



DINCON 2017

CONFERÊNCIA BRASILEIRA DE DINÂMICA, CONTROLE E APLICAÇÕES

30 de outubro a 01 de novembro de 2017 – São José do Rio Preto/SP

Regulador Linear Quadrático Robusto Aplicado a um Quadricóptero Parrot Bebop 2.0

Marlon Adriano Dal' Sochio Paiva¹

Laboratório de Sistemas Inteligentes, Departamento de Engenharia Elétrica, USP, São Carlos, SP

João Roberto Soares Benevides²

Laboratório de Sistemas Inteligentes, Departamento de Engenharia Elétrica, USP, São Carlos, SP

Roberto Santos Inoue³

Departamento de Engenharia Elétrica, UFSCar, São Carlos, SP

Marco Henrique Terra⁴

Laboratório de Sistemas Inteligentes, Departamento de Engenharia Elétrica, USP, São Carlos, SP

Resumo. Neste trabalho, é apresentado um estudo de aplicação de um regulador robusto para controle de acompanhamento de trajetória utilizando um veículo aéreo não tripulado (VANT) do tipo quadricóptero. A análise aqui descrita, baseia-se em um modelo dinâmico identificado e os resultados de simulação mostram o desempenho frente a um regulador linear quadrático padrão.

Palavras-chave. Regulador Linear Quadrático, Regulador Robusto, VANT

1 Introdução

Na última década, o estudo de técnicas de controle para veículos aéreos não tripulados (VANTs) tem sido muito explorado em diversos trabalhos de pesquisa. Dentre os vários tipos de aeronaves, destaca-se o quadricóptero, por ser um VANT de asas rotativas que possui grande versatilidade, facilidade de se manter estável em voo de pairamento e executar manobras em qualquer direção. Diversas técnicas de controle foram utilizadas neste tipo de aeronave para diferentes objetivos, desde mapeamento aéreo, fotografia, tarefas de inspeção de edifícios, agricultura e sobre diversas condições de distúrbio e incertezas. Veja [1, 5, 6].

O controle de sistemas discretos tem sido fundamental em grande número de aplicações, tais como aeroespacial, robótica, comunicação, finanças, dentre outras. No que tange ao

¹dalsochio@usp.br

²jrsbenevides@usp.br

³rsinoue@ufscar.br

⁴terra@sc.usp.br

controle robusto, várias técnicas foram propostas durante as últimas décadas para lidar com problemas em que distúrbios internos e externos afetam o desempenho de sistemas de controle, veja [2, 8] e suas referências.

Dentro deste contexto, este trabalho analisa o desempenho de um Regulador Linear Quadrático Robusto para sistemas em eventos discretos aplicado no modelo dinâmico de um VANT. O controle de acompanhamento de trajetória é feito sobre um modelo identificado em laboratório e os resultados de simulação são discutidos e comparados com o Regulador Linear Quadrático Padrão. Além disso, são apresentadas diretrizes promissoras para trabalhos futuros.

2 O Parrot Bebop 2.0 e seu Modelo Matemático

O objeto de estudo deste trabalho será o Parrot Bebop 2.0 por tratar-se de um VANT de preço acessível⁵ dotado de um bom sistema de estabilidade em voo. Os comandos enviados são representados pelo conjunto de entradas $\boldsymbol{\nu} = [\nu_{v_x} \ \nu_{v_y} \ \nu_{v_z} \ \nu_{v_\psi}]$, que está normalizado dentro da faixa $[-1.0, +1.0]$. As contribuições presentes em [6] e em suas referências, fornecem uma equação dinâmica simplificada para um Parrot AR.Drone.

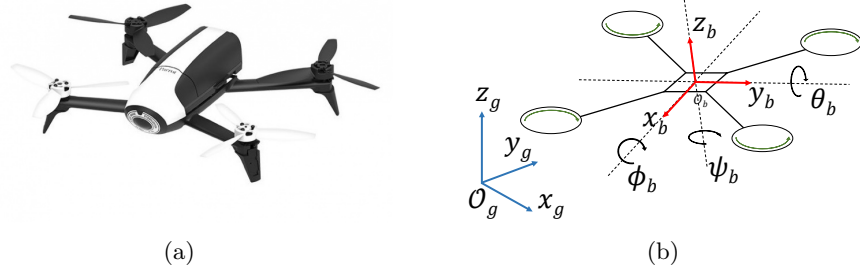


Figura 1: (a) O Parrot Bebop 2.0; (b) Representação dos sistemas de coordenadas global e local para um VANT

