

**DINCON 2017**CONFERÊNCIA BRASILEIRA DE DINÂMICA, CONTROLE E APLICAÇÕES
30 de outubro a 01 de novembro de 2017 – São José do Rio Preto/SP

Aplicação de PID fracionário e inteiro com filtro de Kalman sintonizados por algoritmo genético

Nemerson Destefani Bernardes¹Felipe Alcântara de Castro²Pablo France Salarolli³Marco Antônio de Souza Leite Cuadros⁴Gustavo Maia de Almeida⁵

IFES - Instituição Federal do Espírito Santo, Manguinhos, 29173-087 – Serra – ES

Resumo. Este trabalho apresenta a implementação do controlador PID de ordem inteira e fracionária, em um ambiente de simulação e numa planta de pressão com considerável ruído. Adicionalmente, para o tratamento da variável do processo é empregado o Filtro de Kalman, na redução de ruídos. Para efeito de comparação, todos os testes são efetuados nos dois tipos de controladores, usando um mesmo método para sintonia, o Algoritmo Genético. A avaliação de desempenho e comparação é efetuada através do cálculo do IAE e ITAE, tempo de assentamento, variabilidade do sinal de controle e percentual de ultrapassagem máxima. Os resultados das simulações e do teste prático são apresentados demonstrando as vantagens do emprego do controlador fracionário e do Filtro de Kalman.

Palavras-chave. Filtro de Kalman, Algoritmo Genético, PID fracionário

1 Introdução

O avanço da capacidade de processamento computacional tem propiciado um grande desenvolvimento e surgimento de diversas pesquisas, com emprego de controladores fracionários em várias áreas e processos da engenharia [7]. Enquanto os controladores PID de ordem inteira estão consolidados nos meios acadêmicos e na indústria, somente nas últimas quatro décadas novos trabalhos passaram a explorar controladores fracionários [5]. O PID fracionário é apresentado na forma mnemônica como $PI^{\lambda}D^{\mu}$, introduzindo dois novos parâmetros λ e μ , conhecidos como a ordem fracionária integral e derivativa, respectivamente [6].

¹ nemerson@bol.com.br

² facalcantara@hotmail.com

³ pablo_salarolli@hotmail.com

⁴ marcoantonio@ifes.edu.br

⁵ gmaia@ifes.edu.br

Já o filtro de Kalman pode ser descrito como um estimador para o problema gaussiano linear quadrático, baseado nas equações diferenciais de Riccati [4]. Tal problema consiste na estimação dos estados instantâneos de um sistema linear dinâmico perturbado por ruído gaussiano branco.

Neste trabalho, o controlador é aplicado numa planta de pressão, de rápida resposta, onde a variável de processo é contaminada por ruído branco. Como o tipo de ruído e o modelo do processo são conhecidos, o Filtro de Kalman foi utilizado para atenuar tal ruído. Para a avaliação do desempenho dos controladores são usados o IAE (*Integral Absolute Error*), ITAE (*Integral of Time Weighted Absolute Error*), variabilidade (Var), o tempo de assentamento (TA) e o sobressinal (OS). A sintonia de ambos controladores foi realizada através de métodos semelhantes, com o uso da busca dos parâmetros K_p , K_i , K_d , λ e μ pelo método de Algoritmos Genéticos (AG).

2 O Controlador PID Fracionário

O controlador PID fracionário, representado por $PI^\lambda D^\mu$, usa o cálculo fracionário para o projeto de controladores conforme apresentado na equação 1.

$$G(s) = K_p + K_i s^{-\lambda} + K_d s^\mu \quad (1)$$

Segundo Chen [2], os sistemas dinâmicos reais são melhor representados por equações diferenciais fracionárias e assim melhor controlados por equações diferenciais fracionárias. Para a implementação discreta do $PI^\lambda D^\mu$ empregada neste estudo é utilizada a definição de Grunwald-Letnikov conforme mostram as equações 2 e 3.

