



CONTROLE PREDITIVO BASEADO EM MODELO VIA ALGORITMO RECURSIVO DE REALIZAÇÃO DE AUTO-SISTEMA

Arnaldo Pinheiro de Azevedo Júnior¹

Universidade Federal do Maranhão, UFMA, São Luís, MA

Ginalber Luiz de Oliveira Serra²

Instituto Federal do Maranhão, IFMA, São Luís, MA

Resumo. Neste artigo é proposta uma metodologia de Controle Preditivo Baseado em Modelo (MPC) estimado recursivamente via Algoritmo de Realização de Auto-Sistemas (ERA). É realizada a identificação recursiva dos parâmetros de *Markov*, matrizes do sistema com base em dados de entrada-saída. Em seguida, um algoritmo de controle preditivo é utilizado para calcular a ação de controle a cada intervalo de amostragem para controlar um sistema com restrições. Por fim, a metodologia proposta é aplicada ao controle de um processo térmico. Controle Preditivo Baseado em Modelo, Identificação no Espaço de Estados, Algoritmo de Realização de Auto-Sistemas. **Palavras-chave.** Controle Preditivo Baseado em Modelo, Identificação no Espaço de Estados, Algoritmo de Realização de Auto-Sistemas.

1 Introdução

O Controle Preditivo Baseado em Modelo (do inglês, *Model Predictive Control*, MPC) tornou-se muito importante para o controle de processos sujeitos à restrições na indústria [3]. Como qualquer outro controlador baseado em modelo, o desempenho do MPC depende muito da qualidade do modelo que está sendo usado. Ainda que seja possível representar alguns desses processos por meio de um modelo fixo, linear ou não, mudanças inevitáveis na dinâmica ao longo do tempo, por exemplo devido a variações de matéria-prima ou desgaste de equipamentos, fazem com que o modelo deva ser atualizado regularmente. Desse modo, há uma demanda emergente por modelos e técnicas de identificação mais eficientes. [2, 7, 8].

Em [1] é proposto o MPC múltiplo, que consiste na combinação de técnicas de redução de modelos sem equações, para identificar o subespaço de modos lentos e obter um modelo

¹arnaldoee.ifma@gmail.com

²ginalber@ifma.edu.br

linear de ordem reduzida local. Em [8] é realizada uma combinação do método de identificação dos subespaços e MPC de dupla camada. Em [2] é proposta uma nova abordagem de monitoramento de desempenho de MPC em malha fechada para detectar o desfaseamento entre modelo e planta dentro de formulações de espaço de estados por meio de projeções subespaciais e testes de hipóteses estatísticas.

Uma técnica especialmente útil na identificação de sistemas no espaço de estados é o Algoritmo de Realização de Auto-Sistemas (do inglês, *Eigensystem Realization Algorithm*, ERA) que foi desenvolvido com base na teoria de realização mínima [4]. Este, por sua vez, mostrou-se eficiente para identificação aplicada a controle em tempo real de sistemas estocásticos [10]. Por se tratar de um algoritmo de realização mínima, o ERA é uma alternativa eficiente para reduzir o esforço computacional no cálculo da lei de controle do MPC.

Neste trabalho é proposta uma metodologia controle preditivo com modelo identificado recursivamente via algoritmo de realização de auto-sistemas. Para validar a eficiência da mesma, é realizado um estudo de caso com um processo térmico SISO.

2 Identificação no Espaço de Estados via Algoritmo ERA Recursivo

Considera-se o sistema linear descrito pelo modelo no espaço de estados dado por

$$\begin{cases} x(k+1) = \mathbf{A}x(k) + \mathbf{B}u(k) \\ y(k) = \mathbf{C}x(k) + \mathbf{D}u(k) \end{cases} \quad (1)$$

onde $x(k) \in \mathbb{R}^n$, $u(k) \in \mathbb{R}^m$, e $y(k) \in \mathbb{R}^p$ são o estado, entrada, e saída do sistema, respectivamente, e $\mathbf{A}$, $\mathbf{B}$, $\mathbf{C}$ e $\mathbf{D}$ são matrizes de dimensões apropriadas contendo os parâmetros do sistema. Para obtê-las, a partir de dados de entrada-saída, é necessário estimar os parâmetros de *Markov* do sistema [4].