$$\ddot{\mathbf{q}}_g = \mathbf{M}\boldsymbol{\nu} - \mathbf{N}\dot{\mathbf{q}}_b \quad (1)$$

em que $\mathbf{q}_g = [x_g \ y_g \ z_g \ \psi_g]^T$ fornece a posição e a orientação com respeito ao *frame* global. Analogamente, $\mathbf{q}_b = [x_b \ y_b \ z_b \ \psi_b]^T$ mapeia a mesma quantidade, porém em termos locais. As matrizes $\mathbf{M}$ e $\mathbf{N}$ são definidas em [6] e dependem, além dos valores de ψ , de parâmetros identificados em laboratório.

3 Formulação do Problema

Na Eq. (1), $\mathbf{q}_g$ e $\mathbf{q}_b$ relacionam-se por $\mathbf{q}_g = \mathbf{R}\mathbf{q}_b$, onde $\mathbf{R}$ é a matriz de rotação em z . De modo análogo ao proposto em [4] e considerando todo o sistema com referência

⁵US\$349,99 no *website* oficial da Parrot

às coordenadas globais ($\mathbf{q}_b = \mathbf{q}$), adotam-se $\ddot{\mathbf{q}}^d$ e $\dot{\mathbf{q}}^d$ respectivamente como acelerações e velocidades de referência. Definindo $\tilde{\mathbf{q}} = \mathbf{q} - \mathbf{q}^d$, $\dot{\tilde{\mathbf{q}}} = \dot{\mathbf{q}} - \dot{\mathbf{q}}^d$ e $\ddot{\tilde{\mathbf{q}}} = \ddot{\mathbf{q}} - \ddot{\mathbf{q}}^d$ como o erro de acompanhamento da referência e suas derivadas, podemos reescrever a Eq. (1) como

$$\ddot{\tilde{\mathbf{q}}} = -\mathbf{N}\mathbf{R}^T\dot{\tilde{\mathbf{q}}} + \mathbf{M}\boldsymbol{\nu} - \ddot{\mathbf{q}}^d - \mathbf{N}\mathbf{R}\dot{\mathbf{q}}^d,$$

em que

$$\boldsymbol{\nu} = \mathbf{M}^{-1} \left(\mathbf{u} + \ddot{\mathbf{q}}^d + \mathbf{N}\mathbf{R}^T\dot{\mathbf{q}}^d \right). \quad (2)$$

Portanto, define-se um vetor de estado para representar o espaço de estado baseado no erro $\tilde{\mathbf{x}} = \begin{bmatrix} \dot{\tilde{\mathbf{q}}} & \tilde{\mathbf{q}} \end{bmatrix}^T = \begin{bmatrix} \dot{\mathbf{q}} - \dot{\mathbf{q}}^d & \mathbf{q} - \mathbf{q}^d \end{bmatrix}^T$. De acordo com a entrada de controle virtual $\mathbf{u}$, a representação do sistema em tal espaço de estado do erro pode ser escrita como

$$\dot{\tilde{\mathbf{x}}} = \begin{bmatrix} -\mathbf{N}\mathbf{R}^T & 0 \\ I & 0 \end{bmatrix} \tilde{\mathbf{x}} + \begin{bmatrix} I \\ 0 \end{bmatrix} \mathbf{u}. \quad (3)$$

Assim, para o acompanhamento de trajetória ou de uma referência, deve-se obter uma entrada de controle que minimize o vetor de estado que representa o erro.

4 Controle

4.1 Regulador Linear Quadrático Robusto - RLQR

Em [8] foi desenvolvido um regulador linear quadrático robusto para sistemas lineares variantes no tempo sujeito a incertezas paramétricas. O regulador é baseado em parâmetros de penalidade e mínimos quadrados regularizados, provendo um algoritmo que independe de parâmetros de ajuste em aplicações *online*. Considere o seguinte sistema linear de tempo discreto sujeito a incertezas paramétricas:

$$\mathbf{x}_{i+1} = (\mathbf{F}_i + \delta\mathbf{F}_i)\mathbf{x}_i + (\mathbf{G}_i + \delta\mathbf{G}_i)\mathbf{u}_i; \quad i = 0, \dots, N, \quad (4)$$

