

MAXIMIZAÇÃO DO VOLUME DO ESPAÇO DE TRABALHO DE MANIPULADORES 3R

Paulo R. Bergamaschi

Universidade Federal de Goiás – Campus de Catalão

Av. Dr. Lamartine Pinto de Avelar, nº 1120, CEP: 75701-220, Catalão (GO) – Brasil

e-mail: paulob@innet.psi.br

Antônio C. Nogueira*

Sezimária F. Pereira Saramago*

* Universidade Federal de Uberlândia – Campus Santa Mônica

Av. João Naves de Ávila, 2160, CEP: 38408-100, Uberlândia (MG) – Brasil

e-mail: Saramago@ufu.br

Resumo: O objetivo deste trabalho é maximizar o volume do espaço de trabalho de robôs manipuladores com três juntas rotacionais (3R), considerando as características do seu espaço de trabalho. A forma deste espaço de trabalho depende da arquitetura e das dimensões dos membros do robô. Assim, os parâmetros que definem estas dimensões devem ser determinados para que o volume máximo seja obtido. O conhecimento correto da fronteira do espaço de trabalho, que é uma envoltória ou parte dela, permite exatidão no cálculo do volume deste espaço de trabalho, sendo de grande importância por causa do impacto sobre o projeto do manipulador, o posicionamento do manipulador no ambiente de trabalho e a destreza do mesmo. Muitas vezes, o espaço de trabalho pode conter buracos (holes) e vazios (voids), que são regiões não atingíveis pelo efetuador do manipulador. A presença de vazios e singularidades acrescenta grandes dificuldades à formulação algébrica de um modelo matemático preciso para o cálculo do volume do espaço de trabalho. Neste trabalho é formulado um problema de otimização que visa maximizar o espaço de trabalho do robô, obtendo-se assim as dimensões ótimas do robô. Assim, propõe-se uma função objetivo que maximiza este volume e restrições para obter as dimensões do manipulador dentro de valores práticos. Restrições adicionais são impostas a fim de minimizar o vazio e controlar a área total em relação à área do retângulo dado pelos limites do espaço de trabalho. Para a solução do problema de otimização são aplicadas técnicas sequenciais. Um exemplo numérico é apresentado para validar a metodologia proposta.

Palavras-chave: robótica, projeto de manipulador, espaço de trabalho, otimização, envoltória.

1. INTRODUÇÃO

O espaço de trabalho de um manipulador é definido como sendo o conjunto de todos os pontos possíveis de serem atingidos pelo ponto de referência H situado no efetuador (Gupta and Roth, 1982). Este espaço de trabalho é uma característica fundamental a ser considerada no projeto de robôs manipuladores, pois influi no projeto dimensional, no posicionamento do manipulador no ambiente de trabalho e na sua destreza para executar tarefas. Sendo assim, o cálculo exato do espaço de trabalho é de grande importância.

Neste trabalho é desenvolvida uma formulação algébrica para o cálculo do volume do espaço de trabalho de manipuladores com três juntas de revolução (3R), a partir do conhecimento de sua fronteira. O espaço de trabalho pode apresentar buracos ou vazios, que são formados por pontos não atingíveis pelo efetuador e, além disso, apresentar descontinuidades (“quebras”) na geração dos

pontos que compõem a sua fronteira. Estes problemas acrescentam grandes dificuldades na formulação algébrica do modelo matemático, mas foram considerados no modelo estudado.

Diversos estudos têm investigado as propriedades do espaço de trabalho de cadeias robóticas abertas visando determinar as características geométricas e cinemáticas, bem como deduzir algoritmos de análise e síntese para projetos. Uma formulação analítica para a determinação do espaço de trabalho para manipuladores foi proposta por (Ceccarelli, 1989 e 1996). Abdel-Malek and Yeh (1997) apresentaram uma formulação analítica para obter a fronteira do espaço de trabalho para mecanismos de três graus de liberdade (3-gdl) em geral.

Mais recentemente, Abdel-Malek et al (2000) introduziram uma formulação genérica para a determinação de vazios no espaço de trabalho de um manipulador serial. Wenger (2000) mostrou como levar em conta, na fase de projeto, a possibilidade de um manipulador executar movimentos através da variação de posturas não-singulares. Também foram feitos estudos sobre o surgimento de singularidades no espaço de trabalho. Para uma revisão bibliográfica mais detalhada sobre o assunto são recomendados Lanni et al (2001) e Saramago et al (2002).