$${}_a D_t^\alpha f(t) = \lim_{T \rightarrow 0} \left(\frac{1}{T^\alpha} \sum_{j=0}^{\left[\frac{t-a}{T} \right]} (-1)^j \binom{\alpha}{j} f(t-jh) \right) \quad (2)$$

onde:

$$\binom{\alpha}{j} = \begin{cases} 1 & \text{para } j=0, \\ \frac{\alpha(\alpha-1)(\alpha-2)\dots(\alpha-j+1)}{j!} & \text{para } j \geq 1, \end{cases} \quad (3)$$

sendo $\left[\frac{t-a}{T} \right]$ a parte inteira do coeficiente fracionário, e T o tempo de amostragem. Como mencionado por Podlubny [5], a equação 2 pode ser reescrita conforme a equação 4.

$$({}_{t-L}) D_t^\alpha f(t) \approx T^{-\alpha} \sum_{j=0}^{[N(t)]} b_j f(t-jT) \quad (4)$$

onde L é chamado de “tamanho da memória”, $N(t) = \min \left\{ \left[\frac{t}{T} \right], \left[\frac{L}{T} \right] \right\}$, e o termo b_j o coeficiente binomial calculado recursivamente através da equação 5.

$$b_0 = 1; b_j = \left(1 - \frac{1+\alpha}{j} \right) b_{j-1} \text{ sendo } j \geq 1. \quad (5)$$

Uma das grandes vantagens do controlador fracionário é permitir uma maior gama de valores de sintonia em comparação com o PID inteiro.

3 A Planta de pressão

A planta de testes utilizada para validação e avaliação dos controladores e do filtro é a planta de pressão mostrada na Figura 1(a), que é um processo de segunda ordem. Observa-se que a planta é levemente não linear, conforme pode visto nas curvas da Figura 1(b). A planta é composta por um tanque de água, um cilindro e uma bomba, onde o líquido é bombeado do tanque para o cilindro e, conseqüentemente, o ar localizado na parte superior do cilindro é comprimido. A pressão deste ar comprimido é a variável de processo, medida mbar.

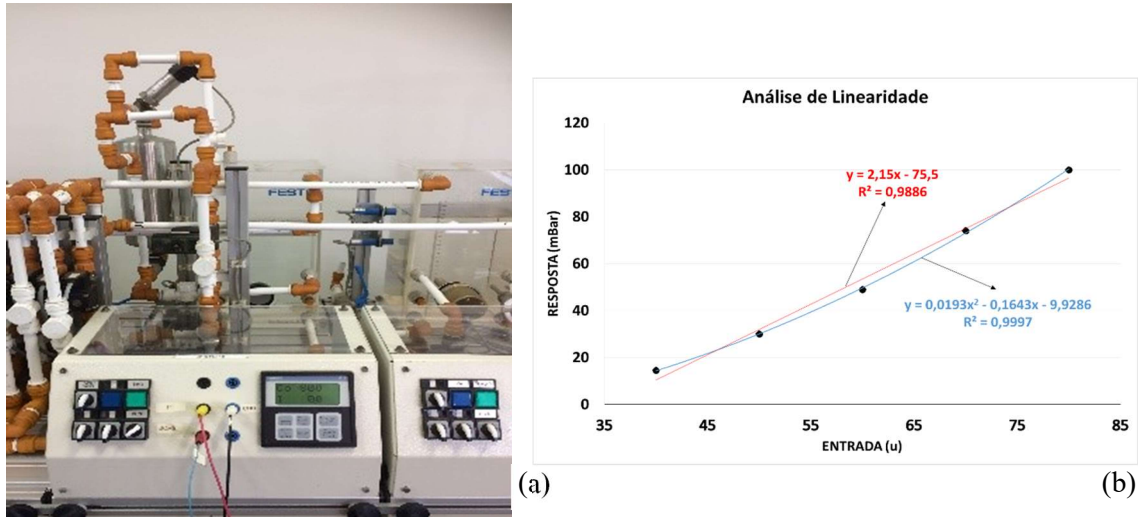


Figura 1: a) Planta de pressão para testes práticos b) Gráfico da pressão x u

Para a determinação do modelo da planta foi realizado um ensaio de resposta ao degrau, aplicando-se degraus de 40% até 80% no atuador, coletando o sinal de resposta (variável de processo – pressão). A equação do processo foi obtida através do Matlab®, pelo *toolbox Ident – System Identification*. O resultado obtido pode ser observado na equação 6.