em que $\mathbf{F}_i \in \mathbb{R}^{n \times n}$ e $\mathbf{G}_i \in \mathbb{R}^{n \times m}$ são as matrizes de parâmetros nominais do sistema, $\mathbf{x}_i \in \mathbb{R}^n$ é o vetor de estado, $\mathbf{u}_i \in \mathbb{R}^m$ é a entrada de controle do sistema e N é o número inteiro que define a quantidade de iterações. Deve-se considerar que o estado inicial $\mathbf{x}_0$ é conhecido e que as matrizes de incertezas $\delta\mathbf{F}_i \in \mathbb{R}^{n \times n}$ e $\delta\mathbf{G}_i \in \mathbb{R}^{n \times m}$ são modeladas. De acordo com [8], para obter o RLQR, o seguinte problema de otimização $\min_{\mathbf{x}_{i+1}, \mathbf{u}_i} \max_{\delta\mathbf{F}_i, \delta\mathbf{G}_i} \{ \tilde{J}_i^\mu(\mathbf{x}_{i+1}, \mathbf{u}_i, \delta\mathbf{F}_i, \delta\mathbf{G}_i) \}$ deve ser solucionado, onde $\tilde{J}_i^\mu$ é a função de custo quadrático regularizado definida pela Eq. (5).

$$\begin{aligned} \tilde{J}_i^\mu(\mathbf{x}_{i+1}, \mathbf{u}_i, \delta\mathbf{F}_i, \delta\mathbf{G}_i) = & \begin{bmatrix} \mathbf{x}_{i+1} \\ \mathbf{u}_i \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} \mathbf{P}_{i+1} & 0 \\ 0 & \mathbf{R}_i \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{x}_{i+1} \\ \mathbf{u}_i \end{bmatrix} + \\ & + \left\{ \left(\begin{bmatrix} 0 & 0 \\ I & -\mathbf{G}_i \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & -\delta\mathbf{G}_i \end{bmatrix} \right) \begin{bmatrix} \mathbf{x}_{i+1} \\ \mathbf{u}_i \end{bmatrix} - \left(\begin{bmatrix} -I \\ \mathbf{F}_i \end{bmatrix} \mathbf{x}_i + \begin{bmatrix} 0 \\ \delta\mathbf{F}_i \end{bmatrix} \mathbf{x}_i \right) \right\}^T \begin{bmatrix} \mathbf{Q}_i & 0 \\ 0 & \mu I \end{bmatrix} \left\{ \bullet \right\}, \end{aligned} \quad (5)$$

na qual $\mathbf{P}_{i+1} \succ 0$, $\mathbf{Q}_i \succ 0$ and $\mathbf{R}_i \succ 0$ são matrizes de pesos e $\mu > 0$ é um parâmetro de penalidade responsável por garantir que a igualdade na Eq. (4) se mantenha. De acordo com [2], para cada parâmetro de penalidade $\mu > 0$, o Regulador Linear Quadrático Robusto (RLQR) é baseado na solução $(\mathbf{x}_{i+1}^*(\mu), \mathbf{u}_i^*(\mu))$ do problema de otimização *min-max*, no qual se pretende obter a menor magnitude do estado e a menor magnitude de ação de controle para os piores casos de incerteza. A solução ótima é obtida de acordo com as deduções em [2, 8]. Além disso, quando o parâmetro de penalidade tende ao infinito, o RLQR mostrado em [8] é obtido. Dessa forma, a lei de controle ótima robusta será:

$$\mathbf{u}_i^* = \mathbf{K}_i \mathbf{x}_i^* \quad (6)$$

4.2 Regulador Linear Quadrático Padrão - RLQ

Em teoria de controle ótimo, o Regulador Linear Quadrático Padrão é caracterizado por encontrar um sinal de controle $\mathbf{u}_i$ que leva para zero ($\mathbf{x} = 0$) o vetor de estado do sistema descrito pela Eq. (4), sem incertezas e de maneira ótima [7]. Desta forma, procura-se resolver o seguinte problema de otimização

$$\mathcal{J} = \frac{1}{2} \sum_{i=0}^N [\mathbf{x}_i^T \mathbf{Q} \mathbf{x}_i + \mathbf{u}_i^T \mathbf{R} \mathbf{u}_i],$$

sendo $\mathbf{Q}$ e $\mathbf{R}$ são matrizes de penalidade simétricas positivas definidas, tomadas como parâmetros de projeto. Sendo assim, a lei de controle ótima para qualquer estado inicial é

$$\mathbf{u}_i^* = -\mathbf{K}_{rlq} \mathbf{x}_i, \quad (7)$$

em que $\mathbf{K}_{rlq} = (\mathbf{R} + \mathbf{B}^T \mathbf{S} \mathbf{B})^{-1} \mathbf{B}^T \mathbf{S} \mathbf{A}$ e $\mathbf{S} = \mathbf{S}^T \geq 0$ é uma solução positiva definida da equação algébrica de Riccati [3].