Neste artigo o problema de otimização é formulado com o intuito de obter o volume de trabalho máximo, mantendo as dimensões do robô dentro de uma faixa limitada. Assim, a função objetivo é o volume do espaço de trabalho, sujeita a restrições que controlam o espaço de trabalho, obrigando-o a ocupar uma determinada porção da região de trabalho. Foram incluídas restrições laterais para obter as dimensões do manipulador dentro de valores práticos.

O problema de otimização é investigado usando técnicas sequenciais de minimização (Bazarra et al, 1993). Fez-se uso do código computacional DOT (design optimization tools), desenvolvido por Vanderplaats (1995). A metodologia é testada por meio de um exemplo numérico, confirmando a eficiência do uso da formulação algébrica para o espaço de trabalho.

2. ESPAÇO DE TRABALHO DE ROBÔS MANIPULADORES 3R

Um esquema cinemático de robôs manipuladores 3R é exibido na Fig (1). A cada junta e à base do robô está associado um sistema de referência.

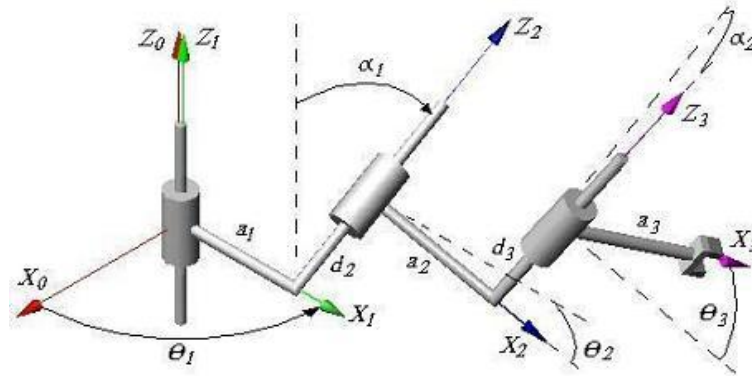


Figura 1: Esquema Cinemático de robôs manipuladores 3R.

Utilizando o método de Denavit-Hartenberg (Alves, 1988), a matriz de transformação homogênea, T_{i-1}^i , que representa o sistema $X_i Y_i Z_i$ em relação ao sistema $X_{i-1} Y_{i-1} Z_{i-1}$, para $i=1, 2, 3$, assume o seguinte aspecto

$$T_{i-1}^i = \text{Rot}(a_i, X_{i-1}) \text{Trans}(a_{i-1}, 0, 0) \text{Trans}(0, 0, d_i) \text{Rot}(q_i, Z_i)$$

$$= \begin{bmatrix} Cq_i & -Sq_i & 0 & a_{i-1} \\ Sq_i Ca_{i-1} & Cq_i Ca_{i-1} & Sa_{i-1} & d_i Sa_{i-1} \\ -Sq_i Sa_{i-1} & -Cq_i Sa_{i-1} & Ca_{i-1} & d_i Ca_{i-1} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (1)$$

onde $a_0 = a_0 = 0$, $d_1 = 0$, $Sq_i = \sin q_i$, $Cq_i = \cos q_i$, $Sa_i = \sin a_i$, $Ca_i = \cos a_i$, para $i=1,2,3$.

As coordenadas de um ponto situado na extremidade do robô manipulador, usualmente escolhido como sendo o centro do efetuador, ou a ponta de um dedo ou ainda o fim do próprio manipulador e representado, em coordenadas homogêneas, por $H_3 = [a_3 \ 0 \ 0 \ 1]^t$, com $a_3 \neq 0$, podem ser estimadas em relação à base do robô por intermédio da relação

$$H_0 = [H_0^x \ H_0^y \ H_0^z \ 1]^t = T_0^1 T_1^2 T_2^3 H_3. \quad (2)$$

Assim, variando-se os ângulos q_1 , q_2 e q_3 sobre seus intervalos de definição, obtém-se a seguinte representação vetorial do espaço de trabalho

$$H_0 = T_0^1 H_1 = \begin{bmatrix} H_1^x Cq_1 - H_1^y Sq_1 \\ H_1^x Sq_1 + H_1^y Cq_1 \\ H_1^z \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \\ 1 \end{bmatrix}, \quad (3)$$