$$G(s) = \frac{25,77}{s^2 + 2,85s + 12,04} \quad (6)$$

A mesma equação 6 pode ser reescrita em espaço de estados através da equação 7.

$$A = \begin{bmatrix} 1,94 & -0,945 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} 0,0625 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (7)$$

$$C = [0,0378 \quad 0,0370] \quad D = [0]$$

4 Implementação e sintonia dos PIDs e Filtro de Kalman

A seleção dos parâmetros comuns aos controladores (K_p , K_i , K_d) e específicos do de ordem fracionária (μ e λ) foi obtida pelo AG. Como função *fitness* do AG utilizou-se o IAE, equação 8. Quanto aos dados de entrada do AG empregou-se os seguintes parâmetros: 200 indivíduos para o tamanho da população, 10 gerações, 75% de taxa de cruzamento e 1% de taxa de mutação.

$$IAE = \int_0^T |e(t)| dt, \quad (8)$$

sendo $e(t)$ a diferença entre a variável de processo e o sinal de referência no instante t .

4.1 Controladores PID

A implementação dos controladores foi realizada empregando-se o *software* LabVIEW®, da *National Instruments*. Para tanto, inicialmente o cálculo fracionário é efetuado, sendo necessária a obtenção do coeficiente binomial b_j , equação 5, calculado conforme ilustra a Figura 2 (a). Posteriormente procede-se com a obtenção do operador fracionário ou operador de Grunwald-Letnikov, equação 4, sendo sua implementação mostrados também na Figura 2.

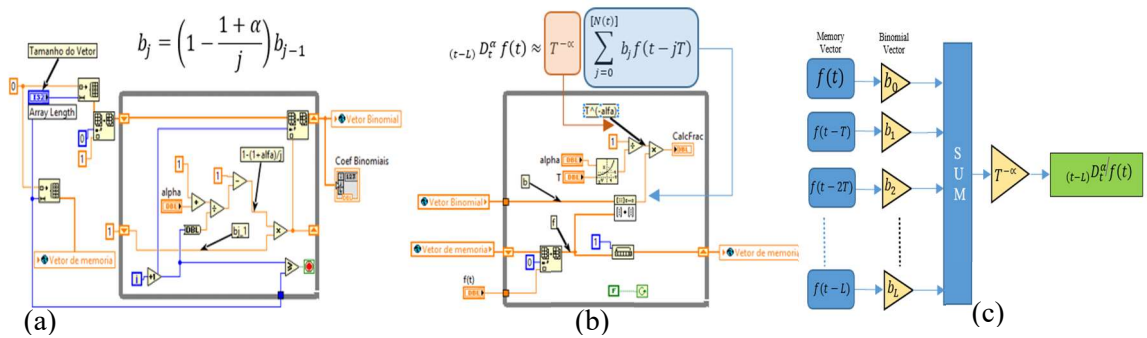


Figura 2: Implementação do $PI^\lambda D^\mu$ a) Cálculo dos coeficientes binomiais; b) Operador fracionário; c) Diagrama do operador Grunwald-Letnikov

Na Figura 3(a) é ilustrado o programa implementado no LabVIEW®, para o controlador fracionário, onde temos a construção de um vetor binomial e de memória para cada ação de controle (integral e derivada), e na Figura 3(b) é mostrada a interface gráfica implementada no LabVIEW® para os testes.