4.3 Parâmetros dos Reguladores

(a) Parâmetros do RLQR

As matrizes de parâmetros do Regulador Linear Quadrático Robusto foram definidas heurísticamente. As matrizes $\mathbf{E}_F$ e $\mathbf{E}_G$ influenciam no cálculo do ganho $\mathbf{K}_i$ descrito pela Eq. (6) e, como mencionado anteriormente, podem ser utilizadas para o ajuste do controlador, desde que satisfaçam a condição descrita em [8] (*posto* $\left(\begin{bmatrix} \mathbf{E}_F & \mathbf{E}_g \end{bmatrix} \right) = \text{posto}(\mathbf{E}_G)$). Logo, as matrizes de parâmetros utilizadas para este controlador foram:

$$\mathbf{P} = \mathbf{I}_{8 \times 8}, \quad \mathbf{Q} = 0,05 \mathbf{I}_{8 \times 8}, \quad \mathbf{R} = 5 \times 10^{-4} \mathbf{I}_{4 \times 4}, \quad \mathbf{H} = \begin{bmatrix} 0,5 & 0,5 & 0,5 & 0,5 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\mu = 10^{15}, \quad \mathbf{E}_G = \begin{bmatrix} 2,5 & 2,5 & 2,5 & 2,5 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{E}_F = \begin{bmatrix} 3,5 & 3,5 & 3,5 & 3,5 & 35 & 35 & 35 & 35 \end{bmatrix}$$

(b) Parâmetros do RLQ

As matrizes de ponderação $\mathbf{Q}$ e $\mathbf{R}$, foram ajustadas heurísticamente como:

$$\mathbf{Q} = 0,05 \mathbf{I}_{8 \times 8}, \quad \mathbf{R} = 5 \times 10^{-4} \mathbf{I}_{4 \times 4}$$

$$\delta \mathbf{M} = \mathbf{M} + a_i \mathbf{M} + b_i \mathbf{M}_{imp}$$

$$\delta \mathbf{N} = \mathbf{N} + c_i \mathbf{N} + d_i \mathbf{N}_{imp}$$

Diagrama de controle de um sistema de massa-mola-amortecedor. O diagrama mostra o fluxo de sinais entre o modelo do sistema, os blocos de controle e os blocos de entrada de controle. O sinal de posição desejada q^d é derivado duas vezes para obter velocidade $\dot{q}^d$ e aceleração $\ddot{q}^d$. A aceleração desejada $\ddot{q}^d$ é somada ao sinal de posição q para gerar o sinal de controle $\tilde{q}$. Este sinal é então processado pelo bloco "Esforços de Controle Eq. (6) ou Eq. (7)" para gerar o sinal de controle u . O sinal u é processado pelo bloco "Entradas de Controle Eq. (2)" para gerar o sinal ν . O sinal ν é então processado pelo bloco "Modelo" para gerar o sinal de posição q , que é integrado duas vezes para obter a posição q e a velocidade $\dot{q}$.

5.1 Trajetória de Referência

5.2 Análise de Desempenho

$$\mathcal{L}_2^{(j)} = \frac{1}{T} \sum_T \sqrt{\sum_{i=1}^N |\tilde{\mathbf{x}}_i^{(j)}|^2},$$

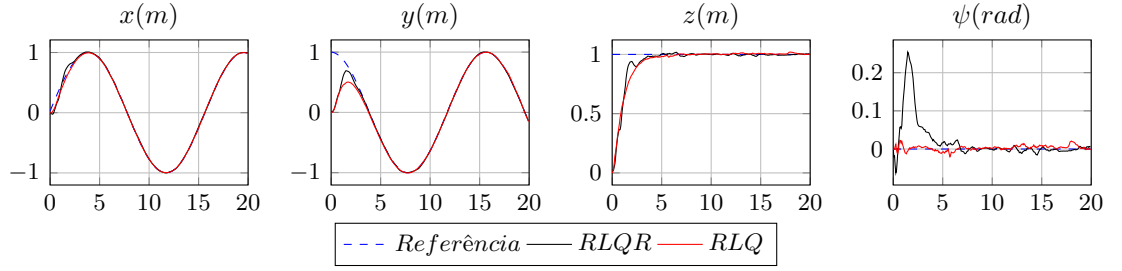


Figura 3: Comparação entre os controladores em relação ao acompanhamento da trajetória para cada estado. Voo com duração de 20s.

