

Estimativa Didática do Ângulo de Atrito de Solos Secos

Luiz Gustavo Buzon

Escola de Engenharia de São Carlos - USP, São Carlos - SP, Brasil, luiz.buzon@usp.br

Tiago Fedrizzi

Escola de Engenharia de São Carlos - USP, São Carlos - SP, Brasil, tiago.fedrizzi@usp.br

Bruno Ken Marchezepe

Escola de Engenharia de São Carlos - USP, São Carlos - SP, Brasil, bruno.marchezepe@usp.br

Caio Corte da Silva

Escola de Engenharia de São Carlos - USP, São Carlos - SP, Brasil, caio.corte.silva@usp.br

Clever Aparecido Valentin

Escola de Engenharia de São Carlos - USP, São Carlos - SP, Brasil, cclever@sc.usp.br

Jefferson Lins da Silva

Escola de Engenharia de São Carlos - USP, São Carlos - SP, Brasil, jefferson@sc.usp.br

RESUMO: O ângulo de atrito interno de solos secos pode ser aproximado pela inclinação do amontoado de partículas sólidas formada pelo seu basculamento sobre uma superfície plana, quando o solo é depositado em estado completamente solto. O presente trabalho tem por objetivo utilizar essa aproximação para a elaboração de um modelo físico didático, valendo-se dos princípios da célula de Hele-Shaw para a medição do ângulo de atrito de solos secos. O protótipo servirá como apoio ao ensino de Geotecnia para alunos de Engenharia Civil da Escola de Engenharia de São Carlos (EESC-USP). A aplicabilidade do modelo proposto foi testada utilizando quatro amostras de solos que diferiam em sua composição, o que permitiu concluir que a aproximação supracitada é válida para agregados com coesão praticamente nula, sendo este parâmetro físico diretamente associado à validade do procedimento.

PALAVRAS-CHAVE: Ângulo de Atrito, Célula de Hele-Shaw, Modelo Didático, Ensino de Geotecnia, Mecânica dos Solos.

1 INTRODUÇÃO

De acordo com Caputo (1996), a capacidade dos solos de resistir a carregamentos e manter sua estabilidade depende diretamente de sua resistência ao cisalhamento, fundamental na área da engenharia para análise da estabilidade de taludes, dos empuxos de terra sobre paredes de contenção e para o conhecimento da capacidade de carga de fundações, por exemplo. Esse parâmetro indica a máxima tensão de cisalhamento - entendido como deslocamentos relativos entre as partículas constituintes do

maciço - que o solo pode sofrer, sem que ocorra ruptura.

Essa resistência é expressa segundo a equação de Mohr-Coulomb:

$$\tau = c + (\sigma - u) \cdot \tan \phi \quad (1)$$

- c : coesão
- ϕ : ângulo de atrito interno das partículas
- σ : tensão normal
- u : pressão neutra

- τ : tensão de cisalhamento

Como o presente trabalho tem como objetivo estimar o ângulo de atrito de solos secos, a influência da pressão neutra se torna praticamente desprezível. Logo, pode-se simplificar a equação de Mohr-Coulomb sem perda de precisão:

$$\tau = c + \sigma \cdot \text{tg } \phi \quad (2)$$

Nota-se, portanto, que a resistência do solo depende de parâmetros como coesão e ângulo de atrito interno. O primeiro é definido por Pinto (2002) como uma atração existente entre as partículas do solo, que oferece resistência ao cisalhamento na ausência de pressões externas. O segundo, de acordo com Caputo (1996), inclui não só o "atrito básico" entre as partículas constituintes do agregado, mas também o "atrito fictício" proveniente do entrosamento das partículas em razão da existência de uma infinidade de contatos pontuais. Esse parâmetro não é constante, variando para diferentes tipos de materiais e em decorrência de fatores como compacidade, granulometria e formato dos componentes do solo. Existem, nesse contexto, ensaios consagrados para a determinação do ângulo de atrito interno, como ensaios de cisalhamento direto e compressão triaxial. Esse trabalho analisa outro método simplificado para estimar tal parâmetro com base na célula de Hele-Shaw.