Definindo as matrizes

$$\bar{\mathbf{V}}_q(k-1) = \begin{bmatrix} u(q+1) & u(q+2) & \dots & u(k) \\ v(q) & v(q+1) & \dots & v(k-1) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ v(1) & v(2) & \dots & v(k-q) \end{bmatrix}$$

e

$$\bar{\mathbf{y}}(k) = [y(q+1), y(q+2), \dots, y(k)]$$

onde $\bar{\mathbf{V}}_q(k-1) \in \mathbb{R}^{s \times (k-q)}$, com $s = (m+p)q + m$, é a matriz de dados de entrada-saída, $v(k) = [u^T(k), y^T(k)]^T$ e $\bar{\mathbf{y}}(k)$ é a matriz de dados de saída. Se $(k-q) > s$ e o posto de $\bar{\mathbf{V}}_q(k-1)$ é s , calcula-se os parâmetros de *Markov* ($\bar{\mathbf{Y}}$) por meio da seguinte solução em batelada via mínimos quadrados:

$$\bar{\mathbf{Y}}(k) = \bar{\mathbf{y}}(k) \bar{\mathbf{V}}_q^T(k-1) [\bar{\mathbf{V}}_q(k-1) \bar{\mathbf{V}}_q^T(k-1)]^{-1} \quad (2)$$

Quando novos dados tornam-se disponíveis, ou seja, $u(k+1)$ e $y(k+1)$, a matriz $\bar{\mathbf{Y}}(k)$ deve ser atualizada de acordo com o seguinte conjunto de equações

$$\begin{cases} G_q(k) &= \frac{v_q(k)v_q^T(k)\mathbf{P}_q(k-1)}{\lambda + v_q^T(k)\mathbf{P}_q(k-1)v_q(k)} \\ \bar{\mathbf{Y}}(k+1) &= \bar{\mathbf{Y}}(k) + [y(k+1) - \hat{y}(k+1)]G_q(k) \\ \mathbf{P}_q(k) &= \lambda^{-1}\mathbf{P}_q(k-1)[I - v_q(k)G_q(k)] \end{cases} \quad (3)$$

onde λ é o fator de esquecimento, $v_q(k-1) = [u(k)^T, v(k-1)^T, \dots, v(k-q)^T]^T$, $\mathbf{P}_q$ é a matriz de covariância e $\hat{y}(k+1) = \bar{\mathbf{Y}}(k)v_q(k)$ é a saída do modelo estimado.

Para calcular as matrizes do sistema utilizou-se o Algoritmo de Realização de Auto-Sistema (do inglês *Eigensystem realization algorithm*, ERA) que inicia com a formação da matriz de *Hankel* ($\mathbf{H}(0)$) formada a partir dos parâmetros de *Markov* ($\bar{\mathbf{Y}}$) da seguinte forma:

$$\begin{cases} \mathbf{A} &= \Sigma^{-1/2}\mathbf{\Lambda}^T\mathbf{H}(1)\mathbf{S}\Sigma^{-1/2}, \\ \mathbf{B} &= \text{primeiras } n \text{ colunas de } \Sigma^{1/2}\mathbf{S}^T, \\ \mathbf{C} &= \text{primeiras } p \text{ linhas de } \mathbf{\Lambda}\Sigma^{1/2}, \\ \mathbf{D} &= \bar{\mathbf{Y}}(0). \end{cases} \quad (4)$$

onde $\mathbf{H}(0) = \mathbf{\Lambda}\mathbf{\Sigma}\mathbf{S}^T$ obtido por meio de uma decomposição em valores singulares.

