

SIMULAÇÃO NUMÉRICA DO PROCESSO EVOLUTIVO DA VARIÁVEL DANO ACOPLADA A EFEITOS DA PLASTICIDADE

Ilvan Porto Pereira Júnior

Faculdade de Engenharia Mecânica, Universidade Federal de Uberlândia, Campus Santa Mônica, Bloco M, s/n
ippereira@mecanica.ufu.br

Raquel Santini Leandro Rade

Faculdade de Física, Universidade Federal de Uberlândia, Campus Santa Mônica, Bloco X, s/n
rsrlr@ufu.br

Resumo: *A Mecânica do Dano Contínuo é uma ferramenta promissora para a análise de falha em componentes de máquinas e de estruturas. Todavia, não é uma tarefa simples a de se obter uma descrição física realística, associada a uma descrição matemática correta, do acoplamento entre a deformação e o amolecimento causado pela degradação da microestrutura. Para alguns casos, a deformação plástica cíclica causa um endurecimento junto com uma degradação na estrutura (dano de fadiga). Por outro lado, a degradação da estrutura induz o amolecimento observado na curva tensão vs. deformação de engenharia. Logo, torna-se importante a modelagem do acoplamento entre plasticidade e dano para que se possa prever de maneira adequada o tempo de vida (ciclos), de um componente estrutural. Assim, é proposto no presente trabalho um estudo sobre os resultados obtidos via simulação numérica dos modelos que levam em consideração o acoplamento entre os parâmetros da teoria da plasticidade com os efeitos introduzidos pela variável dano.*

Palavras-chave: Mecânica do Dano Contínuo, Teoria da Plasticidade.

1-INTRODUÇÃO

A resposta não-linear dos sólidos, observada macroscopicamente, é uma manifestação de processos irreversíveis que ocorrem em sua microestrutura, tais como: escorregamentos relativos entre cristais, perdas de coesão em planos de clivagem ou contornos de grãos, mudanças de porosidade, mudanças de fase, difusão de elementos químicos e outros.

Alguns desses processos tem origem em microdefeitos constituídos por inclusões ou mesmo vazios, os quais, pelas suas características, favorecem a concentração de microtensões. Esses microdefeitos constituem o que se entende por *dano* inicial do material.

Dependendo das condições ambientais e devido à existência de solicitações mecânicas, mesmo que a resposta global do material se mantenha dentro dos limites do regime elástico, o dano inicial pode evoluir em consequência do rompimento das ligações entre os átomos ou por rupturas na interface entre componentes distintos.

Macroscopicamente, esse processo de evolução do dano inicial, ou *danificação*, acaba tendo uma influência direta sobre as propriedades elásticas, conforme evidenciam as reduções de resistência e de rigidez. Já num estágio mais avançado de solicitação, a danificação leva à formação e ao crescimento de microfissuras, que se traduzem em parcelas adicionais de deformações permanentes.

Nos processos de plastificação dos metais, o dano não tem influência direta sobre o mecanismo em si, no sentido de que cada um dos fenômenos pode ser analisado de forma desacoplada. Entretanto, há uma dependência indireta entre eles, uma vez que a redução da área resistente devida à danificação pode alterar a velocidade de movimentação das discordâncias. Assim, associando-se a cada um dos fenômenos uma variável representativa, a relação de dependência entre plasticidade e dano pode se estabelecer nas relações que exprimem a evolução daquelas variáveis (o dano, por exemplo, pode ser inserido na lei de evolução da variável de plasticidade), numa forma de acoplamento dita *cinética*.

A mecânica do dano em meios contínuos leva em conta os efeitos da degradação em modo difuso e progressivo de sólidos, submetidos a ações de natureza mecânica ou não mecânica, por meio de redução das propriedades de resistência e rigidez do material.

