

SÍNTESE MODAL EXPERIMENTAL USANDO MODOS NORMALIZADOS PELA MATRIZ DE MASSA

Manoel Moraes Junqueira

Faculdade de Engenharia Mecânica, Universidade Federal de Uberlândia
moraes@mecânica.ufu.br

Cleudmar Amaral Araújo

Faculdade de Engenharia Mecânica, Universidade Federal de Uberlândia
cleudmar@mecânica.ufu.br

Resumo: *Este trabalho apresenta o método de síntese modal SMFR experimental usando as bases modais das subestruturas normalizadas pela massa identificada. O método de identificação obtém as matrizes físicas através das FRF experimentais. O uso da matriz de massa no processo de normalização contorna o problema da normalização via resíduos, e consequentemente, da identificação do sistema. As metodologias foram validadas através de um modelo numérico de uma viga e de um modelo experimental composto por três placas de alumínio paralelas entre si e conectadas por lâminas de aço de 1 mm de espessura.*

Palavras-chave: *Normalização, identificação, síntese modal experimental, modelagem dinâmica.*

1. INTRODUÇÃO

O método de síntese modal baseia-se na divisão de estruturas grandes ou complexas em várias subestruturas menores cujas bases modais reduzidas são usadas para sintetizar a base modal do sistema completo. O método permite uma independência das subestruturas com relação ao projeto, possibilitando análises individuais para montagem da estrutura completa. As técnicas de síntese modal podem ser divididas em analíticas ou numéricas e experimentais. A técnica SMFR (Cleudmar, 1998) utiliza o superconjunto modal de flexibilidade residual e pode ser usada tanto em métodos numéricos como experimentais e é possível utilizar amortecimento geral nos modelos analisados. Este último tem algumas vantagens significativas, principalmente para estruturas maiores e mais complexas. Na modelagem via elementos finitos, além de imprecisão na determinação de alguns parâmetros, há um elevado custo computacional, enquanto que no método experimental a estrutura é avaliada a partir de dados medidos da estrutura real, além de baixar, significativamente, o tempo computacional. Para utilização desta técnica de síntese modal é essencial a normalização da base modal pela massa. Mas quando se trata de dados puramente experimentais torna-se difícil sua aplicação porque, em princípio, não se conhecem as matrizes físicas da estrutura analisada. Neste caso, a análise tem sido feita usando-se o método de normalização via resíduos modais (Richardson, 1977; Richardson, 2000). No trabalho de Cleudmar et al (2001) este processo de normalização foi avaliado através de um modelo discreto massa-mola-amortecedor. Foi mostrado que a utilização das bases modais normalizadas no método de síntese modal experimental não apresenta resultados satisfatórios. Assim, o processo de identificação da estrutura completa via método de síntese modal experimental fica comprometido. Uma alternativa seria a identificação das matrizes de massa das subestruturas para serem usadas no processo convencional de normalização de suas bases modais.

Este trabalho apresenta o método de síntese modal SMFR experimental usando as bases modais das subestruturas normalizadas pela massa identificada. O método de identificação (Chen et al,

1996) obtém as matrizes físicas através das FRF experimentais. O uso da matriz de massa no processo de normalização contorna o problema da normalização via resíduos, e consequentemente, da identificação do sistema. As metodologias foram validadas através de um modelo numérico de uma viga e de um modelo experimental composto por três placas de alumínio paralelas entre si e conectadas por lâminas de aço de 1 mm de espessura.

2. MÉTODO DE SÍNTESE MODAL

O processo de síntese modal utilizando o método SMFR foi desenvolvido por Cleudmar (1998).

A formulação do método está baseada em 3 pontos básicos:

- Divisão da estrutura global em uma série de subestruturas;
- Obtenção do superconjunto modal (modos flexíveis mais modos estáticos) através de uma formulação analítica ou experimental
- Montagem e solução das equações globais de movimento segundo a conectividade imposta.

Suponha que dois componentes (a) e (b) sejam ligados por uma interface comum, para formarem uma estrutura global, como mostrado na Fig.(1). Estas subestruturas são discretizadas utilizando coordenadas físicas internas(u_i) e de contorno(u_c).

