

## ANÁLISE DO EFEITO DE TENSÕES RESIDUAIS NAS VIBRAÇÕES E ESTABILIDADE DE PLACAS RETANGULARES

Alexandre Campos Bezerra

Faculdade de Engenharia Mecânica, Universidade Federal de Uberlândia, Av. João Naves de Ávila, 2160 – Campus Santa Mônica – Bloco 1M – Uberlândia/MG – CEP 38400-902

[acbezerra@mecanica.ufu.br](mailto:acbezerra@mecanica.ufu.br)

Domingos Alves Rade

Faculdade de Engenharia Mecânica, Universidade Federal de Uberlândia, Av. João Naves de Ávila, 2160 – Campus Santa Mônica – Bloco 1M – Uberlândia/MG – CEP 38400-902

[domingos@ufu.br](mailto:domingos@ufu.br)

**Resumo:** É bem conhecido o fato que tensões de membrana influenciam diretamente sobre o comportamento à flexão (dinâmico e estático) de elementos estruturais. Este efeito é conhecido como “stress-stiffening” (enrijecimento por tensão) e não resulta apenas de tensões geradas por carregamentos externos aplicados, mas também de tensões de natureza residual. Este tipo de tensão é gerado nos mais diversos processos de fabricação, sendo, geralmente, indesejadas por trazer prejuízo às propriedades do material. No entanto, é possível introduzir inteligentemente tensões residuais que venham melhorar o comportamento mecânico de uma placa retangular. Neste trabalho, utiliza-se o método dos elementos finitos para simular alguns procedimentos de geração de tensões residuais em uma placa inicialmente livre de tensões. Estes procedimentos envolvem, basicamente, a aplicação de forças ou temperaturas em pontos variados da placa. Análises elasto-plásticas são realizadas, já que, neste caso, a deformação plástica não-uniforme é a principal geradora de tensão residual. Análises dinâmicas subseqüentes são efetuadas para avaliar a alteração das frequências naturais dos cinco primeiros modos de vibração da placa. Simulações numéricas são apresentadas, ressaltando-se o campo de tensões residuais obtido em cada procedimento testado. A variação das frequências naturais em função dos parâmetros impostos (temperatura ou força) em cada tratamento é evidenciada, destacando-se a frequência do primeiro modo de vibração, a partir da qual é possível inferir uma alteração na resistência à flambagem da estrutura. Com base nos resultados obtidos, conclui-se sobre a possibilidade de melhoria no comportamento dinâmico e estático de estruturas a partir da introdução intencional de tensões residuais.

**Palavras-Chave:** Tensão Residual, Frequência Natural, Placa.

### 1. INTRODUÇÃO

Estudos reportados na literatura mostram a influência das tensões de membrana (sejam tensões devidas a carregamento externo ou tensões residuais) sobre o comportamento dinâmico e estático de placas retangulares (Almeida and Hansen, 1997; Almeida and Hansen, 1999; Bassily and Dickinson, 1972; Bezerra e Rade, 2002; Vieira Jr. e Rade, 2003; Yang and Shieh, 1987). Especificamente para placas finas, simulações computacionais comprovaram que, para um mesmo carregamento transversal, o campo de deflexões tende a diminuir com tensões trativas e a aumentar com tensões compressivas. Já as frequências naturais tendem a crescer com tensões trativas e a reduzir com tensões compressivas. Verificou-se também que quando o carregamento no plano da placa é tal que a frequência do primeiro modo de vibração se anula, tem-se uma situação de instabilidade da estrutura, sendo, este, um indicativo do fenômeno de flambagem linear (Bezerra e

Rade, 2002). No entanto, como já mencionado, estas tensões são inerentes ao processo termomecânico sofrido pela placa (tensões residuais) causando um efeito que dependerá da distribuição destas tensões. Tal fato leva à possibilidade da introdução proposital de tensões residuais que possam melhorar o comportamento mecânico da estrutura.

Segundo Kandil et al. (2001), tensões residuais são definidas como aquelas tensões que permanecem em um corpo na ausência de forças externas e gradientes térmicos. Estas tensões desenvolvem-se principalmente durante os processos de manufatura e têm origem mecânica (deformação plástica não-uniforme), térmica (aquecimento ou resfriamento não-uniforme) e química (reações químicas, precipitação, transformação de fase) (Kandil et al, 2001; Withers and Bhadeshia, 2001).

No entanto, a determinação de um campo de tensões residuais não é tarefa simples. Existem diversos métodos experimentais (Lu et al., 1996), os quais, normalmente, implicam elevado custo financeiro e de tempo. Uma alternativa é a utilização de métodos numéricos que, preferencialmente, envolvam modelos de plasticidade, a fim de contemplar os casos onde a deformação plástica ocorre.