É importante notar desde logo a diferença em relação à Mecânica da Fratura. Enquanto que a mecânica da fratura lida com as condições de propagação de uma fissura macroscópica imersa num meio contínuo íntegro, a mecânica do dano se ocupa do efeito, sobre a resposta do material, de um processo de microfissuração distribuída que se desenvolve numa etapa preliminar à formação da fissura discreta.

Não se pode considerar que o dano seja mensurável diretamente, pois procedimentos voltados para tal fim não são viáveis. Porém, é possível quantificá-lo de forma indireta medindo-se a redução progressiva de uma propriedade mecânica global, como por exemplo, o módulo de elasticidade.

Em síntese, a diferença entre Mecânica do Dano e Mecânica da Fratura pode ser colocada, segundo JANSOHN & HULT (1977), da seguinte forma (figura 1): - na Mecânica do Dano a resistência de uma estrutura carregada é determinada em função da evolução de um campo de defeitos (micro-fissuras ou poros) considerado continuamente distribuído; na Mecânica da Fratura a resistência de uma estrutura carregada é determinada em função da evolução de um único defeito, como uma fissura pontiaguda pré-definida, num meio mecanicamente intacto.

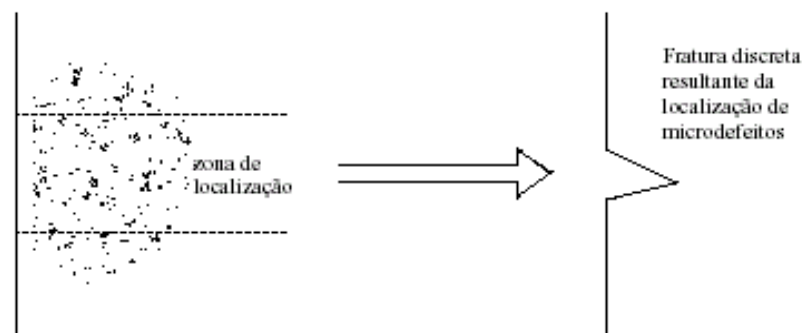


Figura 1- Processo de transição entre o Dano e a Fratura

O trabalho pioneiro que introduziu o conceito de Dano foi elaborado por KACHANOV (1958). Nesse trabalho procura-se justificar a ruptura, precocemente observada em relação ao esperado em metais em regime de deformação lenta, como uma consequência da existência de defeitos no material. Para a consideração dos defeitos numa abordagem de meio contínuo, define-se uma variável escalar y , denominada de continuidade, tal que apresenta localmente um valor unitário para um material completamente livre de defeitos, enquanto que $y = 0$ caracteriza um material sem qualquer capacidade de carga. A quantidade complementar $D = 1 - y$ é, por conseguinte, uma medida do estado local de deterioração ou dano. Para um material completamente livre de defeitos tem-se $D = 0$, enquanto $D = 1$ corresponde a um estado de completa perda de integridade da estrutura interna do material.

Enquanto KACHANOV (1958) assumiu D como uma variável de natureza escalar, estudos posteriores levaram à proposição de quantidades tensoriais para descrever o dano.

Um outro trabalho importante é o de RABOTNOV (1969), que propôs a utilização da variável de dano como um redutor da rigidez inicial do material. Mais recentemente a chamada Mecânica do Dano em Meios Contínuos (“*Continuum Damage Mechanics*”) foi formalizada por LEMAITRE & CHABOCHE (1985) com base numa metodologia fundamentada na termodinâmica dos processos irreversíveis.

2-OBJETIVO

Tem-se por objetivo analisar os resultados provenientes de simulações numéricas do comportamento mecânico de uma liga Cu-Al submetida a um processo evolutivo de dano acoplado ao efeito da plasticidade.

Numa primeira abordagem serão considerados apenas os efeitos da evolução da variável dano nas zonas elásticas e plásticas, entretanto, sem levar em consideração o encruamento. Já numa segunda etapa, serão relacionados os efeitos correspondentes ao dano, amolecimento do material, e ao encruamento, endurecimento.