onde

$$\begin{cases} H_1^x = H_2^x Cq_2 - H_2^y Sq_2 + a_1 \\ H_1^y = H_2^x Sq_2 Ca_2 + H_2^y Cq_2 Ca_1 + H_2^z Sa_1 + d_2 Sa_1 \\ H_1^z = -H_2^x Sq_2 Sa_1 - H_2^y Cq_2 Sa_1 + H_2^z Ca_1 + d_2 Ca_1 \end{cases} ; \quad \begin{cases} H_2^x = a_3 Cq_3 + a_2 \\ H_2^y = a_3 Sq_3 Ca_2 + d_3 Sa_2 \\ H_2^z = -a_3 Sq_3 Sa_2 + d_3 Ca_2 \end{cases} \quad (4)$$

O espaço de trabalho de robôs com estrutura 3R pode ser expresso em coordenadas cilíndricas, bastando para isso escrever o ponto H_0 nestas coordenadas. Obtém-se assim, as equações paramétricas (de parâmetros q_2 e q_3)

$$\begin{cases} r^2 = (H_0^x)^2 + (H_0^y)^2 = (H_1^x Cq_1 - H_1^y Sq_1)^2 + (H_1^x Sq_1 + H_1^y Cq_1)^2 = (H_1^x)^2 + (H_1^y)^2 \\ z = H_1^z \end{cases} \quad (5)$$

Usando as Eqs. (4) e (5), obtém-se

$$r^2 + z^2 = (H_2^x)^2 + (H_2^y)^2 + a_1^2 + (H_2^z + d_2)^2 + 2a_1(H_2^x Cq_2 - H_2^y Sq_2) \quad (6)$$

e, pela metodologia matemática, admitindo que $a_1 \neq 0$ e $\sin a_1 \neq 0$, multiplicando a segunda equação das Eqs. (5) por $2a_1/\sin a_1$ e usando a Eq. (4), resulta

$$\frac{2a_1}{\sin a_1} z - \frac{2a_1(H_2^z + d_2)\cos a_1}{\sin a_1} = -2a_1(H_2^x \sin q_2 + H_2^y \cos q_2) \quad (7)$$

Finalmente, elevando ao quadrado, membro a membro, as Eqs. (6) e (7) e somando as equações resultantes, obtém-se a seguinte equação

$$[r^2 + z^2 - A]^2 + [Cz + D]^2 + B = 0. \quad (8)$$

Os coeficientes A , B , C e D na Eq. (8) são chamados *coeficientes estruturais do manipulador* e

dependem dos parâmetros de Denavit e Hartenberg $a_1, a_2, a_3, d_2, d_3, a_1, a_2$ e q_3 na seguinte forma

$$\begin{cases} A = a_1^2 + a_2^2 + a_3^2 + d_2^2 + d_3^2 + 2a_2 a_3 \cos q_3 + 2d_2 d_3 \cos a_2 - 2d_2 a_3 \sin q_3 \sin a_2 ; \\ B = -4a_1^2 \left[(a_3 \cos q_3 + a_2)^2 + (a_3 \sin q_3 \cos a_2 + d_3 \sin a_2)^2 \right]; \\ C = \frac{2a_1}{\sin a_1}; \\ D = -\frac{2a_1(-a_3 \sin q_3 \sin a_2 + d_3 \cos a_2 + d_2) \cos a_1}{\sin a_1}. \end{cases} \quad (9)$$

A Eq. (8) representa a equação do lugar geométrico descrito pelo ponto H_3 no semi-plano radial de referência 0. Ela pode ser pensada como sendo a equação de uma família de curvas planas $f(r, z, q_3) = 0$, no plano rz , de parâmetro q_3 . Assim, a expressão analítica da fronteira do espaço de trabalho pode ser obtida como a envoltória desta família de curvas (Bruce and Giblin, 1992), ou seja, o conjunto dos pontos (r, z) que satisfazem o sistema de equações

$$\begin{cases} f(r, z, q_3) = [r^2 + z^2 - A]^2 + [Cz + D]^2 + B = 0 \\ \frac{\partial f}{\partial q_3}(r, z, q_3) = -[r^2 + z^2 - A]E + [Cz + D]G + F = 0 \end{cases} \quad (10)$$

onde $E = \partial A / \partial q_3$, $2F = \partial B / \partial q_3$ e $G = \partial D / \partial q_3$.