No estudo de taludes existe um coeficiente denominado fator de segurança (FS) definido como a relação existente entre a resistência ao cisalhamento do solo e a tensão de cisalhamento que lhe é imposta. Para o caso em que esse fator se aproxima do valor unitário, observa-se uma situação de equilíbrio limite do talude, que apresenta um declive máximo conhecido como ângulo de repouso estático do solo (i), cujas características de interesse são definidas por Maleki *et al.* (2008). Caso o ângulo de declive exceda esse valor, os grãos livres da superfície começam a deslizar como em uma avalanche, de forma a diminuir gradativamente o ângulo da superfície da pilha em relação à horizontal, conforme descreve Hornbaker *et al.* (1997). Considerando solos secos, sabe-se que o fator de segurança é expresso por:

$$FS = \frac{\text{tg } \phi}{\text{tg } i} \quad (3)$$

Quando o talude se aproxima do equilíbrio limite, nota-se que o ângulo de atrito do solo se aproxima do ângulo de declive máximo. Nesse panorama, o trabalho dispõe-se a utilizar tal aproximação para estimar o valor do ângulo de atrito de solos secos, por meio da construção de uma réplica da conhecida célula de Hele-Shaw, baseada no protótipo apresentado por Santana e Lamas (2006). Essa célula consiste em duas placas dispostas paralelamente e quase unidas (tendo um aspecto bidimensional), sendo importante para análise de diversos fenômenos incluindo a determinação de ângulos de repouso de agregados. Para a elaboração desse modelo, contudo, considerando os fins práticos do trabalho, construiu-se uma caixa constituída por placas paralelas com dimensões aumentadas. Nesse dispositivo, o solo é depositado formando um pequeno talude com inclinação correspondente ao seu ângulo de repouso que, nas condições impostas e considerando solos pouco coesivos, se aproxima do parâmetro que se procura determinar. De acordo com Silva *et al.* (2006), essa é realmente uma estimativa do valor, haja vista que o ângulo de repouso do agregado difere do ângulo de atrito interno devido a pressões impostas, oriundas das condições internas e externas das partículas, sendo dependente do nível de pressões médias aplicadas a todos os componentes do solo.

2 PROCEDIMENTO DE EXECUÇÃO

2.1 Ensaio de cisalhamento direto

Segundo Caputo (1996), o ensaio de cisalhamento direto consiste na determinação - sob certa tensão normal - da tensão de cisalhamento necessária para que ocorra a ruptura de uma amostra de solo localizada no interior de uma caixa composta de duas partes deslocáveis entre si. Repetindo-se o ensaio para várias amostras, obtém-se um conjunto de pares de valores da tensão de cisalhamento (τ) em função da tensão normal (σ), que formam um gráfico cuja inclinação é o ângulo de atrito do solo (ϕ). Essa constatação advém da Equação 2.

O esquema do equipamento para a realização do ensaio pode ser visualizado na Figura 1, enquanto que o equipamento está indicado na Figura 2. Na Figura 3, observa-se a montagem da caixa para a realização do ensaio em questão.

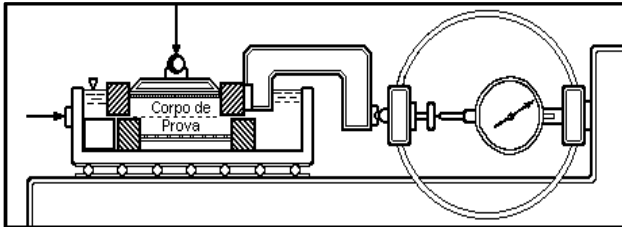


Figura 1. Ilustração simplificada do aparato para ensaio de cisalhamento direto do solo.