3-FUNDAMENTOS DA MECÂNICA DO DANO

Um dos principais conceitos correlacionados a Mecânica do Dano é o que diz respeito a tensão efetiva $\tilde{\sigma}$. Seja uma superfície qualquer definida por um vetor normal $\vec{n}$ e que a mesma também contenha microfissuras e num contexto volumétrico também contenha vazios, assim, a área referente ao cálculo da tensão nominal σ existente no sólido, S , será tomada como toda a área, entretanto, pode ser considerada uma área correspondente a soma dos defeitos existentes na superfície tida como íntegra, sendo a mesma representada por S_0 . Sendo assim, a área correspondente a parte íntegra é então definida por:

$$\tilde{S} = S - S_0 \quad (1)$$

Por definição, LEMAITRE & CHABOCHE (1994) e LEMAITRE (1984), o dano D_n , no caso associado a um plano de normal n , fica definido pela relação:

$$D_n = \frac{S_0}{S} \quad (2)$$

Assim sendo, a parcela de seção efetivamente resistente pode ser expressa em função da variável de dano como:

$$\tilde{S} = S - S_0 = S(1 - D_n) \quad (3)$$

Dessa forma, as tensões nominal σ e efetiva $\tilde{\sigma}$ são definidas por:

$$\sigma = \frac{F}{S} \quad e \quad \tilde{\sigma} = \frac{F}{\tilde{S}} \quad (4)$$

Levando-se em conta a relação (3) segue que :

$$\tilde{\sigma} = \frac{\sigma}{(1 - D_n)} \quad (5)$$

Como a área íntegra é menor do que a nominal, para uma mesma força aplicada a tensão efetiva num meio danificado resulta comparativamente maior do que a tensão nominal.

Nota-se que no mesmo ponto a variável D_n pode assumir valores diferentes de acordo com a orientação da normal $\vec{n}$. Essa característica indica uma natureza tensorial para a variável que representa o dano no elemento de volume.

O chamado dano escalar tem correspondência com uma situação em que os microdefeitos apresentam no elemento de volume uma distribuição mais ou menos uniforme, de modo que segundo qualquer plano a medida de dano resulta a mesma, ou seja, independente da orientação da normal $\vec{n}$. Em outras palavras, um único valor da variável dano é suficiente para caracterizar completamente o estado local de deterioração.

$$D = D_n \quad \forall \vec{n} \quad (6)$$

A *Mecânica do Dano* fundamenta-se nos princípios gerais da termodinâmica e constitui-se numa teoria constitutiva para sólidos com defeitos em sua microestrutura.

A particularidade do formalismo termodinâmico está no conjunto de hipóteses fundamentais admitidas:

- os processos irreversíveis, levados em conta por um número finito de variáveis internas, ocorrendo numa velocidade suficientemente baixa, de modo que podem ser aproximados por uma seqüência de estados de equilíbrio aos quais correspondem valores instantâneos das variáveis representativas;

- o estado em que se encontra o meio e a resposta que possa apresentar a um certo processo a que venha a ser submetido, dependem exclusivamente dos valores atuais das variáveis independentes que o caracterizam, denominadas *variáveis de estado*.

As variáveis de estado são grandezas independentes que podem ser mensuráveis diretamente, como a deformação e a temperatura, ou mensuráveis indiretamente, neste caso recebendo o nome de variáveis *internas*. As variáveis internas a serem escolhidas devem se identificar com mecanismos dissipativos dominantes e seus valores atuais contêm registros das histórias passadas dos correspondentes mecanismos. Por exemplo, nos metais, uma variável interna escalar associada ao encruamento isótropo pode ter relação com a densidade de discordâncias no estado atual; já uma variável tensorial de encruamento cinemático pretende refletir o grau de incompatibilidade de deformações plásticas dentro de um policristal.