A plasticidade é caracterizada por deformações irreversíveis que ocorrem em um material quando um certo nível de tensão é alcançado. A teoria da plasticidade fornece relações matemáticas que governam a resposta elasto-plástica de materiais (Lemaitre and Chaboche, 1988). Tais relações, combinadas com métodos numéricos, são capazes de prever a distribuição de deformação plástica em um corpo e, conseqüentemente, o campo de tensões residuais devido a estas deformações.

Este trabalho visa avaliar o comportamento dinâmico de placas retangulares sob diferentes campos de tensões residuais, provenientes de variadas metodologias aqui propostas, as quais envolvem basicamente a aplicação de força ou temperatura à estrutura. Além disso, também é objetivo fundamental deste estudo evidenciar a eficácia da idéia, verificando, principalmente, as modificações na frequência natural do primeiro modo de vibração e, conseqüentemente, na carga crítica de flambagem.

## **2. MODELAGEM COMPUTACIONAL E PROCEDIMENTO**

### **2.1. Considerações Iniciais**

A modelagem computacional é realizada no código de cálculo ANSYS®, versão 5.4, o qual é baseado no método dos elementos finitos. Nas simulações, é considerado que todas as componentes de tensão (térmicas e estruturais) são nulas no estado inicial. As propriedades do material foram consideradas constantes durante as simulações. Os resultados avaliados são as tensões equivalentes de von Mises, além das frequências naturais dos cinco primeiros modos de vibração. Quando da aplicação de campos de temperatura, foram consideradas variações instantâneas em regime permanente. A temperatura de referência foi a ambiente, aqui considerada de 30°C, além de um coeficiente de convecção de 2W/(m<sup>2</sup>.°C). O tipo de análise utilizado é elasto-plástica, considerando-se, assim, os efeitos de plasticidade do material, fundamentais para a determinação do campo de tensões residuais nos processos simulados. O material considerado na modelagem é o aço inoxidável austenítico AISI 347 no seu estado recozido. A Tabela 1 mostra as propriedades baseadas neste material necessárias para a modelagem.

### **2.3. Geometria e Modelo de Elementos Finitos**

As dimensões da placa retangular modelada são as seguintes: 4m de comprimento (direção x), 3m de largura (direção y) e 0,03m de espessura (direção z)

A placa foi modelada como uma área retangular e discretizada utilizando o elemento de casca de quatro nós SHELL43, no qual é incluído o valor da espessura. A malha gerada tem tamanho de elemento constante (quadrado com 0,1m de aresta) ao longo de todo o plano da placa.

Tabela 1. Propriedades do aço AISI 347 recozido.

| Propriedade                                                            | Valor                 |
|------------------------------------------------------------------------|-----------------------|
| Módulo de Elasticidade, E (GPa)                                        | 195                   |
| Coefficiente de Poisson, $\nu$                                         | 0,27                  |
| Densidade ( $\text{kg/m}^3$ )                                          | 8000                  |
| Coefficiente de Expansão Térmica, $\alpha$ ( $^{\circ}\text{C}^{-1}$ ) | $17,5 \times 10^{-6}$ |
| Tensão de escoamento (MPa)                                             | 240                   |
| Tensão máxima (MPa)                                                    | 620                   |
| Condutividade Térmica ( $\text{W/m}^{\circ}\text{C}$ )                 | 16,3                  |

Fonte: Página da internet – [www.matweb.com](http://www.matweb.com)

## 2.4. Carregamentos e Condições de Contorno

Diferentes carregamentos são aplicados, os quais estão descritos separadamente a seguir. No entanto, em todos os casos, as condições de contorno aplicadas para a análise modal são mantidas as mesmas: engastada nas arestas inferior ( $y = 0$ ) e superior ( $y = 3\text{m}$ ), e livre nas arestas esquerda ( $x = 0$ ) e direita ( $x = 4\text{m}$ ).

As metodologias empregadas foram as seguintes:

- Caso 1** - duas forças idênticas são aplicadas, cada uma no ponto médio das arestas  $x = 0$  e  $x = 4\text{m}$ . Todas as arestas são mantidas livres. As forças são então retiradas, restando apenas o campo de tensões residuais;
- Caso 2** - uma temperatura constante é aplicada ao longo da linha horizontal central da placa ( $y = 1,5\text{m}$ ), sendo o campo de distribuição de temperatura obtido através de uma análise térmica realizada antes da análise estrutural. Esta análise térmica leva em consideração o coeficiente de convecção mencionado anteriormente ( $2\text{W/m}^2\cdot^{\circ}\text{C}$ ). Em seguida, na análise estrutural, o campo de temperatura obtido é aplicado à placa, a qual está restrita ao deslocamento na direção  $y$  nas arestas  $y = 0$  e  $y = 3\text{m}$ . As outras duas arestas permanecem livres. Após isto, a placa retorna à temperatura ambiente, seguindo-se a eliminação das restrições de deslocamento aplicadas;
- Caso 3** - este caso é idêntico ao caso 2, exceto pelo fato da temperatura constante ser aplicada às arestas  $y = 0$  e  $y = 3\text{m}$ ;
- Caso 4** - da mesma forma que o caso 2, exceto pelo fato da temperatura constante ser aplicada às arestas  $x = 0$  e  $x = 4\text{m}$ ;
- Caso 5** - da mesma forma que o caso 2, exceto pelo fato da temperatura constante ser aplicada às arestas  $y = 0$ ,  $y = 1,5\text{m}$  e  $y = 3\text{m}$ ;
- Caso 6** - da mesma forma que o caso 2, exceto pelo fato da temperatura constante ser aplicada às arestas  $y = 0$ ,  $y = 0,75\text{m}$ ,  $y = 1,5\text{m}$ ,  $y = 2,25\text{m}$  e  $y = 3\text{m}$ ;

## 3. RESULTADOS

### 3.1. Caso 1

A Figura 1(a) mostra o campo de tensões residuais obtido quando a força aplicada nas duas arestas é de 2MN (mega-newtons). O valor das tensões está no sistema internacional SI, ou seja, Pascal (Pa). Nota-se que há uma concentração das tensões nas regiões de aplicação das cargas, o que era esperado. Apenas dois valores de força foram simulados: 1MN e 2MN. Isto porque valores abaixo de 1MN geraram apenas deformações elásticas e valores acima de 2MN resultaram em não convergência do método.

A Figura 1(b) expõe as variações das frequências naturais em relação à carga aplicada. Esta figura apresenta um gráfico referente a estas variações, utilizando seus valores relativos (percentuais) às frequências originais da placa. Verifica-se que o efeito deste tratamento é muito pequeno, gerando uma variação de apenas 0,14% na frequência natural do primeiro modo e um máximo de 2,4% no quarto modo.

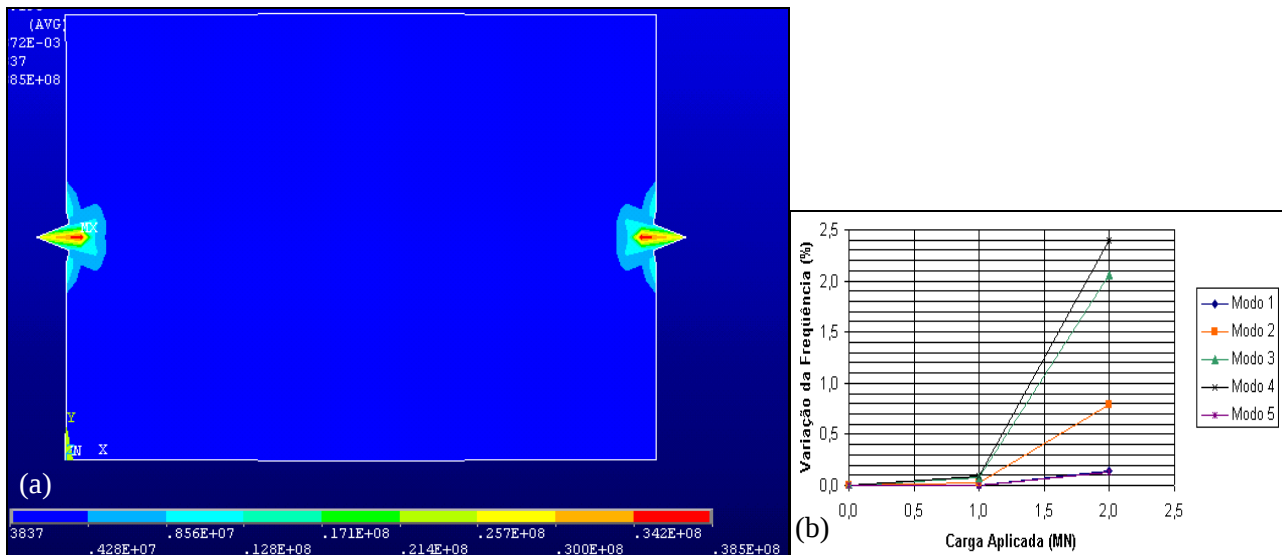


Figura 1. Caso 1: (a) campo de tensões (von Mises) residuais (Pa) obtido para uma força de 2MN e (b) variação relativa das freqüências naturais em relação à força aplicada.