Admitindo que o Jacobiano entre f e $\partial f / \partial q_3$ é não nulo, é possível mostra que a envoltória pode ser parametrizada pelo parâmetro q_3 e que ela é regular se, e somente se, $\partial^2 f / \partial q_3^2 \neq 0$, conforme estudado em Bergamaschi et al (2003).

As coordenadas radial r e axial z dos pontos da fronteira do espaço de trabalho são dadas como a solução do sistema (10), supondo que $\sin a_1 \neq 0$, $C \neq 0$ e $E \neq 0$. Após algumas manipulações, conforme desenvolvido por Ceccarelli (1996), conclui-se que as equações paramétricas da envoltória são

$$z = \frac{-FG \pm \sqrt{-E^2[B(E^2 + G^2) + F^2]}}{C(E^2 + G^2)} - \frac{D}{C} \quad ; \quad r = \sqrt{\frac{(Cz + D)G + F}{E} + A - z^2} \quad (11)$$

e cujo parâmetro é q_3 . O ângulo q_3 é o ângulo da junta no sistema de referência 3 e ele é a variável cinemática para a determinação do espaço de trabalho.

Geralmente, a referida envoltória é composta por duas curvas fechadas, uma interna e a outra externa, chamadas de fronteira interna e fronteira externa, respectivamente.

3. CÁLCULO DO VOLUME DO ESPAÇO DE TRABALHO

O espaço de trabalho de manipuladores 3R é um sólido de revolução, tendo Z_1 como o seu eixo de revolução, representado na Fig. 2 (a). Então, o volume V deste espaço de trabalho pode ser calculado, segundo o Teorema de Pappus-Gudin, através da expressão

$$V = 2\pi r_g \text{Area}, \quad (12)$$

onde r_g e Area são, respectivamente, o baricentro e a área da seção radial do espaço de trabalho, dada em um plano rz . A fronteira desta seção é a envoltória formada pelos pares de pontos (r, z) ,

onde as expressões de r e z são dadas na Eq. (11).

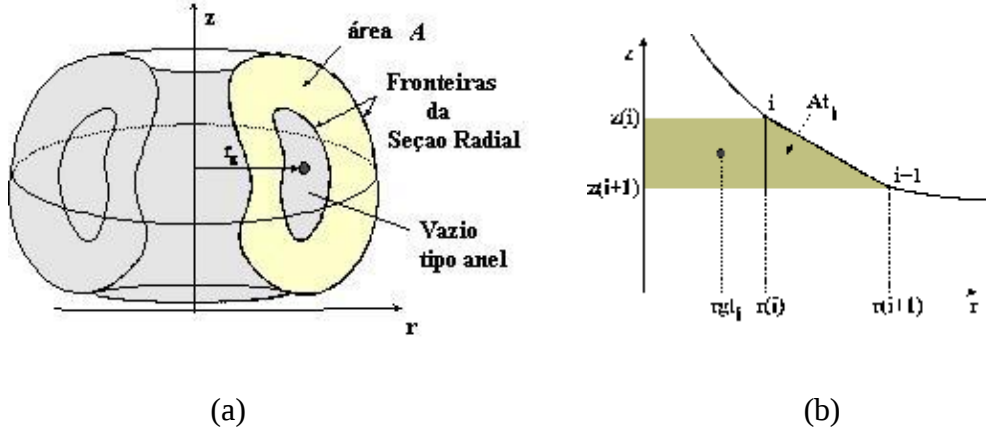


Figura 2: Um esquema para avaliação do espaço de trabalho de manipuladores 3R:
(a) cálculo do volume; (b) cálculo da área através dos pontos da fronteira.

A área *Area* da seção plana do espaço de trabalho é obtida como

$$Area = A_{ext} - A_{vazio} ; \quad A_{ext} = \sum_{j=1}^{N-1} At_j ; \quad A_{vazio} = \sum_{k=1}^{M-1} At_k , \quad (13)$$

$$At_i = \frac{[r(i+1) + r(i)] [z(i+1) - z(i)]}{2} \quad (14)$$

onde N é o número total de pontos da curva externa da envoltória, M é o número total de pontos na fronteira do vazio tipo anel, A_{ext} é a área dentro da curva externa, A_{vazio} é a área dentro do vazio tipo anel (se o vazio não existe, $A_{vazio} = 0$) e At_i é a área do trapézio representado na Fig. 2 (b). Vazios são regiões interiores ao espaço de trabalho não atingíveis pelo efetuador (Yang and Lee, 1983).