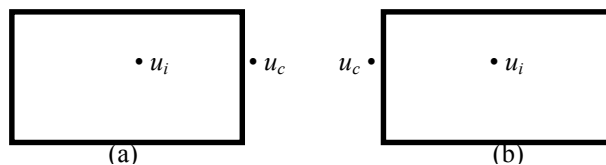


Figura 1: Subestruturas (a) e (b) discretizadas e interligadas por uma interface comum.

Cleudmar (1998) desenvolveu os procedimentos de análise e cálculo da técnica SMFR que utiliza os modos de flexibilidade residual definido em função das parcelas de inércia e rigidez da matriz dinâmica. Definindo-se os modos normais selecionados ou mantidos da base modal calcula-se os modos que serão utilizados na equação de movimento para as duas subestruturas conectadas. Resolvendo-se o autoproblema reduzido obtém-se os autovalores e autovetores representativos do problema, conectado pelas subestruturas (a) e (b) nas coordenadas modais mantidas.

O procedimento de síntese modal utiliza equações geradas por duas subestruturas mutuamente conectadas. As duas primeiras subestruturas conectadas serão consideradas, na próxima etapa, como uma nova e única subestrutura que se conecta à uma terceira. Assim as subestruturas vão se conectando, uma a uma, até a montagem da estrutura global.

Nos processos de síntese modal que utilizam o superconjunto modal de flexibilidade residual, o usuário também define quais modos deseja retirar da base modal. Estes modos retirados são utilizados para definir os modos de flexibilidade residual que enriquece a base modal das subestruturas. Assim, mesmo mantendo-se um número suficiente de modos na base, modos que seriam significativos na identificação do sistema original podem ser retirados. Cleudmar (1998) propôs um Critério de Escolha Automática de Modos(CEAM) baseado no nível de energia do contorno das subestruturas que dá bons resultados em alguns casos.

3. AVALIAÇÃO DO MÉTODO DE SÍNTESE MODAL

3.1 Simulação Numérica

O modelo de simulação numérica é constituído de uma viga de alumínio engastada nas duas extremidades como mostrado na Fig.(3.1). Para efetuar a síntese modal a estrutura foi dividida em

duas subestruturas como mostrado na Fig.(3.1c e 3.1d). As dimensões são mostradas na Fig.(3.1a) e os parâmetros físicos na Tab.(3.1).

Tabela 3.1: Propriedades físicas do material utilizado na viga.

Material	Alumínio
Peso Específico (ρ)	2660 [Kgf/m ³]
Módulo de Elasticidade (E)	$7,1 \times 10^{10}$ [N/m ²]
Coefficiente de Poisson (ν)	0,334

As bases modais utilizadas na síntese modal foram obtidas modelando as subestruturas por elementos finitos. As subestruturas foram divididas em 4 e 2 elementos de viga dando um total de 5 e 3 nós respectivamente. Utilizou-se a opção de elemento de viga de Euler-Bernoulli e foi considerado apenas o deslocamento transversal obtendo um gdl por nó. A partir dos resultados desta modelagem foram geradas FRFs com 10% de ruído e as matrizes físicas foram obtidas pelo método de Chen. Estas matrizes foram utilizadas pelo programa de síntese modal desenvolvido e implementado em ambiente MATLAB[®]. Visando obter as bases modais do sistema original para comparar com os resultados da estrutura completa sintetizada, modelou-se, também, a estrutura original por elementos finitos, utilizando a opção de elemento de viga de Euler-Bernoulli. A estrutura completa foi dividida em 6 elementos de viga com 7 nós. Na Fig.(3.1) são mostrados os modelos de elementos finitos das subestruturas e da estrutura completa.