3 Metodologia de Controle Preditivo Baseado Modelo via Algoritmo ERA

O problema de Controle Preditivo Baseado em Modelo (do inglês, *Model Predictive Control*, MPC) consiste na minimização do funcional

$$V(k) = \sum_{i=H_\omega}^{H_p} \|\hat{y}(k+i|k) - r(k+i|k)\|_Q^2 + \sum_{j=1}^{H_c} \|\Delta\hat{u}(k+i-1|k)\|_R^2 \quad (5)$$

sujeito a $\Omega [\Delta\hat{u}(k|k)^T, \dots, \Delta\hat{u}(k+H_c-1|k)^T]^T < \omega(k)$, em que:

- H_ω, H_p = horizonte de predição inicial e final;
- H_c = horizonte de controle;
- $\hat{y}(k+i|k), \Delta\hat{u}(k+i-1|k)$ = predição de saída e esforço de controle no instante $k+i$;
- $r(k+i|k)$ = trajetória de referência futura;
- Q, R = matrizes de ponderação de saída e controle;
- $\Omega e \omega(k)$ = matrizes de restrições.

Para realizar a predição adotou-se a representação de modelo no espaço de estados descrita na equação (1). Quanto ao mecanismo de minimização da função custo utilizou-se o *método dos pontos interiores* [1].

A metodologia proposta consiste em duas etapas. A primeira etapa, *off-line*, é a identificação do modelo da equação (1) com N pares de entrada-saída coletados do sistema

com base nas equações (2) e (4). A segunda etapa, *on-line*, consiste no fechamento da malha de controle com o mecanismo de adaptação recursiva do modelo do sistema. Esta última, por sua vez, é descrita (no instante k) com a seguinte sequência de passos:

1. Atualização da trajetória de referência $r(k+i)$ para $H_\omega \leq i \leq H_p$;
2. Atualização das restrições Ω e $\omega(k)$;
3. Cálculo da sequência de controle $[\Delta\hat{u}(k|k)^T, \dots, \Delta\hat{u}(k+H_c-1|k)^T]^T$ com o *método dos pontos interiores*;
4. Atualização dos parâmetros de *Markov* $\bar{\mathbf{Y}}(k+1)$ com base na equação (3);
5. Atualização das matrizes $\mathbf{A}$, $\mathbf{B}$, $\mathbf{C}$ e $\mathbf{D}$ com base na equação (4);
6. Retornar ao passo 1.

4 Resultados Experimentais

A plataforma de controle utilizada nos resultados experimentais é composta de um processo térmico não-linear monovariável, o *software LabVIEWTM (Laboratory Virtual Instrument Engineering Workbench)*, o CompactRIO 9073, o módulo para entrada analógica NI 9219, o módulo para saída analógica NI 9263, o sensor de temperatura LM 35 e o atuador CI TCA 785. O processo térmico é monofásico a 220 Volts em corrente alternada, com faixa de temperatura no intervalo de 25 °C a 200 °C. O *LabVIEWTM* é um ambiente de desenvolvimento flexível que contém todas as ferramentas para projetar e implementar sistemas de medição e controle. Na Fig.1 é apresentado um diagrama que ilustra o esquema de funcionamento do sistema.

Na etapa de identificação inicial dos parâmetros do modelo, é utilizado um conjunto de $N = 1000$ amostras obtidas experimentalmente a uma taxa de amostragem de 1s conforme Fig. 2. Por se tratar de um sistema SISO, $m = p = 1$ e ordem do modelo obtido foi de $n = 2$.

Os parâmetros utilizados na etapa de controle são $H_\omega = 1$, $H_p = 15$, $H_u = 3$. As matrizes de ponderação $Q(i) = 1$, com $i = H_\omega, \dots, H_p$ e $R(i) = 1$, com $i = 0, \dots, H_u - 1$. O sistema de controle proposto foi submetido a quatro referências de temperatura: 120°C de 0s até 500s, 60°C de 501s até 1000s, 140°C de 1001s até 1500s e 80°C de 1501s até 2000s.