Tendo-se em vista a primeira particularidade do formalismo da Mecânica do Dano, num processo geral que envolva evolução da danificação e da plastificação, por exemplo, levando a uma transição entre dois estados de equilíbrio termodinâmico, a mudança na energia interna armazenada no sistema é igual ao incremento do trabalho das forças externas menos a soma das variações de energia cinética associada ao movimento e de energia dissipada nos processos que levam ao rearranjo irreversível da estrutura interna.

4-FUNDAMENTOS DA TEORIA DA PLASTICIDADE

A teoria da plasticidade é uma teoria matemática que aborda as deformações irreversíveis num âmbito onde o tempo é uma variável independente.

Um dos principais modelos que descrevem o comportamento de um material no regime plástico é a equação de *Ramberg-Osgood*, a qual insere os conceitos de tensão de escoamento, ponto no qual pode ser observado o começo do encruamento do material. A referida equação é descrita por:

$$\sigma_s = \sigma_y + k_y \varepsilon_p^{1/M_y} \quad (7)$$

onde:

σ_s é o valor de tensão para a deformação plástica correspondente;

σ_y é o tensão limite de escoamento;

K_y é o coeficiente linear da curva de plasticidade linearizada, ou, coeficiente de plasticidade;

M_y é o coeficiente angular da curva linearizada, ou, coeficiente de encruamento e

ε_p é a deformação plástica.

Um outro modelo que será utilizado na simulação é o de *Prandtl-Russel*, que será acoplado ao modelo particular de dano dúctil-plástico, definido por:

$$d\varepsilon_{ij}^p = \frac{3}{2} \frac{M_y}{K_y} \left\langle \frac{\tilde{\sigma}_{eq} - \sigma_y}{K_y} \right\rangle^{M_y-1} \frac{\langle d\sigma_{eq} \rangle}{\sigma_{eq}} \sigma'_{ij} \quad (8)$$

onde:

σ_{eq} é o valor de tensão equivalente;

$\langle \rangle$ é o colchete de Macclaud, definido por: $\langle x \rangle = \begin{cases} > 0; \langle x \rangle = x \\ \leq 0; \langle x \rangle = 0 \end{cases}$

σ_{ij} é o valor de tensão equivalente para cada elemento do tensor tensão;

5-MODELOS PARTICULARES DE DANO

5.1- MODELO EVOLUTIVO DE DANO DUCTIL-PLÁSTICO

Neste modelo o dano é considerado como uma variável evolutiva que influencia o comportamento da tensão efetiva de uma estrutura submetida a uma certa faixa de carregamento estático.

Uma variável importante que estabelece uma fronteira entre a Mecânica do Dano e a Mecânica da Fratura é o dano crítico, D_c . Outro ponto também a ser considerado é o valor de tensão no qual o dano passa a influenciar o comportamento mecânico da estrutura, sendo esta representada pela variável σ_D .

A partir do formalismo da termodinâmica o modelo de dano dúctil-plástico que leva em consideração o modelo plástico de Prandtl-Russel, leva a equação descrita abaixo:

$$dD = \left\langle \frac{\sigma - \sigma_D}{(1-D)S} \right\rangle^s \frac{d\sigma}{S} = \dot{D} \quad (9)$$

onde:

S e s são coeficientes característicos do material e dependem da temperatura.

Adotando como condições iniciais $\sigma = \sigma_D \rightarrow D = 0$, chega-se a expressão que define o dano para o valor da tensão nominal correspondente:

$$D = 1 - \left(1 - \left\langle \frac{\sigma - \sigma_D}{S} \right\rangle^{s+1} \right)^{1/s+1} \quad (10)$$

Assim, para se obter o comportamento da estrutura levando em consideração a evolução do dano, basta calcular o valor da tensão efetiva e substituir na equação de *Prandtl-Russel* que relaciona os valores da tensão com a deformação plástica.