### 3.2. Caso 2

A Figura 2(a) mostra o campo de tensões residuais obtido quando a temperatura aplicada na linha central horizontal da placa é de  $-170^{\circ}\text{C}$ . Nota-se que há uma distribuição de tensões ao longo da placa mais ampla do que no caso anterior. No entanto, ainda existe uma concentração das tensões mais significativas que, desta vez, encontram-se na faixa central da placa. Os valores de temperatura testados foram:  $-170^{\circ}\text{C}$ ,  $-140^{\circ}\text{C}$ ,  $-120^{\circ}\text{C}$ ,  $180^{\circ}\text{C}$ ,  $200^{\circ}\text{C}$ ,  $250^{\circ}\text{C}$  e  $300^{\circ}\text{C}$ . A Figura 2(b) expõe as variações das freqüências naturais em relação à temperatura aplicada. Percebe-se que o efeito deste tratamento é bem maior que o do anterior, gerando uma variação positiva de quase 4% com  $-170^{\circ}\text{C}$  (-21% com  $300^{\circ}\text{C}$ ) na freqüência natural do primeiro modo.

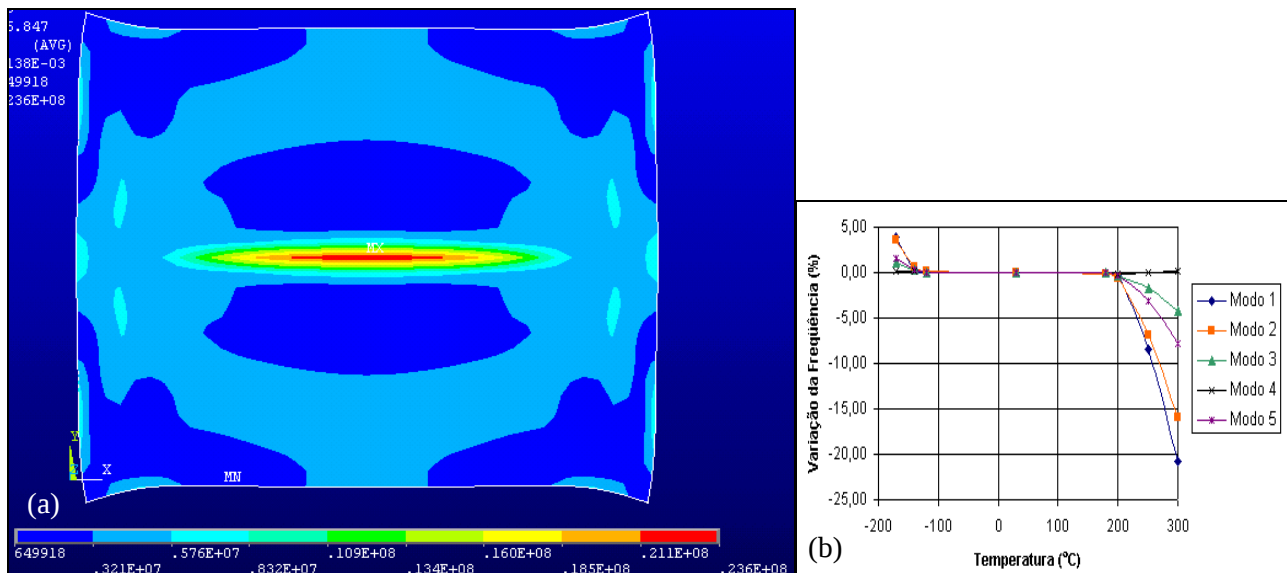


Figura 2. Caso 2: (a) campo de tensões (von Mises) residuais (Pa) obtido na temperatura de  $-170^{\circ}\text{C}$  e (b) variação relativa das freqüências naturais em relação à temperatura aplicada.

### 3.3. Caso 3

A Figura 3(a) mostra o campo de tensões residuais obtido quando a temperatura aplicada nas arestas  $y=0$  e  $y=3\text{m}$  é de  $-190^{\circ}\text{C}$ . Observa-se uma ampla distribuição das tensões, havendo uma

concentração das mais significativas nas regiões próximas às arestas da placa. Os valores de temperatura testados foram:  $-190^{\circ}\text{C}$ ,  $-150^{\circ}\text{C}$ ,  $-120^{\circ}\text{C}$ ,  $170^{\circ}\text{C}$ ,  $200^{\circ}\text{C}$ ,  $250^{\circ}\text{C}$  e  $300^{\circ}\text{C}$ . A Figura 6(b) exibe as variações das frequências naturais em relação à temperatura aplicada. Nota-se que o efeito deste tratamento é razoável, levando a uma variação positiva de mais de 6% com  $-190^{\circ}\text{C}$  (-19% com  $300^{\circ}\text{C}$ ) na frequência natural do primeiro modo.

