta ao desbalanceamento para o rotor controlado e não controlado, utilizando o M.E.F. Os resultados obtidos até agora mostram que o controlador ótimo é eficiente para reduzir a vibração do rotor em suas velocidades críticas. Os fatores que regulam o controlador ótimo, matrizes  $Q$  e  $R$ , devem receber futuramente uma atenção maior para as velocidades diferentes das críticas.

## 6. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS.

- Adams, M. L., and McClosKey, T. H., 1990, "A Feasibility and Technology Assessment For Implementation of Active Rotor Vibration Control System in Power Plant Rotating Machinery".
- Althaus, J., Stelter, P., Feldkamp, B. and Adam, H., 1993, "Aktives Hydraulisches Large Für Eine Schneckenzenzentrifuge", Schwingungen in Rotierenden Maschinen II, Wiesbaden, Germany, pp.28-36.
- Burrows, C. R., Sahinkaya, M. N. and Clements, S., (1989), "Active Vibration Control of Flexible Rotors: An Experimental and Theoretical Study", Proc. R. Soc. London. A 422, pp.123-146.
- Forte, P., Paternò, M., and Rustighi, E., 2002, "A Magnetorheological Fluid Damper for Rotor Applications" Proc. of Sixth International Conference on Rotor Dynamic, Sydney, Australia, Vol I, pp.63-70.
- Lalane, M., and Ferraris, G., 1997, "Rotordynamics Prediction in Engineering," 2nd Edition, John Wiley and Sons, New York.
- Malhis, M., Gaudiller, L., and Der Hagopian, J., 2002, "Fuzzy Modal Control of a Flexible Rotor by Piezoelectric Actuators Arranged on a Plane", Proc. of Sixth International Conference on Rotor Dynamic, Sydney, Australia, Vol I, pp.101-108

- Nicoletti, R., and Santos., I. F., 2001, “ Vibration Reduction of Rotating Systems Using Tilting-Pad Bearings and PD Controlers”, Proc. of Ninth International of Dynamic Problems of Mechanics, Florianópolis, Brazil, pp.303-308.
- Ogata, K., 1970, “Engenharia de Controle Moderno”, Editora Prentice/Hall do Brasil Ltda., Rio de Janeiro.
- Palazzolo, A. B., Lin, R. R., Alexander, R. M., Kascak, A. F., Montague, G. T. 1989, “Piezoelectric Pusher for Active Vibration Control of Rotating Machinery”, Transactions of ASME, July, Vol. 111, 298-305.
- Palazzolo, A. B., Kascak, A. F., Montague, G. T., and Kiraly. L. J., 1991, “Hybrid Active Vibration Control of Rotorbearing Systems Using Piezoelectric Actuators”, Modal Analysis, Modelling, Diagnostics, and Control - Analytical and Experimental, ASME, Vol. 38.
- Schweitzer, G., and Lange, R., 1976, “Characteristics of a Magnetic Rotor Bearing for Active Vibration Control”, In ImechE Conf. On Vibs. In Rotating Machinery, Cambridge, Paper no. C239/76.
- Ulbrich, H., and Althaus, J., 1989, “Actuador Design for Rotor Control”, 12th Conference on Vibration and Noise, Montreal, Canada, pp.17-22

## **Vibration Reduction Rotating Machinies Using Optimal Control**

### **Ricardo Corrêa Simões**

College of Mechanical Enginnering, Federal University of Uberlândia, Campus Santa Mônica, Building 1M, João Naves de Ávila Avenue 2160  
rcsimoes@mecanica.ufu.br

### **Valder Steffen, Jr.**

College of Mechanical Enginnering, Federal University of Uberlândia, Campus Santa Mônica, Building 1M, João Naves de Ávila Avenue 2160  
[vsteffen@mecanica.ufu.br](mailto:vsteffen@mecanica.ufu.br)

**Abstract:** *Rotating machines are used in various industrial applications involving sophisticated technology and submitted to high performance requirements (aeronautical, petrochemical, energy generation, etc). The attenuation of the vibration level of these machines assures safety and efficiency operation, while avoids premature collapse. The use of vibration active control techniques in flexible rotors has shown to be more efficient and versatile than the use of passive control techniques. This paper presents a preliminary study about active control of rotors by using Optimal Control techniques. First, the dynamic behavior of the rotor is modeled by using the Finite Element Method (F.E.M.), then the pseudo-modal reduction technique is used to reduce the size of the complete model. Finally, an optimal controller is designed and control gains are calculated for each operation speed of the rotor.*