5.2-MODELO EVOLUTIVO DE DANO ACOPLADO A PLASTICIDADE

Este modelo difere do anterior uma vez que o mesmo leva em consideração os efeitos gerados pela plasticidade, como por exemplo, o encruamento.

Assim, a equação de *Prandtl-Russel* passa a incorporar diretamente os efeitos do dano acoplado ao encruamento, sendo rescrita da seguinte forma:

$$d\varepsilon_{ij}^p = \frac{3}{2} H(f) \frac{\langle d\sigma_{eq} \rangle}{\frac{K_y(1-D)^2}{M_y} \left\langle \frac{\sigma_{eq}}{K_y(1-D)} - \frac{\sigma_y}{K_y} \right\rangle^{1-M_y} + \sigma_{eq} \frac{\partial \varphi_D^*}{\partial Y}} \frac{\sigma'_{ij}}{\sigma_{eq}} \quad (11)$$

onde a evolução da variável dano é descrita por:

$$dD = \frac{D_c}{\varepsilon_R - \varepsilon_D} \left[\frac{3}{2} (1+\nu) + 3(1-2\nu) \left(\frac{\sigma_H}{\sigma_{eq}} \right)^2 \right] \quad (12)$$

onde:

$H(f)$ é a função de Heaviside;

σ'_{ij} a tensão desviatória;

σ_H a tensão hidrostática;

ε_R a deformação equivalente na ruptura;

ε_D a deformação a partir da qual o dano passa a ser considerado;

φ_D^* potencial de dissipação da variável dano;

Y Taxa de restituição da energia elástica;

ν Coeficiente de Poisson.

6-RESULTADOS DOS EXPERIMENTOS NUMÉRICOS

6.1-DANO DUCTIL-PLÁSTICO

Foi analisada uma liga de Cu-Al com as seguintes propriedades mecânicas:

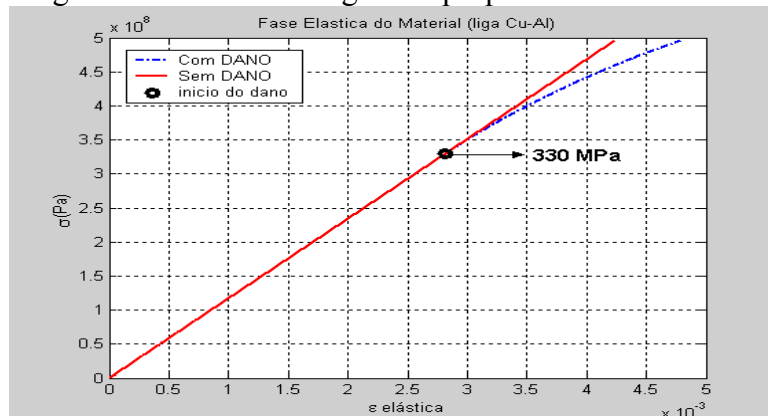


Figura 2- Fase elástica levando em conta a evolução do dano

$E = 117\text{GPa}$; $\sigma_D = 330\text{MPa}$; $\sigma_y = 496\text{MPa}$; $\sigma_R = 650\text{MPa}$; $S = 445\text{MPa}$;
 $s = 0.70$; $Dc = 0.85$; $M = 1658$; $K = 1.2$