Para garantir que atuador opere dentro dos limites possíveis, foram definidas duas restrições na variável de entrada do sistema, o mínimo de 0Volts e máximo de 220Volts. Não foi definida qualquer restrição à variável Δu . Da Fig.3, que apresenta a ação de controle, é possível verificar que a mesma mantém-se dentro dos limites especificados nas restrições de entrada. As restrições na variável de saída, por outro lado, eram atualizadas a cada instante de tempo e feitas iguais ao sinal de referência. Durante a primeira referência (120°C) a restrição foi máxima de 120°C, na segunda a restrição foi mínima em 60°C, na terceira a restrição foi máxima em 140°C e na quarta a restrição foi mínima em 80°C.

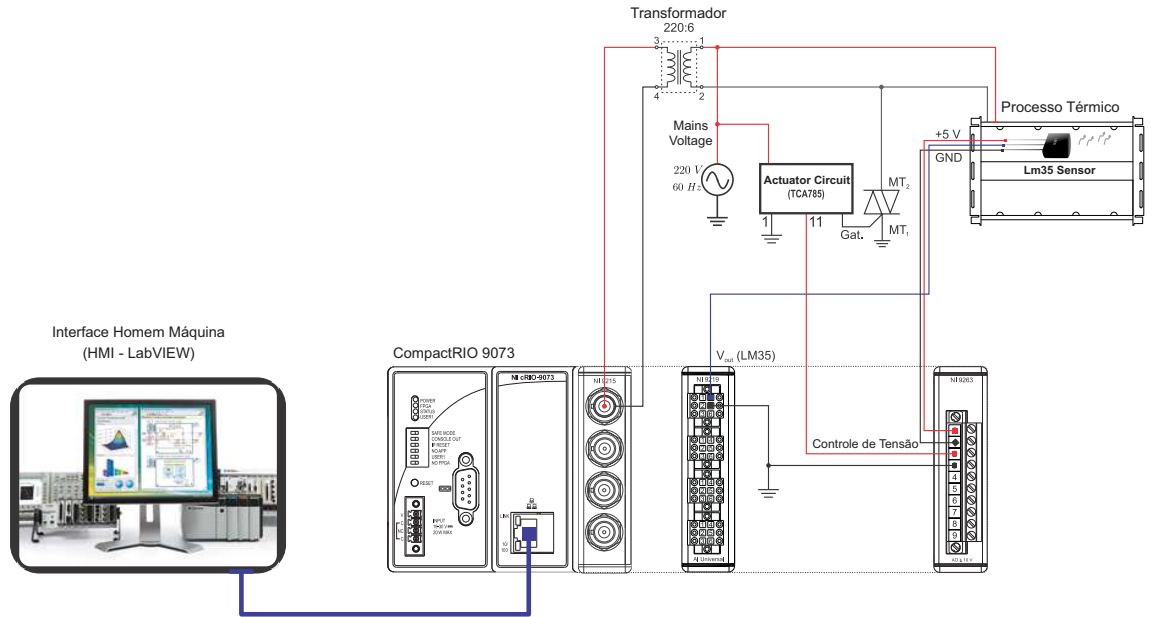


Figura 1: Esquema de funcionamento do sistema térmico.