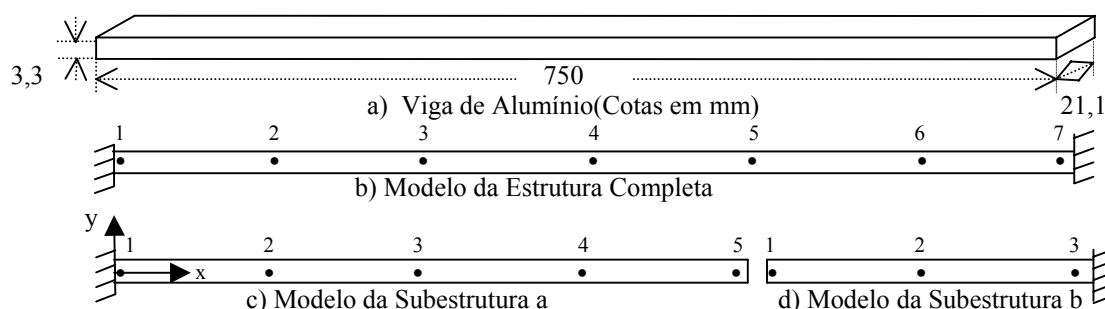


Figura 3.1. Subestruturas e Estrutura de Alumínio modeladas por Elementos Finitos

Tabela 3.2: Relação entre modos da estrutura sintetizada(Melhor) e modelada pelo MEF.

Modo	MAC	Frequência(Hz) MEF	Frequência(Hz) Estimada (Chen)	Erro Relativo da Frequência(%)
Estrutura Completa				
1	1,00	21,64	22,67	0,23
2	1,00	56,64	59,58	0,10
3	0,98	116,93	116,75	0,16
4	1,00	193,32	196,43	1,61
5	1,00	288,88	294,67	1,87
Subestrutura 1				
1	1,00	7,65	7,91	3,36
2	1,00	47,94	48,35	0,84
3	1,00	134,26	133,91	0,26
4	1,00	263,19	260,47	1,03
Subestrutura 2				
1	1,00	30,60	30,62	0,05
2	1,00	191,82	193,18	0,71

O número total de modos das subestruturas são 4 e 2 e para a estrutura completa é 5. O número de coordenadas de interface entre as subestruturas é 1, logo tem-se apenas um modo de flexibilidade residual que vai compor o superconjunto modal de flexibilidade residual mais k modos flexíveis para cada subestruturas. Na melhor condição tem-se 3 e 1 modos mantidos para as subestrutura 1 e 2 respectivamente, resultando em 4 modos sintetizados para a estrutura completa. Utilizando o critério de eliminação automática de modos, Cleudmar (1998) são mantidos os modos 2, 3 e 4 da subestrutura 1 e o modo 1 da estrutura 2. Mas o resultado não é satisfatório. O melhor resultado foi obtido mantendo os modos 1, 3 e 4 da subestrutura 1 e o modo 2 da subestrutura 2. A Tab.(3.3) mostra as frequências naturais das subestruturas e da estrutura completa via MEF e a Fig.(3.2) mostra esta condição analisada indicando os erros entre os valores exatos e sintetizados para as frequências naturais, MAC e modos de vibrar. A Tab.(3.3) compara os parâmetros dinâmicos sintetizados e obtidos pelo MEF para o modelo da viga.

Na pior condição apenas 1 modo é mantido para cada subestrutura. Neste caso, utilizando o CEAM seria mantidos os modos 2 nas duas subestruturas. Mas os resultados são melhores mantendo o modo 3 da subestrutura 1. Com isso são sintetizados apenas 2 modos da estrutura completa. A Fig.(3.3) mostra estes resultados e a Tab.(3.4) mostra os parâmetros sintetizados para esta condição. Serão apresentados os melhores resultados para 4 e 2 modos mantidos.