Figura 2. Equipamento para realização do ensaio de cisalhamento direto.



Figura 3. Areia fina em análise.

2.2 Ensaio de compressão triaxial

Das (2006) destaca que o ensaio de compressão triaxial – um dos mais confiáveis métodos para a determinação dos parâmetros de resistência do solo ao esforço cisalhante - consiste em uma câmara cilíndrica, dentro da qual o corpo de prova (solo) é posicionado envolto por uma membrana de borracha fina. Com uma placa rígida posicionada sobre a área transversal superior do solo, um pistão imprime certa tensão axial σ_1 na amostra. As partes descritas podem ser verificadas com detalhes na Figura 4. O fluido adicionado na câmara cilíndrica –

normalmente água - é responsável por aplicar certa pressão transversal σ_2 à amostra confinada. Determinando-se os pares (σ_1, σ_2) e traçando-se círculos de Mohr, é possível obter o ângulo de atrito do solo (ϕ) e o coeficiente de coesão (c). A Figura 5 indica o equipamento utilizado no ensaio em questão.

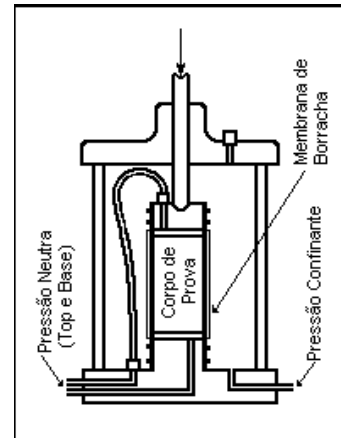


Figura 4: Ilustração simplificada do aparato para ensaio de compressão triaxial.



Figura 5: Equipamento para a realização do ensaio de compressão triaxial.

2.3 Ensaio da estimativa proposta

Como já relatado, o ensaio para estimativa foi realizado por meio da construção de um dispositivo. Este dispositivo é embasado na célula de Hele-Shaw, com dimensões maiores para possibilitar um fácil manuseio e visualização do procedimento. Consiste em uma caixa de dimensões 35 cm X 25 cm X 4 cm com um funil acoplado na extremidade, por meio do qual é inserido determinada quantidade de solo, formando um pequeno talude, conforme

indicado na Figura 6. Assim, é possível medir a altura H do montante de solo (cateto oposto), bem como seu deslocamento horizontal D (cateto adjacente), a fim de se obter a relação entre eles:

$$\operatorname{tg} \phi = \frac{H}{D} \quad (4)$$

Consequentemente, o ângulo de atrito do solo em análise pode ser estimado considerando a aproximação em relação ao ângulo de repouso (que é obtido nesse processo) a partir da Equação 5.

$$\phi = \operatorname{tg}^{-1} \frac{H}{D} \quad (5)$$

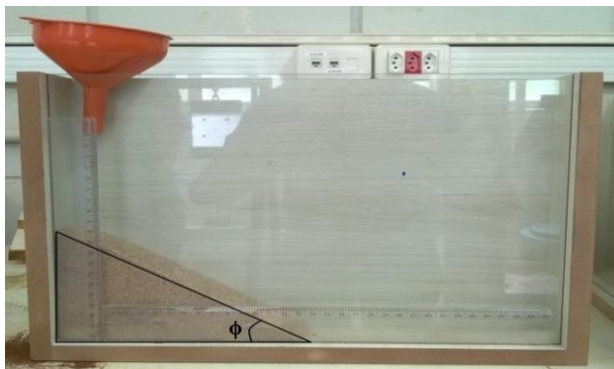


Figura 6. Dispositivo para estimativa com ângulo obtido em destaque na imagem.

3 RESULTADOS

3.1 Determinação dos parâmetros físicos

3.1.1 Ensaio de granulometria

Realizaram-se ensaios de granulometria para classificação dos diferentes tipos de solo que foram analisados no trabalho. Por intermédio da análise das curvas de distribuição granulométrica, obteve-se a seguinte classificação para as amostras, segundo a norma da ABNT NBR 7181.