Sendo que j representa o estado (x, y, z ou ψ), i denota a iteração e T representa o número de simulações realizadas. O segundo índice é a média da soma dos valores absolutos dos esforços de controle:

$$\mathcal{U}_{\text{médio}} = \frac{1}{T} \sum_{i=1}^T \left[\sum_j |\mathbf{u}_i^{(j)}| \right] ; \quad j = 1, \dots, 4$$

Os resultados obtidos para o RLQR foi $\mathcal{U}_{\text{médio}} = 390,2144$ e para o RLQ foi $\mathcal{U}_{\text{médio}} = 458,0177$.

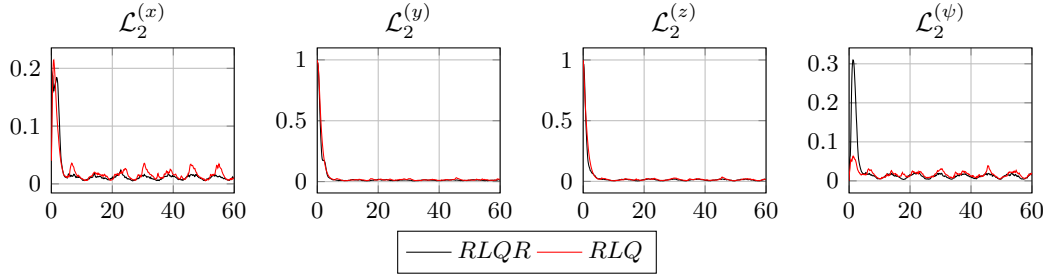


Figura 4: Comparação de desempenho entre os controladores em relação ao erro médio instantâneo em cada variável de estado. Resultado de 80 experimentos com voo de duração de 60s cada.

6 Conclusão

Neste trabalho foi avaliada a aplicação de um Regulador Linear Quadrático Robusto (RLQR) em um modelo identificado. Os resultados de simulação dos controles aqui apresentados mostraram um melhor desempenho do controlador robusto frente ao controlador padrão. O RLQR obteve um menor acúmulo de erros levando em conta todos os estados e suas referências, além de requerer menos esforços de controle. Trabalhos futuros objetivam analisar, em ambiente *outdoor*, o desempenho deste e outros controladores na mesma aeronave. A adição de distúrbios de vento e métodos compensação serão avaliados a fim de validar a robustez das estratégias adotadas.

Agradecimentos

Gostaríamos aqui de agradecer, aos órgãos de fomento CAPES (Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior) e FAPESP (Fundação de Amparo à Pesquisa do Estado de São Paulo), pelas bolsas de estudo conferidas. Agradecemos também à Universidade de São Paulo, pela estrutura concedida para a realização dos experimentos e simulações aqui apresentados.

Referências

- [1] A. Aboudonia, A. El-Badawy and R. Rashad, Disturbance observer-based feedback linearization control of an unmanned quadrotor helicopter, Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part I: Journal of Systems and Control Engineering 230.9, 877-891, (2016).
- [2] J. P. Cerri, Regulador robusto recursivo para sistemas lineares de tempo discreto no espaço de estado, Dissertação de Mestrado em Engenharia Elétrica, Universidade de São Paulo, (2009).
- [3] G. Franklin, J. D. Powell and M. L. Workman, Digital control of dynamic systems, vol. 3, Menlo Park, CA: Addison-wesley, (1998).
- [4] W. M. Leão, Análise comparativa de controladores robustos aplicados em robôs móvel e aéreo, Dissertação de Mestrado em Engenharia Elétrica, Universidade de São Paulo, (2015).
- [5] J. P. Puerta, et al., AR drone identification and navigation control at CVG-UPM, 0-0, (2012).
- [6] L. V. Santana, et al., A trajectory tracking and 3D positioning controller for the AR.Drone quadrotor, 2014 International Conference on Unmanned Aircraft Systems (ICUAS), Orlando, FL, pp. 756-767, (2014).
- [7] S. Skogestad and I. Postlethwaite, Multivariable feedback control: analysis and design, vol. 2, New York: Wiley, (2007).
- [8] M. H. Terra, J. P. Cerri, and J. Y. Ishihara. Optimal robust linear quadratic regulator for systems subject to uncertainties, IEEE Transactions on Automatic Control 59.9, 2586-2591, (2014).