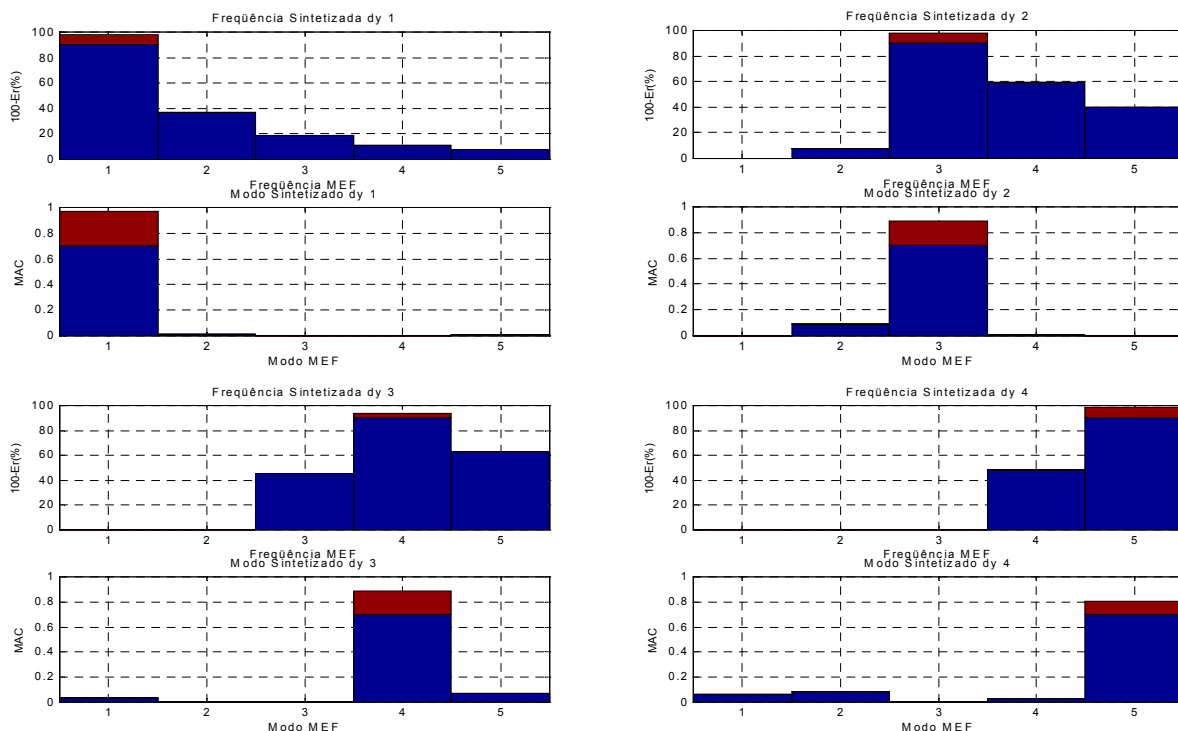


Figura 3.2: Relação entre as bases modais sintetizadas e originais (Total de 4 modos mantidos)

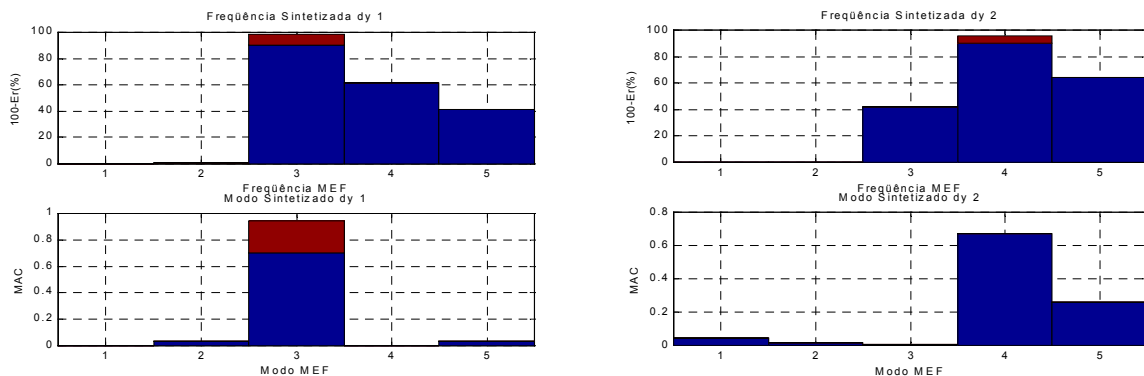


Figura 3.3: Relação entre as bases modais sintetizadas e originais (Total de 2 modos mantidos)

Tabela 3.3: Relação entre modos da estrutura sintetizada e original (Total de 4 modos mantidos)