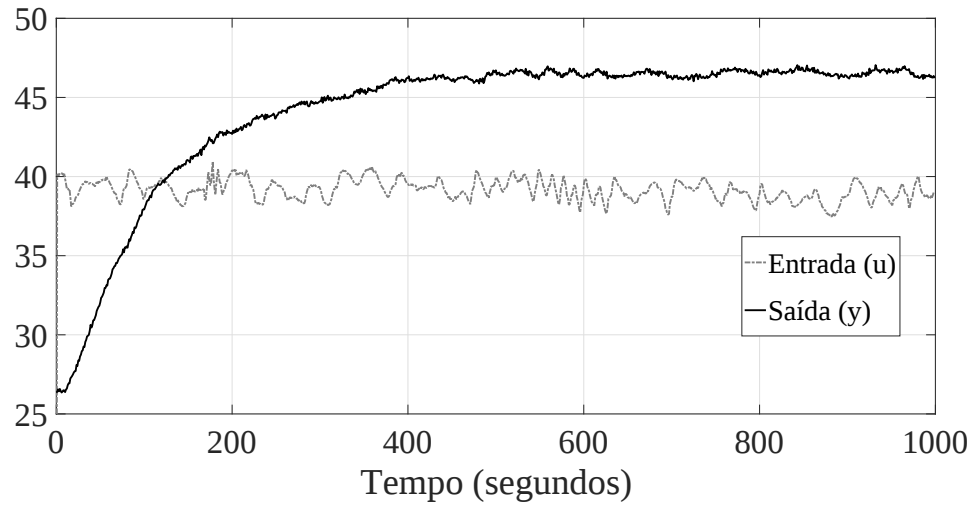


Figura 2: Dados entrada-saída para identificação.

Na Fig.4 apresenta-se o comportamento da saída do sistema real, bem como a saída do modelo identificado recursivamente via algoritmo ERA. Adotando o critério de regime em 1%, o sistema apresentou, durante a primeira referência (120°C), tempo de acomodação de 52s, na segunda (60°C) 116s, na terceira (140°C) 40s e na quarta (80°C) 82s.

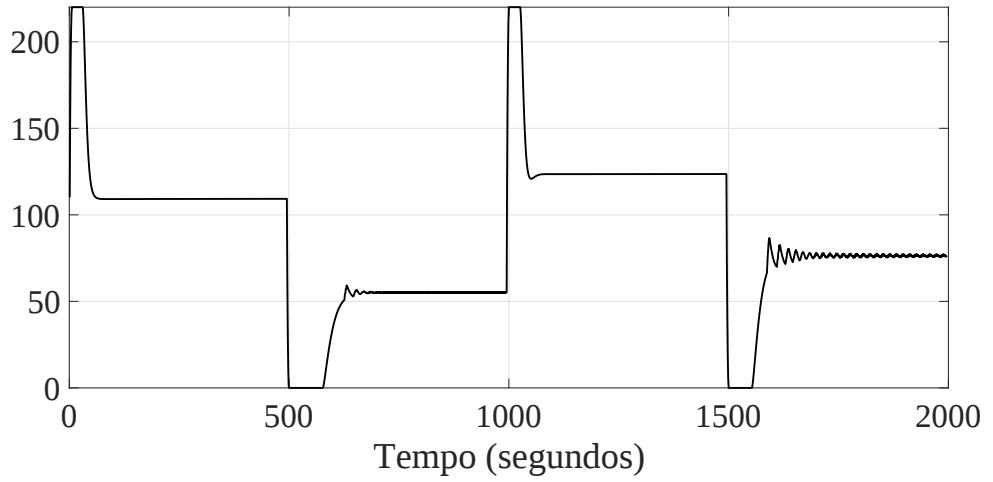


Figura 3: Ação de controle u em Volts.