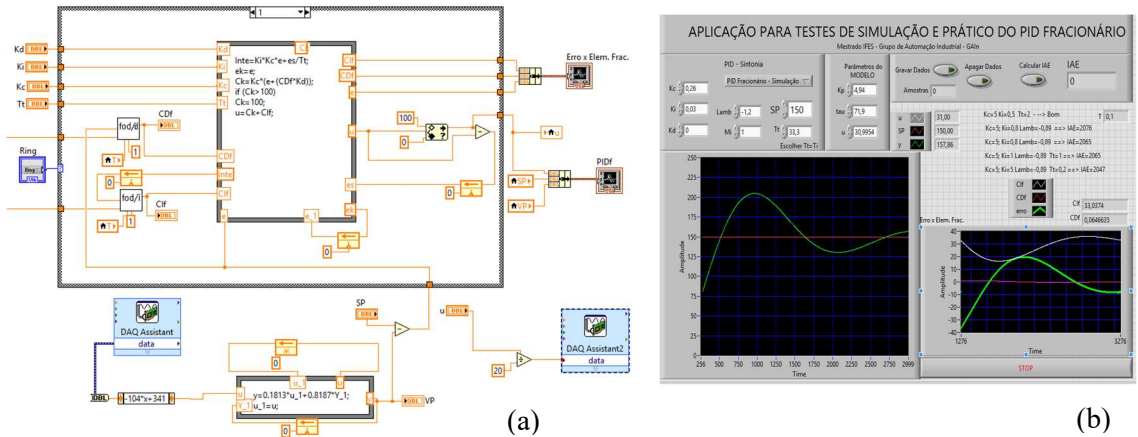


Figura 3: a) O $PI^\lambda D^\mu$ no ambiente de programação b) Painel de controle do LabVIEW®

4.2 Filtro de Kalman

O Filtro de Kalman minimiza a média quadrática do erro do estado estimado usando o modelo da planta, sendo uma ferramenta indicada para diminuir os ruídos sem provocar atrasos na medição da variável do processo. O filtro de Kalman foi implementado no LabVIEW® conforme se mostra na Figura 4 (b), seguindo as equações mostradas na Figura 4 (a).

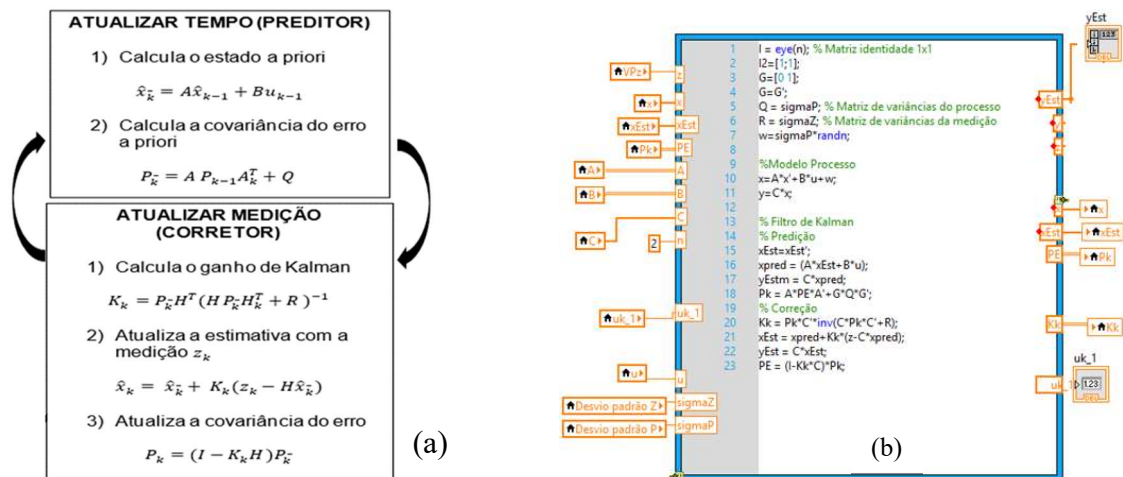


Figura 4: a) Equações do Filtro de Kalman b) Implementação do Filtro de Kalman no LabVIEW®

5 Resultados

A Tabela 1 mostra a sintonia dos controladores PID e $PI^{\lambda}D^{\mu}$ obtidas por AG desenvolvido por Almeida [1], e adaptado pelos autores deste trabalho para o $PI^{\lambda}D^{\mu}$.

Tabela 1: Sintonia PIDs Algoritmo Genético

SINTONIA	Kp	Ki	Kd	μ	λ
PID	0,57	1,97	0,27	-	-
$PI^{\lambda}D^{\mu}$	0,65	1,97	0,27	1,02	1,02

5.1 Resultados de simulação no LabVIEW®

Os resultados dos controladores podem ser observados na Figura 5.