- Amostra A

Solo caracterizado como uma composição de *areia média e grossa com pedregulhos finos*.

- Amostra B

Solo caracterizado como uma composição de *areia fina e média*.

- Amostra C

Alta porcentagem de grãos e uma pequena, mas considerável, quantidade de partículas finas, o que caracteriza o solo como uma *areia argilosa com vestígio de silte*.

- Amostra D

Porcentagem muito alta de partículas finas, o que caracteriza o solo como uma *argila areno-siltosa*.

3.1.2 Ensaio consagrado para determinação dos parâmetros

Esse tópico é destinado à determinação teórica do ângulo de atrito e da coesão dos solos que compõem as diferentes amostras. Esses dados serão parâmetros para a discussão da eficiência da estimativa do ângulo.

Para a amostra A realizou-se ensaio de cisalhamento direto. Obtiveram-se os dados indicados na Tabela 1, possibilitando a construção da envoltória indicada na Figura 7.

Tabela 1: Parâmetros do ensaio de cisalhamento direto na amostra A.

Tensão Normal σ (kPa)	Tensão Cisalhante τ (kPa)
50	36,135
100	66,520
200	128,611

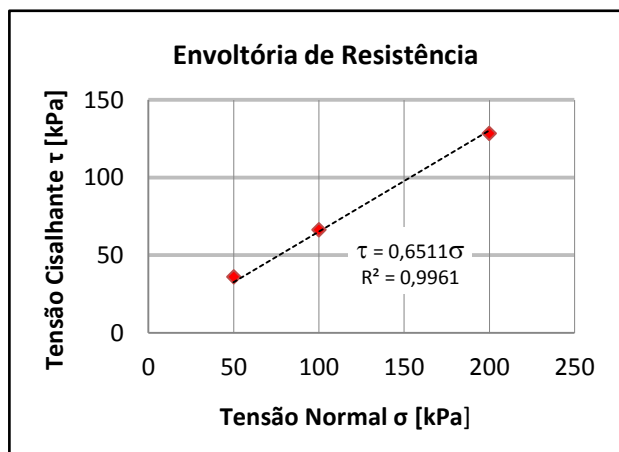


Figura 7. Envoltória de resistência do solo da amostra A: $\tau = \sigma \cdot tg(33,2^\circ)$

Para a amostra B também se efetuou ensaio de cisalhamento direto. Obtiveram-se os dados indicados na Tabela 2, possibilitando a construção da envoltória indicada na Figura 8.

Tabela 2: Parâmetros do ensaio de cisalhamento direto na amostra B.

Tensão Normal σ (kPa)	Tensão Cisalhante τ (kPa)
50	30,307
100	58,905
200	122,161

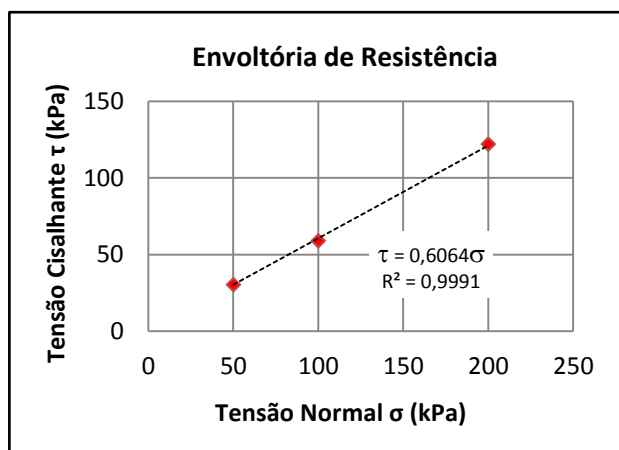


Figura 8. Envoltória de resistência do solo da amostra B: $\tau = \sigma \cdot tg(31,2^\circ)$

Novamente, realizou-se ensaio de cisalhamento direto, no caso, considerando a amostra C. Obtiveram-se os dados indicados na Tabela 3, possibilitando a construção da envoltória indicada na Figura 9.