Modo	MAC	Frequência MEF(Hz)	Frequência Sintetizada(Hz)	Erro(%) Relativo
1	0,97	21,64	22,09	2,07
2	-	-	-	-
3	0,89	116,93	114,72	1,89
4	0,89	193,32	180,98	6,28
5	0,80	288,88	292,90	1,39

Tabela 3.4: Relação entre modos da estrutura sintetizada e original (Total de 2 modos mantidos)

Modo	MAC	Frequência MEF(Hz)	Frequência Sintetizada(Hz)	Erro(%) Relativo
1	-	-	-	-
2	-	-	-	-
3	0,95	116,93	118,81	1,60
4	0,67	193,32	185,15	4,23
5	-	-	-	-

Para conhecer a relação entre modos da estrutura sintetizada e do modelo analítico, calculou-se o MAC, Ewins (1984), entre os autovetores destes dois modelos, segundo a equação:

$$MAC(X_1, X_2) = \frac{(X_1^T X_2)^2}{(X_1^T X_1)(X_2^T X_2)} \quad (1)$$

onde X_1 e X_2 são os autovetores originais e sintetizados.

Para cada modo sintetizado obtido foram calculados 5 valores de MAC, correspondentes aos modos obtidos analiticamente pelo modelo de elementos finitos da estrutura completa. Calculou-se, também, o erro relativo entre as frequências. Observando os gráficos de MAC, Fig.(3.2 e 3.3), podem-se relacionar os modos da estrutura sintetizada com os modos da estrutura modelada por elementos finitos como apresentado nas Tab.(3.3 e 3.4).

3.2 Modelagem Experimental

A Fig.(3.4) mostra uma das subestruturas do sistema analisado onde foram obtidas as FRFs experimentais para avaliação do método de Chen. A subestrutura é constituída por três placas de alumínio paralelas entre si e conectadas por lâminas de aço de 1 mm de espessura. Cada conexão é feita por um conjunto de 4 lâminas que são fixadas às placas através de parafusos. O conjunto é montado através de uma base fixa a mesa inercial. As placas podem ser aproximadas por massas concentradas, M_1 , M_2 e M_3 , com coeficientes de rigidez, K_1 , K_2 e K_3 , constituídos pela combinação da rigidez das 4 lâminas que fazem as respectivas conexões entre as placas e o suporte fixo. A subestrutura conta ainda com um amortecedor acoplado entre a massa M_1 e o suporte fixo, conforme mostrado nas Fig.(3.4 e 3.5).

A estrutura completa é constituída pela montagem de duas subestruturas simétricas formadas pelas placas. As FRFs das duas subestruturas foram obtidas da mesma subestrutura física, utilizando a matriz triangular inferior para uma subestrutura e a matriz triangular superior para a outra. A comparação dos resultados da síntese experimental foi feita utilizando um modelo de massa concentrada para remontar a estrutura completa.

A Fig.(3.5) apresenta o esquema do aparato experimental utilizado para determinar as FRFs experimentais. Neste sistema cada placa foi excitada independentemente por um impulso utilizando

um martelo de impacto e as respostas foram captadas através de um acelerômetro acoplado às placas (SISO). Os sinais foram condicionados e enviados a um analisador de sinais SD380. As FRFs extraídas foram utilizadas na metodologia proposta. A Tab.(3.5) apresenta os valores estimados da matriz de massa e os erros relativos em relação à matriz verdadeira. Observa-se que o erro relativo máximo é inferior a 4 %.



Figura 3.4: Modelo Experimental das Subestruturas Utilizadas.