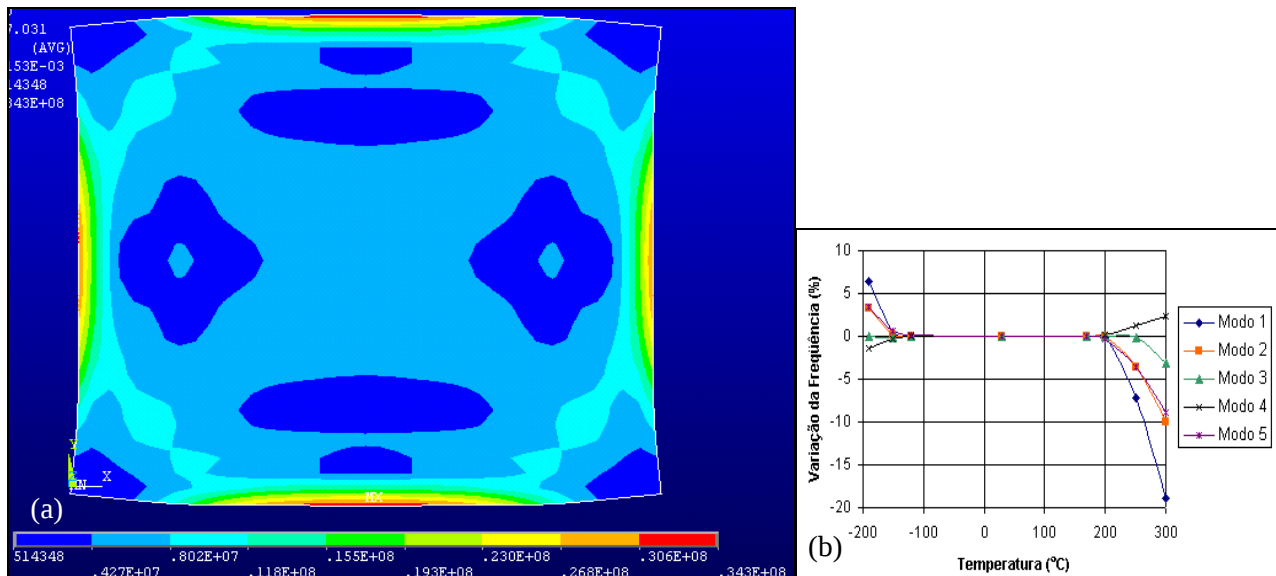


Figura 3. Caso 3: (a) campo de tensões (von Mises) residuais (Pa) obtido na temperatura de  $-190^{\circ}\text{C}$  e (b) variação relativa das frequências naturais em relação à temperatura aplicada.

### 3.4. Caso 4

A Figura 4(a) mostra o campo de tensões residuais obtido quando a temperatura aplicada nas arestas  $x=0$  e  $x=4\text{m}$  é de  $-190^{\circ}\text{C}$ . Observa-se novamente uma boa distribuição das tensões, havendo uma concentração das mais significativas nas regiões próximas às arestas da placa. Os valores de temperatura testados foram:  $-190^{\circ}\text{C}$ ,  $-170^{\circ}\text{C}$ ,  $-140^{\circ}\text{C}$ ,  $200^{\circ}\text{C}$ ,  $250^{\circ}\text{C}$  e  $300^{\circ}\text{C}$ . A Figura 4(b) mostra as variações das frequências naturais em relação à temperatura aplicada. Verifica-se que o efeito deste tratamento é ineficaz, levando a uma variação positiva de apenas 0,65% com  $300^{\circ}\text{C}$  na frequência natural do primeiro modo.