Tabela 3: Parâmetros do ensaio de cisalhamento direto na amostra C.

Tensão Normal σ (kPa)	Tensão Cisalhante τ (kPa)
25	37
50	62
100	102

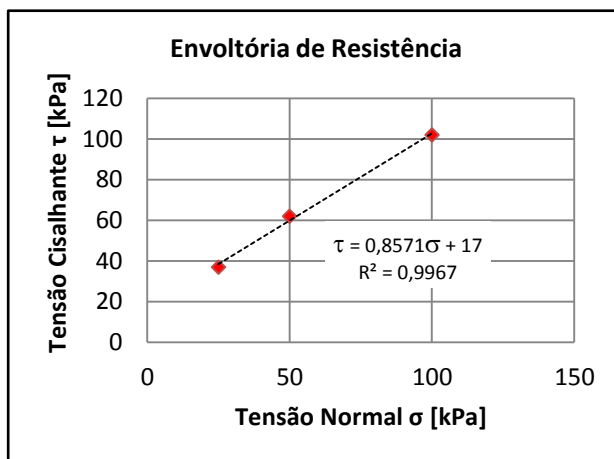


Figura 9. Envoltória de resistência do solo da amostra C: $\tau = 17 + \sigma \cdot tg(40,6^\circ)$

Para o solo argiloso (amostra D), foi realizado ensaio de compressão triaxial, obtendo a seguinte envoltória de resistência, indicada pelos círculos de Mohr na figura 10:

$$\tau = 66,88 + \sigma \cdot tg(27^\circ) \quad (6)$$

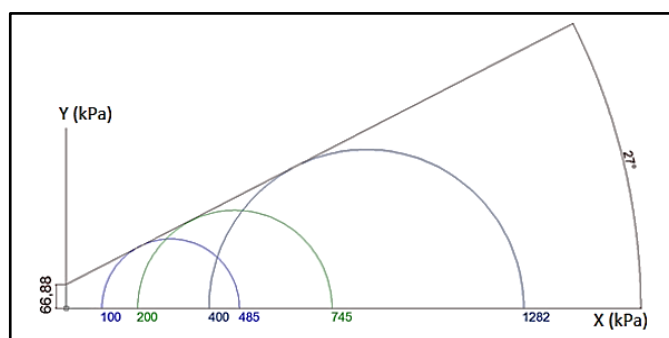


Figura 10. Envoltória de resistência ao cisalhamento do solo argiloso, sendo X a tensão normal e Y a tensão cisalhante.

Logo, pode-se organizar os dados obtidos na Tabela 4.

Tabela 4: Parâmetros de resistência dos solos em análise

Amostra	ϕ (°)	c (kPa)
A	33,2	0,00
B	31,2	0,00
C	40,6	17,00
D	27,0	66,88

3.2 Ensaio envolvendo a estimativa proposta

Este tópico é destinado à determinação dos dados dos ensaios realizados a partir da estimativa. Estes foram organizados nas tabelas abaixo, considerando os diferentes tipos de solos analisados. O procedimento de coleta de dados da altura H do montante de solo (cateto oposto), bem como do deslocamento horizontal D (cateto adjacente) para obtenção do valor do ângulo, foi descrito no tópico 2: Procedimento de Execução.

Tabela 5: Dados obtidos para o ensaio com amostra A.

H (cm)	D (cm)	$\text{tg}\phi$	ϕ (°)
2,55	3,70	0,689	34,57
4,95	8,00	0,619	31,75
4,65	7,40	0,628	32,14
7,15	10,35	0,691	34,64
2,95	4,70	0,628	32,11
Média		33,04°	
Desvio Padrão		1,283°	
Coeficiente de Variação		3,89%	

Tabela 6: Dados obtidos para o ensaio com amostra B.