A coordenada r_g do baricentro pode ser dada por

$$r_g = \frac{\sum_{j=1}^{N-1} (r_g t_j At_j) - \sum_{k=1}^{M-1} (r_g t_k At_k)}{Area} , \quad (15)$$

onde

$$r_g t_i = \frac{r(i)^2 + r(i+1)^2 + r(i)r(i+1)}{3[r(i) + r(i+1)]} \quad (16)$$

3. FORMULAÇÃO DO PROBLEMA DE OTIMIZAÇÃO

O problema de otimização é formulado com o intuito de obter as dimensões ótimas do robô, visando a maximização do volume do espaço de trabalho, V . O problema de otimização é, então, definido como

$$\max f = V \quad (17)$$

sujeito a

$$\min r \geq \min r_0; \quad \max r \leq \max r_0; \quad \min z \geq \min z_0; \quad \max z \leq \max z_0; \quad (18)$$

$$A_{\text{vazio}} \leq K A_{\text{ext}} \quad (0 < K < 1) \quad (19)$$

$$C \text{ area0} \leq \text{Area} \quad (0 < C < 1) \quad (20)$$

onde $\text{area0} = (\max r - \min r)(\max z - \min z)$

$$X^l \leq X \leq X^u \quad (21)$$

O vetor das variáveis de projeto é dado por $X = [a_1, a_2, a_3, d_2, d_3, a_1, a_2]$, X^l e X^u representam os limites inferiores e superiores, respectivamente. O problema de otimização está sujeito a limites do espaço de trabalho, pré-estabelecidos, representados pelas restrições (18). A restrição dada pela Eq.(19) controla o tamanho do vazio em relação à área da curva externa. O objetivo é fazer com que o vazio seja o menor possível. A restrição dada pela Eq. (20) controla a área total em relação a área do retângulo dado pelos limites do espaço de trabalho. Aqui, o objetivo é fazer com que a área e, conseqüentemente, o volume ocupe o maior espaço possível.

5. APLICAÇÕES NUMÉRICAS

A fim de verificar a validade do procedimento de otimização aqui proposto, é exibido um exemplo numérico. As dimensões do manipulador são controladas pelas restrições laterais. O problema de otimização foi escrito como:

$$\min f = -V \quad (22)$$

sujeito a

$$\begin{cases} g(1) = -\min z \leq 0 & ; & g(2) = -\min r \leq 0 \\ g(3) = \max r - 6 \leq 0 & ; & g(4) = \max z - 6 \leq 0 \\ g(5) = A_{\text{vazio}} - 0.4 A_{\text{ext}} \leq 0 & ; & g(6) = (0.6)36 - \text{Area} \leq 0 \end{cases} \quad (23)$$

$$0.1 < a_i < 3.0 \quad ; \quad 0.1 < d_j < 3.0 \quad ; \quad 0.1 < a_k < 1.5708. \quad (24)$$

Particularmente, nas restrições g foram usados os seguintes valores: $\min r_0 = 0.0$, $\max r_0 = 6.0$, $\min z_0 = 0.0$, $\max z_0 = 6.0$, $K = 0.4$ e $C = 0.6$.