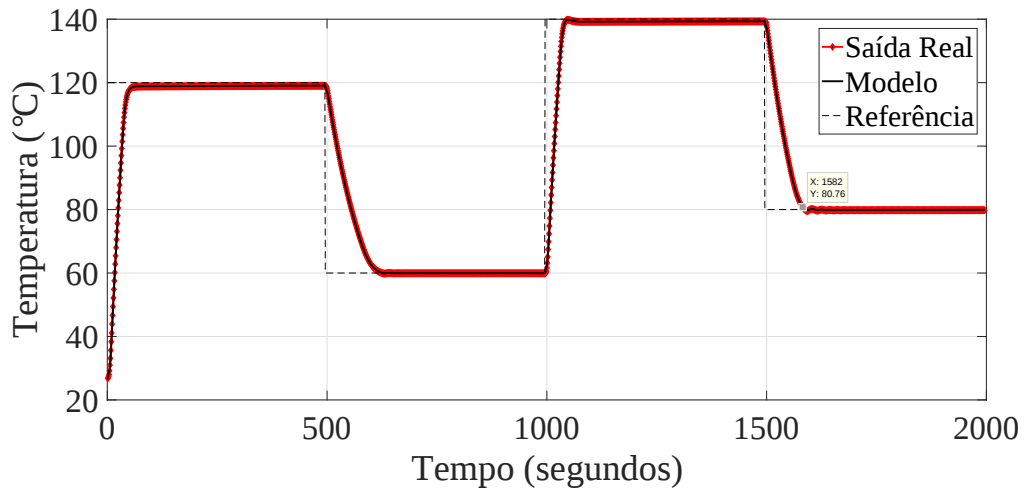


Figura 4: Saída y em $^{\circ}C$.

5 Conclusões

A metodologia de projeto proposta neste artigo, que consiste em um controlador preditivo baseado em modelo estimado via algoritmo de realização de auto-sistemas, mostrou ser uma eficaz ferramenta aplicada ao controle de sistemas. Percebeu-se que apesar de fazer uso de um algoritmo de controle linear, cuja função custo é convexa, ainda pode ser facilmente aplicado a alguns tipos de sistemas incertos, não lineares e variantes com o tempo graças ao mecanismo de identificação recursiva a partir de dados entrada-saída no espaço de estados.

Agradecimentos

Os autores gostariam de agradecer ao IFMA, UFMA e CAPES pelo apoio financeiro no desenvolvimento deste trabalho.

Referências

- [1] I. Bonis and W. Xie and C. Theodoropoulos, Multiple Model Predictive Control of Dissipative PDE Systems, *IEEE Transactions on Control Systems Technology* (2014).
- [2] J. Chen and J. Yu and J. Mori, Closed-loop subspace projection based state-space model-plant mismatch detection and isolation for MIMO MPC performance monitoring, *52nd IEEE Conference on Decision and Control* (2013).
- [3] Afrooz Ebadat and Patricio E. Valenzuela and Cristian R. Rojas and Bo Wahlberg, Model Predictive Control oriented experiment design for system identification: A graph theoretical approach, *Journal of Process Control* (2017).
- [4] J.N. Juang, *Applied System Identification*, Prentice Hall (1994).
- [5] D.G. Luenberger and Y. Ye, *Linear and Nonlinear Programming*, International Series in Operations Research & Management Science, Springer US (2008).
- [6] J.M. Maciejowski, *Predictive Control: With Constraints*, Pearson Education, Prentice Hall (2002).
- [7] Rohit S. Patwardhan and R. Bhushan Goapluni, A moving horizon approach to input design for closed loop identification, *Journal of Process Control* (2014).
- [8] Hongguang Pan and Hainan Gao, A combinatory study on MPC with subspace identification, steady-state target calculation and dynamic quadratic control, *Proceeding of the 11th World Congress on Intelligent Control and Automation* (2014).
- [9] Min Xu and Shaoyuan Li, Practical generalized predictive control with decentralized identification approach to {HVAC} systems, *Energy Conversion and Management* (2007).
- [10] C.-Y. Wu and J.S.-H. Tsai and S.-M. Guo and L.-S. Shieh and J.I. Canelon and F. Ebrahimzadeh and L. Wang, A novel on-line observer/Kalman filter identification method and its application to input-constrained active fault-tolerant tracker design for unknown stochastic systems, *Journal of the Franklin Institute* (2015).