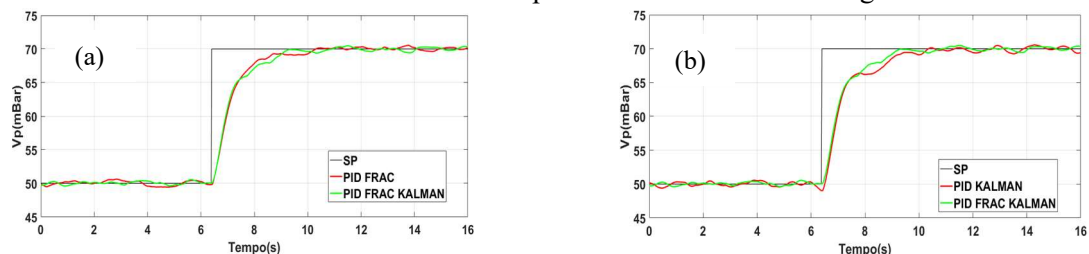


Figura 5: Resposta em Simulação (a) $PI^{\lambda}D^{\mu}$ com e sem de Kalman (b) PID e $PI^{\lambda}D^{\mu}$ com Kalman

A Tabela 2 apresenta quantitativamente os indicadores de desempenho IAE, ITAE, sobressinal (OS), tempo de assentamento (TA) e variabilidade (Var), calculados para cada simulação apresentada.

Tabela 2: Resultados de simulação

Controlador	IAE	ITAE	OS (%)	TA (s)	Var
PID	23,25	181,75	1,33	2,44	0,119
PID C/ KALMAN	22,64	174,66	0,80	2,62	0,112
PI ^λ D ^μ	19,37	140,89	0,79	2,08	0,056
PI ^λ D ^μ C/ KALMAN	19,10	143,66	0,69	2,40	0,041

5.2 Resultados dos testes práticos

Tendo sido validados as simulações e a modelagem, prosseguiu-se para o ambiente prático com a aplicação das mesmas sintonias da Tabela 1. Seguindo a mesma sequência do item anterior, são apresentados os resultados gráficos para o PID, PI^λD^μ com e sem filtro de Kalman e por fim a variabilidade do sinal de controle dos dois controladores com o tratamento de sinal em um mesmo gráfico, Figura 6.