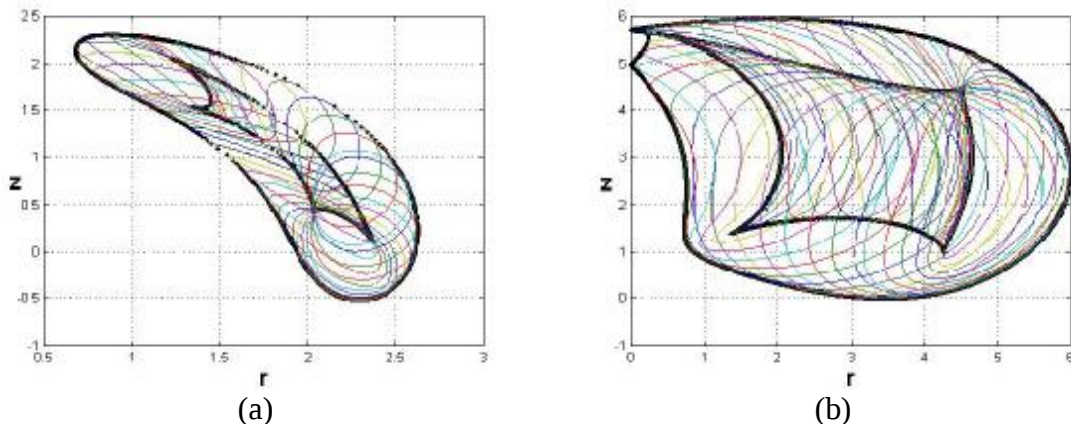


Figura 3: (a) Suposição inicial para o exemplo; (b) Projeto ótimo

No exemplo, os parâmetros de projeto iniciais são: $a_1 = 0.3$, $a_2 = 1.0$, $a_3 = 0.5$, $d_2 = 1.0$, $d_3 = 1.0$, $a_1 = 60^\circ$ e $a_2 = 30^\circ$, que correspondem a um volume inicial de 22.383 uv. e as restrições impostas têm os seguintes valores: $g(1) = -0.68$, $g(2) = -3.38$, $g(3) = 0.52$, $g(4) = -3.70$, $g(5) = -0.63$ e $g(6) = 20.03$.

Note que as restrições $g(3)$ e $g(6)$ não são satisfeitas. A Figura 3 (a) exibe a envoltória inicial.

Os parâmetros ótimos de projeto para este exemplo são: $a_1 = 1.72$, $a_2 = 1.02$, $a_3 = 2.26$, $d_2 = 2.99$, $d_3 = 2.36$, $a_1 = 18.27^\circ$ e $a_2 = 85.69^\circ$ e o volume final é 521.727 uv., que corresponde a um aumento de aproximadamente 2231%. A envoltória ótima está ilustrada na Fig. 3 (b). Todas as restrições foram obedecidas, pois: $g(1) = -0.16e-02$, $g(2) = -0.16e-02$, $g(3) = -0.19e-05$, $g(4) = -0.58e-01$, $g(5) = -10.90$ e $g(6) = -5.64$.

Além disso, pode-se observar que a seção transversal ocupa quase todo o espaço pré-estabelecido ($0 < r, z < 6$), aproximando do máximo valor possível para a área.

6. CONCLUSÕES

Fazendo uso das características do espaço de trabalho e das dimensões do robô, o projeto ótimo de um manipulador 3R foi formulado como um problema de otimização cujo objetivo é maximizar o volume do espaço de trabalho. Restrições foram impostas ao problema para delimitar os limites desejados da região a ser alcançada, minimizar os vazios e obter as dimensões do robô de acordo com valores práticos.

No processo de otimização foram aplicadas técnicas sequenciais. A eficácia com a utilização de uma adequada formulação para o espaço de trabalho, com a intenção de obter um algoritmo eficiente, pôde ser verificada através de exemplos, sendo que um aqui é apresentado.

7. AGRADECIMENTOS

Os autores agradecem à Fundação de Amparo à Pesquisa de Minas Gerais (Fapemig) pelo apoio financeiro ao presente trabalho, através do projeto TEC 084/02.