H (cm)	D (cm)	$\text{tg}\phi$	ϕ (°)
2,90	4,75	0,611	31,41
3,00	5,25	0,571	29,74
3,00	4,75	0,632	32,28
4,65	8,25	0,564	29,42
5,05	7,95	0,635	32,42
6,70	11,20	0,598	30,89
Média		31,03°	
Desvio Padrão		1,148°	
Coeficiente de Variação		3,70%	

Tabela 7: Dados obtidos para o ensaio com amostra C.

H (cm)	D (cm)	$\text{tg}\phi$	ϕ (°)
6,70	9,50	0,705	35,19
8,50	12,00	0,708	35,31
10,35	14,80	0,699	34,97
11,75	16,70	0,704	35,13
13,30	18,50	0,719	35,71
Média		35,26°	
Desvio Padrão		0,278°	
Coeficiente de Variação		0,79%	

Tabela 8: Dados obtidos para o ensaio com amostra D.

H (cm)	D (cm)	$\text{tg}\phi$	ϕ (°)
2,75	4,00	0,688	34,51
4,85	7,00	0,693	34,72
6,40	9,90	0,646	32,88
1,75	2,60	0,673	33,94
3,70	5,60	0,661	33,45
Média		33,90°	
Desvio Padrão		0,756°	
Coeficiente de Variação		2,23%	

4 ANÁLISE

Nota-se, primeiramente, que a estimativa não é válida para todos os solos, e sua aplicabilidade deve estar intimamente relacionada a alguma propriedade dos elementos que compõem o agregado.

Considerando que a aproximação é proposta para solos que apresentam coesão praticamente nula (caso das areias), é provável que essa propriedade física interfira diretamente nos resultados.

Desse modo, solos com certa fração de argila em sua composição tendem a possuir maior coesão, o que implica perda de precisão da estimativa. Isso é observado considerando os resultados obtidos na realização do trabalho. Por exemplo: no caso da areia argilosa (amostra C), a média dos valores obtidos com a estimativa proposta foi igual a 33,90°, enquanto o valor teórico, obtido pelo ensaio de

cisalhamento direto, foi de $40,6^\circ$. Houve, portanto, uma variação de 16,50% entre os dois valores. No segundo caso, considerando o solo argiloso (amostra D), a média dos valores obtidos com a estimativa foi igual a $35,26^\circ$, enquanto o valor teórico, obtido pelo ensaio supracitado, foi de $27,0^\circ$. Ou seja, houve variação de 30,59% entre os dois valores.

Sendo assim, de acordo com os dados do ensaio de cisalhamento direto, percebe-se que as amostras constituídas com algum percentual por argila – aquelas que apresentaram o maior desvio em relação ao valor esperado, como constatado acima – possuem também maior coesão do que nos outros solos. Tendo por base a análise desses casos, deve-se constatar que esse parâmetro de resistência é, de fato, um fator decisivo na aplicabilidade da estimativa.

Em contrapartida, as análises feitas com as duas areias (amostras A e B) forneceram resultados coerentes em relação aos valores obtidos pelo ensaio de cisalhamento direto. Para a areia média e grossa com pedregulhos finos (amostra A), o ângulo obtido segundo o modelo proposto foi $33,04^\circ$, enquanto o ângulo obtido pelo ensaio consagrado foi $33,2^\circ$. Em outras palavras, houve desvio percentual de 0,48% entre os dois valores. O ângulo de atrito para areia fina e média (amostra B) obtido pela estimativa proposta foi $31,03^\circ$, e o ensaio de cisalhamento direto apontou um ângulo de $31,2^\circ$, indicando um desvio percentual de 0,54% entre os dois valores.

Os resultados obtidos permitem constatar que o modelo didático proposto para a estimativa do ângulo de atrito interno de solos secos é válido para alguns solos e fornece dados coerentes para agregados sem coesão, como no caso das areias das amostras A e B.