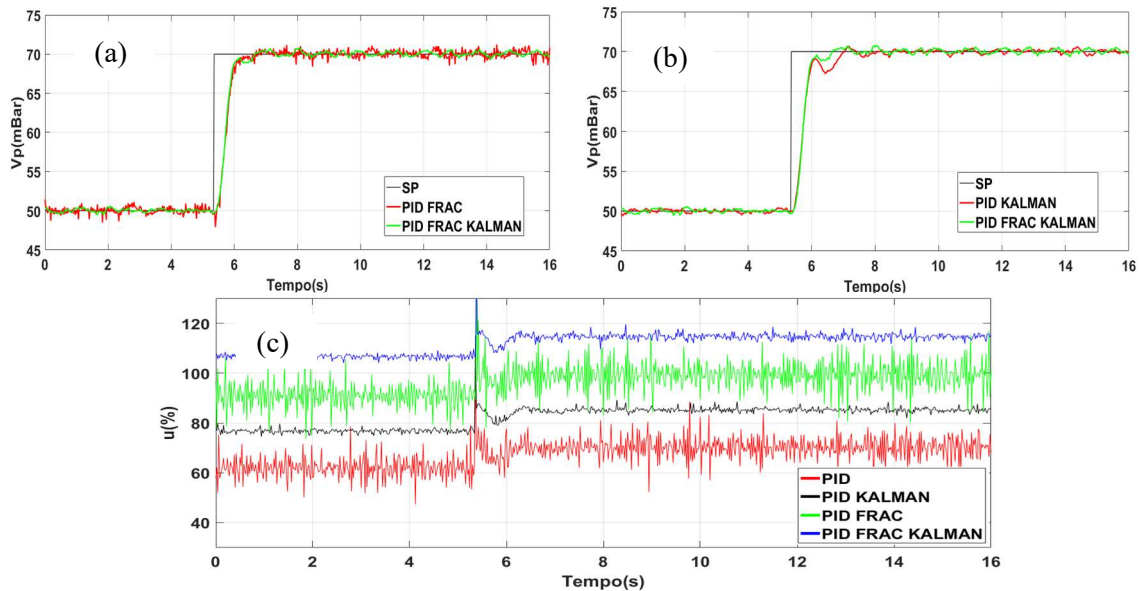


Figura 6: (a) PI^λD^μ com e sem de Kalman (b) PID e PI^λD^μ com Kalman (c) variabilidade do sinal de controle

A Tabela 3 apresenta todos os resultados calculados para cada um dos indicadores de desempenho.

Tabela 3: Resultados de testes práticos

Controlador	IAE	ITAE	OS (%)	TA (s)	Var
PID	13,97	150,4	2,14	3,62	20,02
PID C/ KALMAN	11,89	122,9	1,00	1,44	0,75
PI ^λ D ^μ	13,36	144,4	1,80	3,14	32,45
PI ^λ D ^μ C/ KALMAN	11,23	117,7	1,10	0,66	1,36

6 Conclusão

Este artigo apresenta a aplicação de controladores PID inteiro e fracionário em um processo de segunda ordem em ambiente de simulação e prático. Os resultados finais demonstram que o controlador fracionário alcança melhores resultados quantitativos, 5% melhor em relação ao ITAE, 16% menor em sobressinal e 14% de tempo mais rápido no assentamento. Contudo, o sinal de controle do $PI^{\lambda}D^{\mu}$ apresentou-se mais ruidoso e com maior variabilidade do sinal de controle.

A introdução do filtro de Kalman nos controladores aprimoraram todos os resultados, reforçando a performance do controle fracionário, exceção feita à variabilidade do sinal de controle, que embora não tenha sido melhor, apresentou mínima diferença em relação ao controlador inteiro, quando comparado aos controladores sem o filtro do sinal. Observa-se que o filtro de Kalman não introduziu atrasos no sinal de controle, como normalmente ocorre na inserção de um filtro passa baixo, demonstrando-se ótimo para o tratamento do sinal.

Em prosseguimento ao trabalho aqui apresentado, abre-se a oportunidade de avanço do estudo do PID fracionário aplicado a sistemas não lineares, com o emprego de lógica *fuzzy* em controle de trajetória de robôs, e em toda a faixa de operação da própria planta de pressão utilizada, devido sua não linearidade representar uma ótima aplicação para controles inteligentes de processos não lineares.

Referências

- [1] G. M. Almeida, Controle preditivo sintonizado via algoritmo genético aplicado em processos siderúrgicos. Tese de Doutorado em Controle Preditivo, UFES, (2011).
- [2] F. A. Castro, N. D. Bernardes, G. M. Almeida, M. A. S. L. Cuadros, (2016), Comparison of fractional and integer PID controllers tuned by genetic algorithm, 12th IEEE/IAS International Conference on Industry Applications, (2016).
- [3] Y. Chen, I. Petras, D. Xue, Fractional Order Control - A Tutorial. In American Control Conference, MO, IEEE, 1397- 1411, (2009).
- [4] T. S. Façanha, A. L. Carneiro, J. T. C. Filho, Filtro de Kalman via programação quadrática, Artigo SBAI, (2013).
- [5] I. Podlubny, The Laplace Transform Method for Linear Differential Equations of the Fractional Order, UEF, (1994).
- [6] I. Podlubny, Fractional differential equations: an introduction to fractional derivatives, fractional differential equations to methods of their solution and some of their applications, Academic Press, (1999).
- [7] D. Xue, C. Zhao, Y. Chen, Fractional Order PID Control of A DC-Motor with Elastic Shaft: A Case Study. In: AMERICAN CONTROL CONFERENCE, Proceedings of the 2006 American Control Conference, Elsevier Science Ltd, 3183 – 3187, (2006).