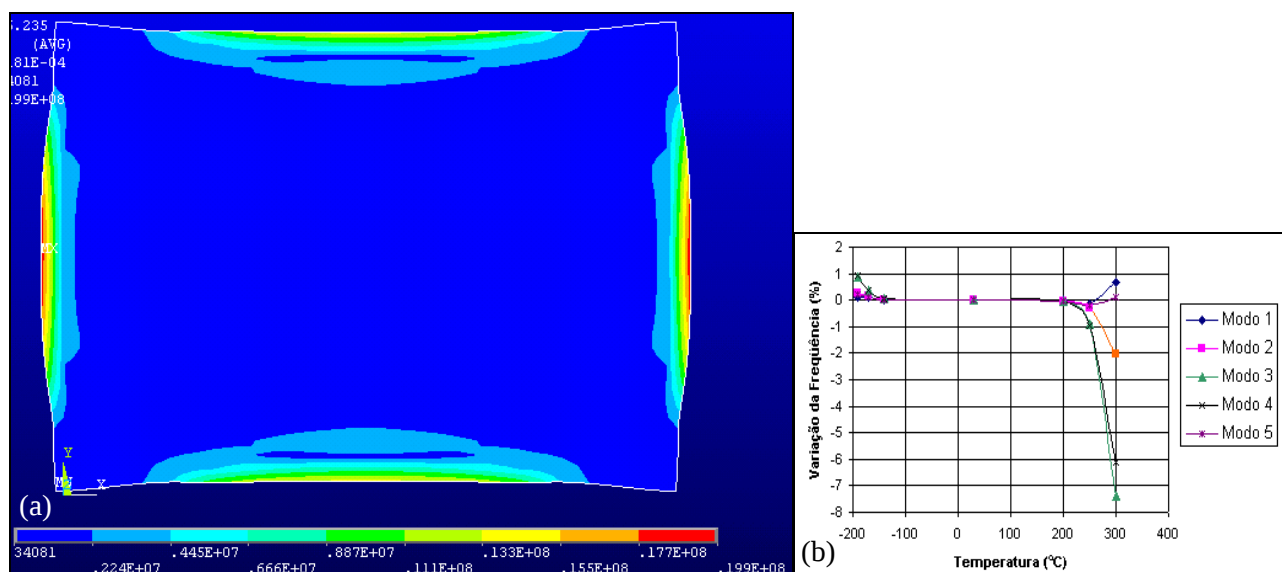


Figura 4. Caso 4: (a) campo de tensões (von Mises) residuais (Pa) obtido na temperatura de  $-190^{\circ}\text{C}$  e (b) variação relativa das frequências naturais em relação à temperatura aplicada.

### 3.5. Caso 5

A Figura 5(a) mostra o campo de tensões residuais obtido quando a temperatura aplicada nas arestas  $y=0$ ,  $y=1,5\text{m}$  e  $y=3\text{m}$  é de  $-190^\circ\text{C}$ . Nota-se uma ampla distribuição das tensões, havendo uma concentração muito forte destas tensões na região central da placa ao longo de uma faixa horizontal. Os valores de temperatura testados foram:  $-190^\circ\text{C}$ ,  $-170^\circ\text{C}$ ,  $-120^\circ\text{C}$ ,  $150^\circ\text{C}$ ,  $200^\circ\text{C}$ ,  $220^\circ\text{C}$ ,  $230^\circ\text{C}$  e  $240^\circ\text{C}$ . A Figura 5(b) mostra as mudanças das frequências naturais em relação à temperatura aplicada. Percebe-se que o efeito deste tratamento é bem eficaz, levando a uma variação positiva superior a 40% com  $-190^\circ\text{C}$  ( $-75\%$  com  $240^\circ\text{C}$ ) na frequência natural do primeiro modo.

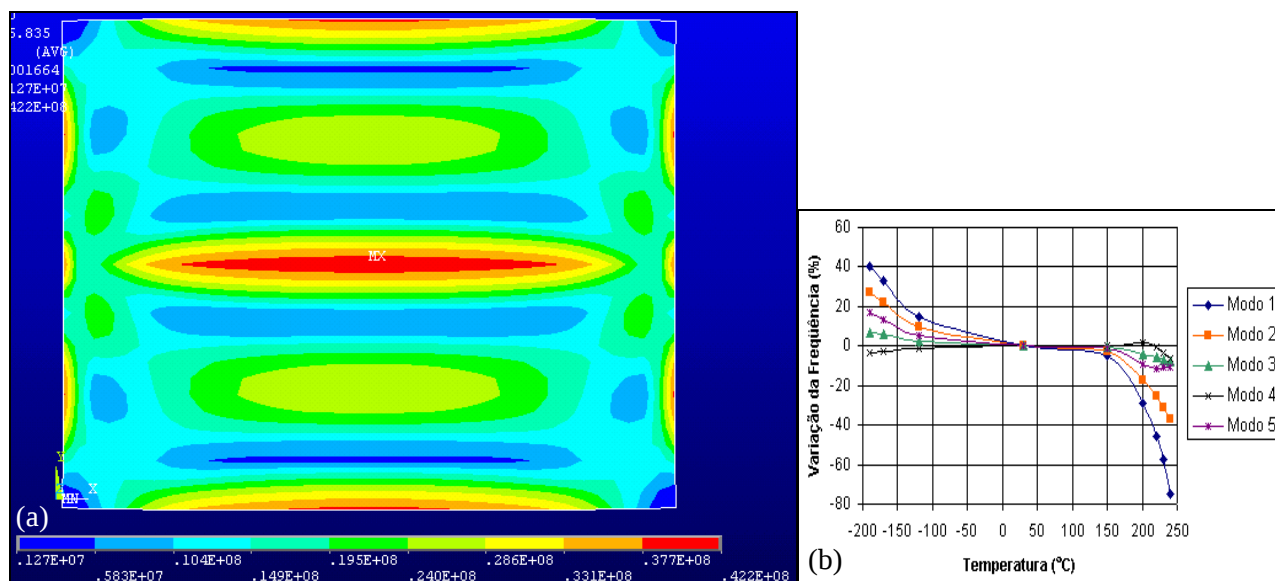


Figura 5. Caso 5: (a) campo de tensões (von Mises) residuais (Pa) obtido na temperatura de  $-190^\circ\text{C}$  e (b) variação relativa das frequências naturais em relação à temperatura aplicada.