8. REFERÊNCIAS

- Abdel-Malek, K. and Yeh, H-J., 1997, "Analytical Boundary of the Workspace for General 3-DOF Mechanisms", The International Journal of Robotics Research, Vol. 16, n. 2, pp 198-213.
- Abdel-Malek, K., Yeh, H-J. and Othman, S., 2000, "Understanding Voids in the Workspace of Serial Robot Manipulators", Proc. 23rd ASME Design Engineering Technical Conf., Baltimore, Maryland.
- Alves, J. B. M., 1988, "Controle de Robô". Câmara Brasileira do Livro. Campinas, SP: Cartgraf.
- Bazarra, M.S., Sherali, H.D. and Shetty, C.M., 1993, "Nonlinear Programming. Theory and Algorithms", second edition, John Wiley & Sons, New York.
- Bergamaschi, P.R., Saramago, S.F.P. and Nogueira, A.C., 2003, "An Optimal Design of 3R Manipulators Taking Into Account Regular Workspace Boundary", XVII Congresso Brasileiro de Engenharia Mecânica (COBEM), São Paulo, ABCM.
- Bruce, J.W. and Giblin, P.J., 1992, "Curves and Singularities: a geometrical introduction to singularity theory", Cambridge University Press, Great Britain, 2nd. Edition.
- Ceccarelli, M., 1989, "On the Workspace of 3R Robot Arms", The Fifth IFToMM International Symposium on Linkages and Computer Aided Design Methods – Theory and Practice of Mechanism, Bucarest, Vol. 2, pp 37-46.
- Ceccarelli, M., 1996, "A Formulation for the Workspace Boundary of General N-Revolute Manipulators", IFToMM Jnl Mechanism and Machine Theory, Vol. 31, n.5, pp 637-646.
- Gupta, K.C. and Roth, B., 1982, "Design Considerations for Manipulator Workspace", ASME Jnl of Mechanical Design, Vol. 104, pp 704-711.

- Lanni, C., Saramago, S.F.P. and Ceccarelli, M., 2001, "Optimum Design of General 3R Manipulators by Using Traditional and Random Search Optimization Techniques". Anais do XVI Congresso Brasileiro de Engenharia Mecânica, Uberlândia. Associação Brasileira de Ciências Mecânicas - ABCM, Vol. 15, pp 107-116.
- Saramago, S.F.P., Ottaviano, E. and Ceccarelli, M., 2002, "A Characterization of the Workspace Boundary of Three-Revolute Manipulators", In: Design Engineering Technical Conferences (DETC'02), 2002, Montreal. Proceedings of DETC'02. ASME, Vol. 1, pp 34342-34352.
- Vanderplaats, G., 1995, "DOT - Design Optimization Tools Program – Users Manual", Vanderplaats Research & Development, Inc, Colorado Springs.
- Wenger, P., 2000, "Some Guidelines for the Kinematic Design of New Manipulators", Mechanism and Machine Theory, Vol. 35, pp 437-449.
- Yang, D.C.H. and Lee, T.W., 1983, "On the Evaluation of Manipulator Workspace", Journal of Mechanism, Transmission, Automation in Design, Vol. 105, pp 70-77.

9. DIREITOS AUTORAIS

Os autores são os únicos responsáveis pelo conteúdo do material impresso incluído no seu trabalho.

MAXIMIZATION OF THE WORKSPACE VOLUME OF MANIPULATORS 3R

Paulo R. Bergamaschi

Federal University of Goiás – Campus of Catalão

Av. Dr. Lamartine Pinto de Avelar, n° 1120, CEP: 75701-220, Catalão (GO) – Brazil

e-mail: paulob@innet.psi.br

Antônio C. Nogueira*

Sezimária F. Pereira Saramago*

*Federal University of Uberlândia – Campus Santa Mônica

Av. João Naves de Ávila, 2160, CEP: 38408-100, Uberlândia (MG) – Brazil

e-mail: Saramago@ufu.br

Abstract: *The objective of this work is the maximization of the workspace volume of manipulators robots with three revolute joint (3R), considering the characteristics of its workspace. The form of this workspace depends on the architecture and of the dimensions of the members of the robot. Thus, the parameters that define these dimensions should be determined so that the maximum volume is obtained. The correct knowledge of the workspace boundary, which is an envelope or part of her, allows accuracy in the calculation of the volume of this workspace, being of great importance because of its influence on the manipulator design, the manipulator position in the work environment and the dexterity of the same. Often, the workspace can contain holes and voids, which are areas didn't reach for the efetuador. The presence of voids and singularities add high difficulties in the algebraic formulation of a correct mathematical model for the calculus of the workspace volume. In this work is formulated an optimization problem that seeks the maximization the workspace, obtaining the optimal dimensions of the robot. Thus, for the maximization of the volume is proposed an objective function and constraints to obtain manipulator dimensions within practical values. Additional constraints are imposed in order to minimize the voids and to control the total area in relation to the area of the rectangle given for the limits of the workspace. For the solution of the optimization problem are applied sequential minimization techniques. A numerical example is presented to validate the proposal methodology.*

Keywords: *robotic, manipulator design, workspace, optimization, envelope.*