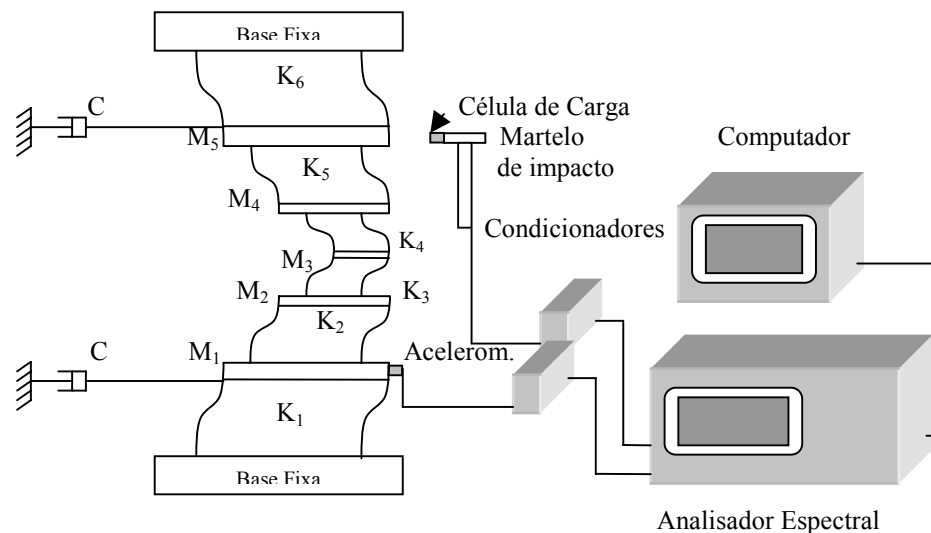


Figura 3.5: Montagem Experimental para determinar as FRFs.

Tabela 3.5: Valores Exatos e Estimados de Massa para o Modelo Experimental.

	Valores Exatos (Kg)			Valores Estimados (Kg)			Erro Relativo(%)		
Subestrutura 1	3.300	0	0	3.185	-0.009	-0.003	3.471	-	-
	0	2.223	0	-0.009	2.140	0.000	-	3.743	-
	0	0	0.929	-0.003	0.000	0.960	-	-	3.367
Subestrutura 2	0.929	0	0	0.937	-0.006	0.014	0.849	-	-
	0	2.223	0	-0.006	2.159	0.012	-	2.858	-
	0	0	3.300	0.014	0.012	3.257	-	-	1.294

As bases modais normalizadas de cada subestrutura foram obtidas utilizando as matrizes físicas M , C e K estimadas pelo Método de Chen. O número total de modos de cada subestrutura é de 3 e para a estrutura completa é de 5. O número de coordenadas de interface entre as subestruturas é de 1. Logo tem-se apenas um modo de flexibilidade residual que vai compor o superconjunto modal de flexibilidade residual mais 2 modos flexíveis para cada subestrutura.

Na melhor condição têm-se 2 modos mantidos para cada subestrutura, que resulta em 4 modos sintetizados para a estrutura completa. Utilizando o CEAM, Critério de Eliminação Automática de Modos, Cleudmar (1998), verifica-se que o 2º modo é retirado sendo mantidos o 1º e o 3º modo. Na pior condição apenas 1 modo é mantido para cada subestrutura enquanto 2 são retirados. Neste caso, utilizando o CEAM, foi mantido o 1º modo nas duas subestruturas, sendo retirado o 2º e o 3º modo. Assim são sintetizados apenas 2 modos da estrutura completa. As Tab.(3.6 e 3.7) compara os parâmetros dinâmicos sintetizados com os obtidos pelo modelo de massa concentrada para o sistema.

Para conhecer a relação entre modos da estrutura sintetizada e do modelo analítico, calculou-se o MAC, D. J. Ewins (1984), entre os autovetores destes dois modelos. Para cada modo sintetizado foram calculados 5 valores de MAC, correspondentes aos modos obtidos analiticamente pelo modelo de massa concentrada da estrutura completa. Calculou-se, também, o erro relativo entre as frequências. Observando os gráficos de MAC, Fig.(3.6 e 3.7), podem-se relacionar os modos da estrutura sintetizada com os modos da estrutura modelada pelo método de massa concentrada como apresentado nas Tab.(3.6 e 3.7).