### 3.6. Caso 6

A Figura 6(a) mostra o campo de tensões residuais obtido quando a temperatura aplicada nas arestas  $y=0$ ,  $y=0,75\text{m}$ ,  $y=1,5\text{m}$ ,  $y=2,25\text{m}$  e  $y=3\text{m}$  é de  $-90^\circ\text{C}$ . Nota-se novamente uma ampla distribuição das tensões, havendo agora faixas horizontais de concentração destas tensões. Os valores de temperatura testados foram:  $-90^\circ\text{C}$ ,  $-70^\circ\text{C}$ ,  $120^\circ\text{C}$ ,  $150^\circ\text{C}$  e  $180^\circ\text{C}$ . A Figura 6(b) exibe as alterações das frequências naturais em relação à temperatura aplicada. Verifica-se que o efeito deste tratamento é mais eficaz que o anterior, levando a uma variação de 17% com “apenas”  $-90^\circ\text{C}$  ( $-51\%$  com  $180^\circ\text{C}$ ) na frequência natural do primeiro modo.

## 4. CONCLUSÕES

Este estudo apresenta uma modelagem computacional de uma placa retangular, a qual é submetida a diferentes tratamentos com o intuito de gerar tensões de natureza residual. Após cada tratamento, uma análise modal é realizada para verificação das alterações das frequências naturais de vibração em relação às originais.

Com base nos resultados obtidos, observa-se a real possibilidade de melhoria no comportamento dinâmico e estático de estruturas a partir de tratamentos que introduzam campos de tensões residuais desejados.

Verifica-se, ainda, que a aplicação de campos de temperatura é bastante eficiente na geração de campos de tensões residuais mais bem distribuídas no corpo da placa, resultando em alterações significativas das frequências naturais de vibração da estrutura.

Como há uma relação direta entre o valor da primeira frequência natural e a carga crítica de flambagem, um tratamento termomecânico que conduza a uma elevação deste valor de frequência, levará ao aumento da resistência da placa à flambagem, quando esta estiver submetida a cargas externas de compressão.

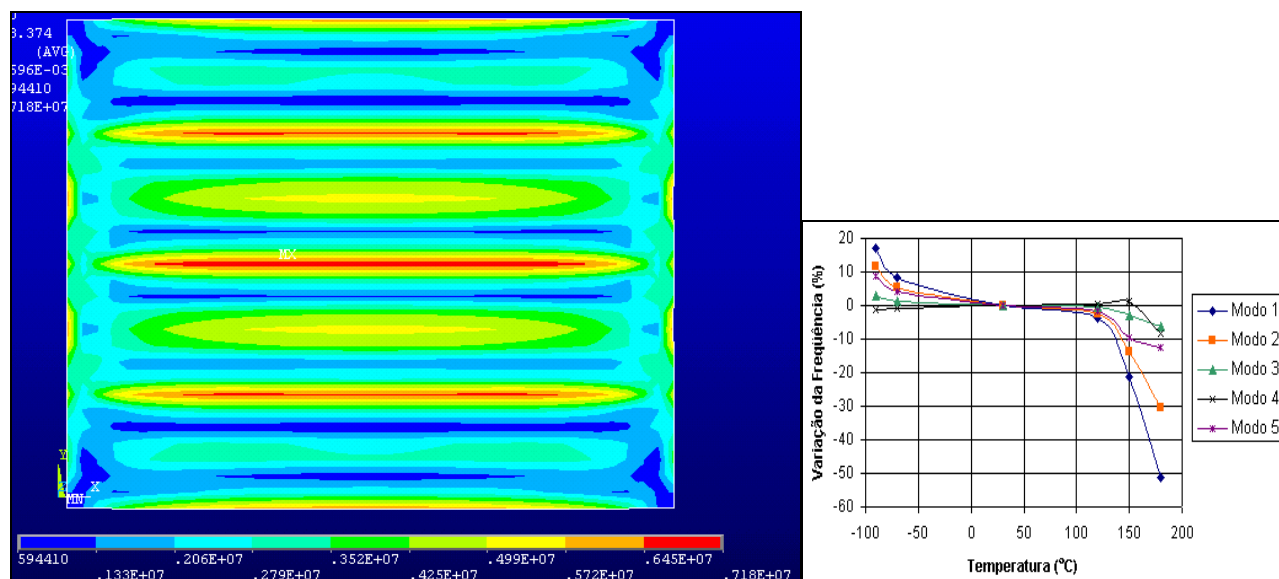


Figura 6. Caso 6: (a) campo de tensões (von Mises) residuais (Pa) obtido na temperatura de  $-90^{\circ}\text{C}$  e (b) variação relativa das frequências naturais em relação à temperatura aplicada.