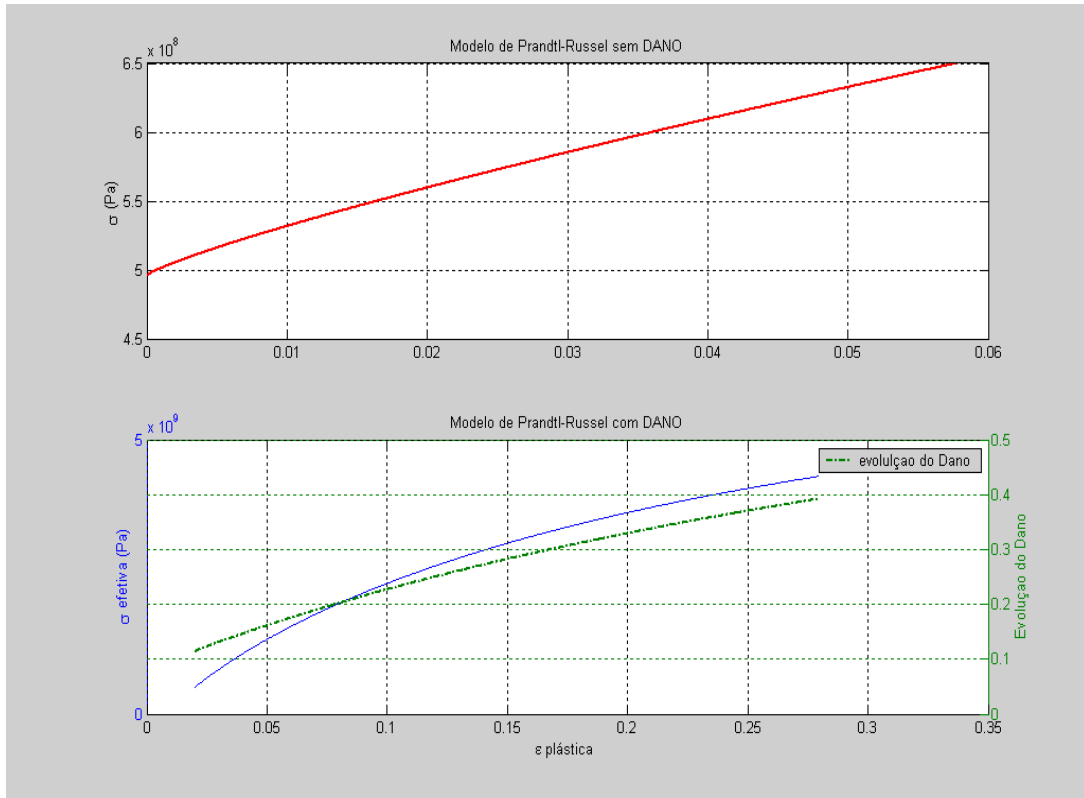


Figura 3- Fase plástica levando em conta a evolução do dano

6.2- DANO ACOPLADO A PLASTICIDADE

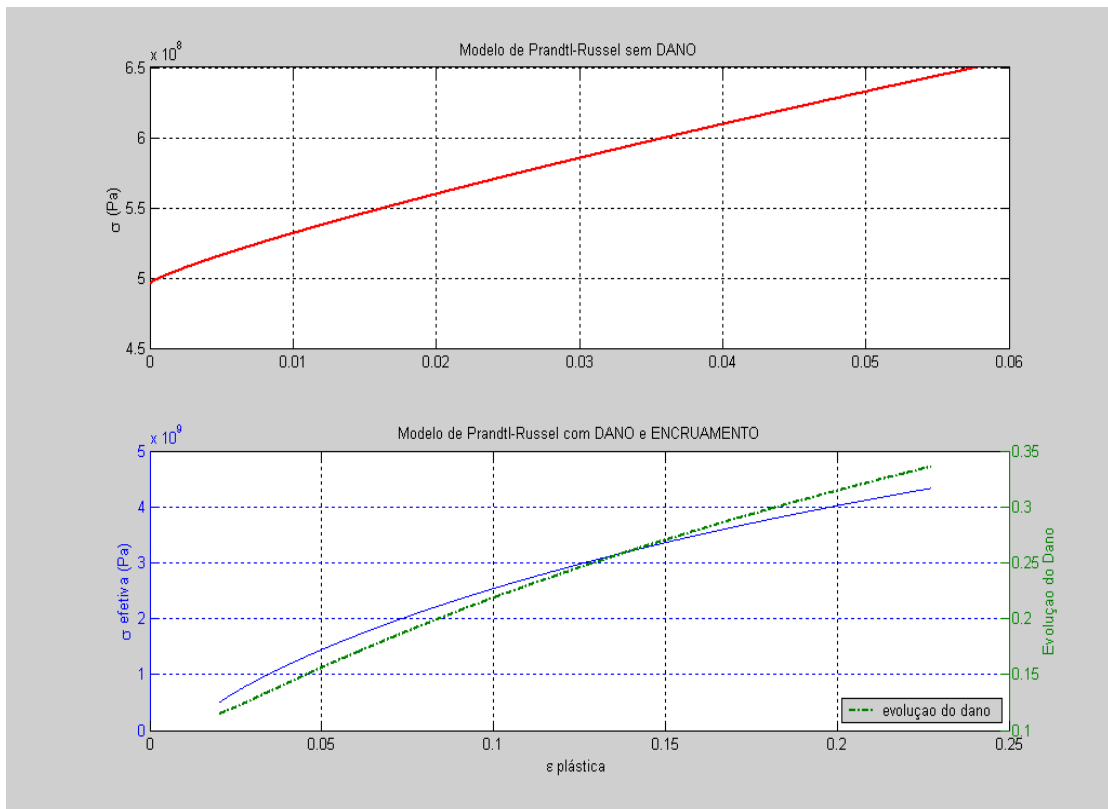


Figura 4- Fase plástica levando em conta a evolução do dano e do encruamento

7-CONCLUSÃO

Após a análise dos resultados obtidos via simulação numérica pode-se concluir que ambos os modelos corresponderam a expectativa no que diz respeito ao comportamento mecânico esperado do material, pois no caso onde foi analisado o dano dúctil-plástico, houve um amolecimento do material, evidenciado no valor da deformação efetiva de ruptura, da ordem de quatro vezes maior que a deformação nominal.

Na situação em que foi considerada a evolução da variável dano acoplada ao encruamento, constatou-se também um comportamento já esperado, uma vez que a deformação na ruptura do material foi menor que no primeiro caso. A explicação para isso é o fato do encruamento introduzir um endurecimento no material, o que promove um aumento na resistência à deformação, atenuando, ainda que pouco, o efeito da variável dano.

BIBLIOGRAFIA

Kachanov, L.M. Introduction to Continuum Damage Mechanics, Martinus Nijhoff Publishers, Dordrech, 1986;.

Lemaitre, J., Chaboche, J-L. Mechanics of Solids Materials, Cambrige University Press, 1994;

Hult, J. Continuum Damage mechanics, In: Postcritical Behavior and Fracture of; Dissipative Solids, CISM, Udine, 1988.

NUMERICAL SIMULATION OF EVOLUTIONARY PROCESS OF THE DAMAGE VARIABLE CONNECTED THE EFFECT OF THE PLASTICITY

Ilvan Porto Pereira Júnior

School of Mechanics Engineering, Federal University of Uberlândia
ippereira@mecanica.ufu.br

Raquel Santini Leandro Rade

School of Physics, Federal University of Uberlândia
rslr@ufu.br

Abstract: *Continuum Damage Mechanics is a promising tool for the analysis of failure in components of machines and structures. However, it is not a simple task to obtain a realistic physical description, associated with a correct mathematical description of the coupling between the strain and the softening caused by the degradation of the microstructure. For some cases, the cyclical plastic strain causes a hardening and degradation in the structure (fatigue damage). On the other hand, the degradation of the structure induces the softening observed in the engineering curve stress versus strain. Thus, it is important the modeling of the coupling between plasticity and damage to predict adequately the life time (cycles) of a structural component. So, it is proposed in the present work a study in the results obtained using numerical simulation of the models which takes into consideration the coupling between the parameters of the theory of plasticity and the effect introduced by the damage variable.*

Key words: *Continuum Damage Mechanics, Theory of Plasticity*