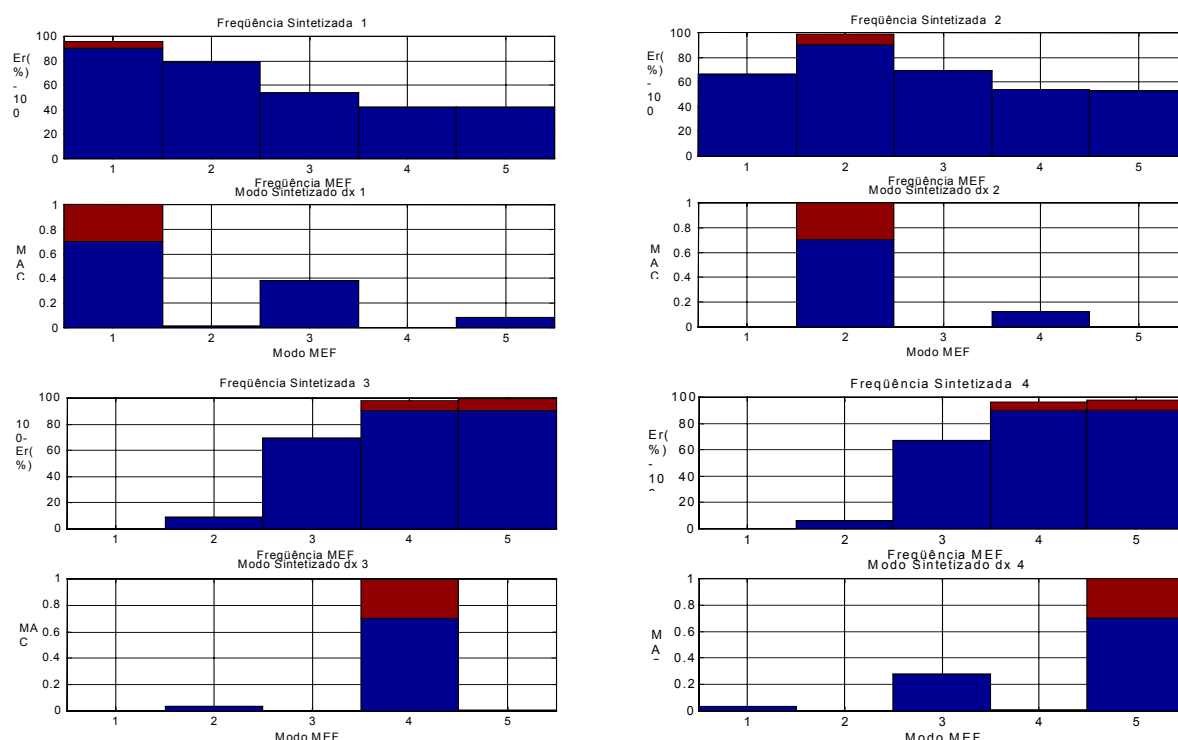


Figura 3.6: Relação entre as bases modais sintetizadas e originais (Total de 4 modos mantidos)

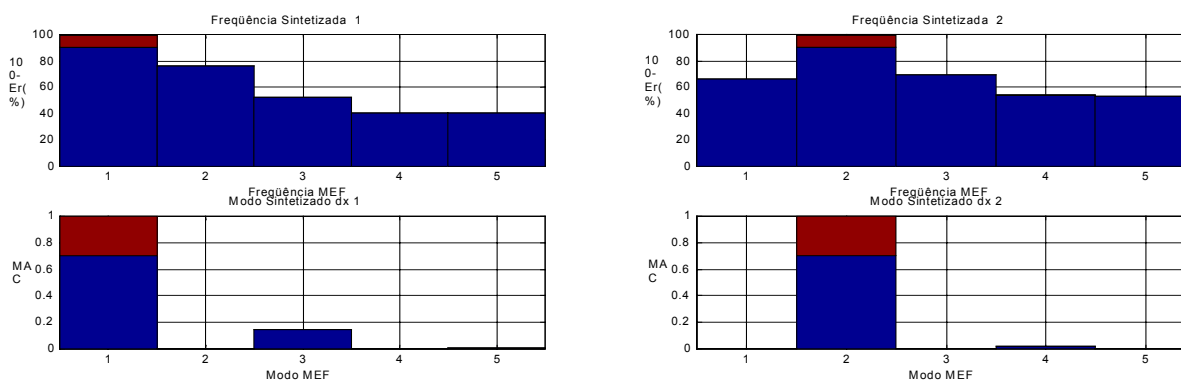


Figura 3.7: Relação entre as bases modais sintetizadas e originais (Total de 2 modos mantidos)

Tabela 3.6: Relação entre modos da estrutura sintetizada e original (Total de 4 modos mantidos).