Deve-se ressaltar, ainda, que os reduzidos coeficientes de variação dos dados da estimativa reforçam a validade das aferições, visto que por meio dessa grandeza conclui-se que a estimativa é satisfatoriamente reproduzível.

5 CONCLUSÃO

No âmbito do projeto de elaboração e implementação de modelos físicos relacionados

à Mecânica dos Solos reside à lógica de que os conceitos explanados em salas de aula podem ser assimilados com maior facilidade por meio de experimentos práticos, demonstrando a relevância da aplicação tanto para os docentes, quanto para seus alunos – que aguçam a intuição e o conhecimento na área geotécnica. Desse modo, essa estimativa proposta mostra-se importante pela sua finalidade prática e didática.

Ressalta-se que os resultados obtidos com a experimentação envolvida neste trabalho demonstraram que, além de importância, existe viabilidade em modelos com essa ideologia. Nesse contexto, a praticidade do ensaio pode ser útil a estimativas envolvendo alguns tipos de solos. A classificação granulométrica e a determinação de outras propriedades físicas e mecânicas destes – como a coesão – aparecem, dessa forma, como fator indispensável para o conhecimento dos agregados com estimativa aplicável, bem como para a qualificação dos diferentes elementos que podem interferir na determinação do parâmetro desejado. Assim, como foi possível constatar por intermédio das análises dos resultados envolvendo a estimativa e ensaios consagrados – como o cisalhamento direto e compressão triaxial – concluiu-se que a aplicação do modelo é restrita a solos secos e pouco coesivos. Por consequência, torna-se possível determinar uma aproximação para um parâmetro com importância clara no estudo da resistência dos solos, que é o ângulo de atrito, e, conjuntamente, obtém-se um exemplo de aplicação prática que pode auxiliar na estimativa de um parâmetro de resistência de suma importância para a geotecnia.

AGRADECIMENTOS

Os autores agradecem à Universidade de São Paulo, responsável financeira do projeto de desenvolvimento de “Modelos físicos didáticos para ensino de Mecânica dos Solos”. Agradecimentos especiais ao técnico do Laboratório de Mecânica dos Solos da EESC-USP, José Luis Guerra, em função do apoio prestado à realização dos ensaios presentes no artigo, e à mestranda do Programa de Pós-Graduação em Geotecnia da EESC-USP, Yara

Barbosa Franco, pela ajuda na finalização dos resultados.

REFERÊNCIAS

- ABNT NBR 7181:1984 Versão Corrigida: 1988 – Solo – Análise granulométrica.
- Caputo, H.P. *Mecânica dos Solos e Suas Aplicações*. Rio de Janeiro: LTC, 6^a edição, 1996.
- Das, B.M. *Fundamentos de Engenharia Geotécnica*. Thomson Pioneira, São Paulo, 2006.
- Hornbaker, D.; Albert, R.; Albert, I.; Barabasi, A.L.; Schiffer, P. What keeps sandcastles standing? *Nature* 387, p. 765 (1997).
- Maleki, H.; Ebrahimi, F.; Oskoe, E.N. (2008) The angle of repose of spherical grains in granular Hele–Shaw cells: a molecular dynamics study. *Journal of Statistical Mechanics: Theory and Experiment*, p. 15.
- Pinto, C.S. *Curso Básico de Mecânica dos Solos*. 2^a. Edição, Oficina de Textos, São Paulo, 2002.
- Santana, T.; Lamas, P. Modelos físicos simples de apoio ao ensino da geotecnia. *10º Congresso Nacional de Geotecnia*, SPG, 8 p. (2006).
- Silva, F.S.; Corrêa, P.C.; Calil-Júnior, C. Ângulo de Repouso, Atrito Interno e Efetivo dos Grãos de Café com Pergaminho. *Revista Brasileira de Produtos Agroindustriais*, Campina Grande, v.8, n.1, p.17-23, 2006.