## 5. AGRADECIMENTOS

Os autores agradecem à CAPES e ao CNPq pelo apoio financeiro a seus trabalhos de pesquisa.

## 6. REFERÊNCIAS

- Almeida, S.F.M, Hansen, J.S., 1999, "Natural Frequencies of Composite Plates with Tailored Thermal Residual-Stresses", *International Journal of Solids and Structures*, 36, pp. 3517-3539;
- Almeida, S.F.M, Hansen, J.S., 1997, "Enhanced Elastic Buckling Loads of Composites Plates with Tailored Thermal Residual Stresses", *Transactions of the ASME*, Vol. 64, pp. 772-780;
- Bassily, S. F., Dickinson, S. M., 1972, "Buckling and Lateral Vibration of Rectangular Plates Subject to Inplane Loads – A Ritz Approach", *Journal of Sound and Vibration*, 24(2), pp. 219-239;
- Bezerra, A. C., Rade, D. A., 2002, "Análise de Tensões e Estabilidade de Placas Retangulares", relatório da disciplina Estudo Dirigido I, Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica da Universidade Federal de Uberlândia;
- Kandil, F.A., Lord, J.D., Fry, A.T., Grant, P.V., 2001, "A Review of Residual Stress Measurement Methods – A Guide to Technique Selection", NPL Materials Centre, UK;
- Lemaitre, J., Chaboche, J. L., 1988, "Mécanique des Matériaux Solides", Dunod, 2a. edição;
- Lu, J., James, M. And Roy, G., 1996, "Handbook of Measurement of Residual Stresses", Society for Experimental Mechanics, Inc.;

- Vieira Jr, A. B., Rade, D. A., 2003, "Identification of Stresses in Plates from Dynamics Responses", XXI IMAC;
- Withers, P. J. And Bhadeshia, H. K. D. H., 2001, "Residual Stress – I: Measurement techniques", Materials Science and Technology, vol. 17, pp. 355-365;
- Yang, I. H., Shieh, J. A., 1987, "Vibrations of Initially Stressed Thick, Rectangular, Orthotropic Plates", Journal of Sound and Vibration, 119(3), pp. 545-558;

## **ANALYSIS OF THE EFFECT OF RESIDUAL STRESSES ON VIBRATION AND STABILITY OF RECTANGULAR PLATES**

Alexandre Campos Bezerra

School of Mechanical Engineering, Federal University of Uberlandia, Av. João Naves de Ávila, 2160 – Campus Santa Mônica – Bloco 1M – Uberlândia/MG – CEP 38400-902

[acbezerra@mecanica.ufu.br](mailto:acbezerra@mecanica.ufu.br)

Domingos Alves Rade

School of Mechanical Engineering, Federal University of Uberlandia, Av. João Naves de Ávila, 2160 – Campus Santa Mônica – Bloco 1M – Uberlândia/MG – CEP 38400-902

[domingos@ufu.br](mailto:domingos@ufu.br)

**Abstract:** *It is well known that membrane stresses affect directly the bending behavior (static and dynamic) of structural elements. This effect is known as stress-stiffening and it is not only a result of stresses generated by external loads, but also by residual stresses. This type of stress is developed during most manufacturing processes and it is generally undesirable because it may bring degradation of material properties. However, it is possible to introduce intelligently residual stresses, which can improve the mechanical behavior of a rectangular plate. A computational finite element-based code is used to simulate some residual stress generation procedures in a stress-free plate. These procedures involve basically the application of forces or temperatures in different points of the plate. Elasto-plastic analysis is performed since, on this case, non-uniform plastic deformation is the main source of residual stresses. Subsequent dynamic analyses are carried-out to evaluate the five first vibration natural frequencies change of the plate. Numerical simulations are presented, pointing out the residual stress field obtained in each tested procedure. The natural frequencies variation as a function of the imposed parameter (force or temperature) in each treatment is evidenced, emphasizing the first vibration mode frequency, from which is possible to infer a structure buckling strength alteration. Based on obtained results, it is concluded about the possibility of dynamic and static behavior improvement from intentional introduction of residual stress.*

**Keywords:** *Residual stress, natural frequency, plate.*