Modo	MAC	Frequência Original(Hz)	Frequência Sintetizada(Hz)	Erro(%) Relativo
1	1.00	8.80	8.87	0.90
2	1.00	11.63	11.73	0.86
3	-	16.97	-	-
4	0.99	21.73	22.22	2.25
5	0.99	22.04	22.52	2.14

Tabela 3.7: Relação entre modos da estrutura sintetizada e original (Total de 2 modos mantidos).

Modo	MAC	Frequência Original(Hz)	Frequência Sintetizada(Hz)	Erro(%) Relativo
1	1.00	8.80	8.87	0.90
2	1.00	11.63	11.74	0.93
3	-	16.97	-	-
4	-	21.73	-	-
5	-	22.04	-	-

4. CONCLUSÕES

Os resultados obtidos na estimativa da matriz de massa das subestruturas usando o método de Chen mostraram que a precisão na identificação ficou na faixa de 4% de erro. A matriz de massa estimada foi empregada na normalização das bases modais das subestruturas utilizadas na técnica de síntese modal. Os resultados apresentados nos testes simulados confirma uma melhoria no processo de normalização. Observou-se que o erro máximo das frequências sintetizadas foi de 2 % com um índice MAC próximo da unidade. Este efeito foi observado mesmo na pior condição que representa um modo mantido para cada subestrutura. Para que uma maior efetividade do método seja comprovada é necessário a utilização de modelos mais complexos.

5. REFERÊNCIAS

- Chen, S. Y., Ju, M. S., e Tsuei, Y. G., 1996, "Estimation of Mass, Stiffness and Damping Matrices from Frequency Response Functions," *ASME Journal of Vibration and Acoustics*, V.118, 78-82, Janeiro.
- Cleudmar, A. A., 1998, "Modelagem de Sistemas Dinâmicos Através da Síntese Modal de Componentes," Tese de Doutorado, Faculdade de Engenharia Mecânica, Universidade Estadual de Campinas, 158 p., Campinas.
- Cleudmar, A. A., Jacomine, L., Consentino R. J., 2001, "Avaliação da técnica de normalização por massa modal unitária utilizada na síntese modal experimental", Congresso Brasileiro de Engenharia Mecânica, XVI COBEM, Novembro, Uberlândia, MG.
- Ewins D. J. (1984), "Modal Testing: Theory e Practice", Research Studies Ltd
- Richardson M. H., 1977, "Derivation of Mass, Stiffness, And Damping Parameters from Experimental Modal Data", Hewlett Packard Company, Santa Clara Div., pp. 1 –6.
- Richardson M. H., 2000, "Modal Mass, Stiffness, And Damping" Vibrant Technology, Inc., Jamestown, CA, pp.1-5.

6. DIREITOS AUTORAIS

Os autores são os únicos responsáveis pelo conteúdo do material impresso incluído no seu trabalho.

EXPERIMENTAL MODAL SYNTHESIS USING MASS MATRIX NORMALIZED MODES

Manoel Moraes Junqueira

Faculty of Mechanical Engineering, Federal University of Uberlândia
moraes@mecânica.ufu.br

Cleudmar Amaral Araújo

Faculty of Mechanical Engineering, Federal University of Uberlândia
cleudmar@mecânica.ufu.br

Abstract: *This work presents the experimental modal synthesis method SMFR using the modal bases of the substructures normalized for the identified mass. The identification method obtains the physical matrices through experimental FRF. The use of the mass matrix in the normalization process skirts the normalization problem through residues, and consequently, the identification of the system. The methodologies were validated through a numeric model of a beam and of an experimental model formed by three aluminum parallel plates and connected by steel sheets of 1 mm of thickness.*

Keywords: *Normalization, identification, experimental modal synthesis, dynamic modeling.*