



O Girômetro MEMS AIS-SiRRS01: Aplicação da Variância de Allan para Caracterizar seus Erros e a Medição da Velocidade Angular da Terra

Havena Louise Pavan¹, Marcelo C. Tosin² e Francisco Granziera Jr³

Departamento de Engenharia Elétrica, Centro de Tecnologia e Urbanismo, UEL, Londrina, PR.

Resumo

Este trabalho trata da caracterização do sinal do girômetro SiRRS01 da BAE *Systems* por meio da construção da curva da raiz quadrada da Variância de Allan. É apresentado uma breve introdução sobre o significado desta variância e de como ela pode ser obtida. O sinal do girômetro foi adquirido por um período de sete dias a uma taxa de aproximadamente 20 Hz para, então, aplicar-se o procedimento para o cálculo da variância. A curva obtida foi comparada com a curva de referência para identificação dos segmentos de reta, cujos parâmetros geométricos representam, estatisticamente, os erros presentes no sensor. Baseado nestes, um procedimento experimental simples foi aplicado na tentativa de medir a taxa de rotação da Terra. Os resultados de desempenho alcançados são, então, sumarizados na conclusão.

Palavras-chave: 1. Girômetro. 2. SiRRS01. 3. Variância de Allan. 4. Modelagem Estatística.

1 Introdução

Para verificar se um determinado sensor inercial pode ser selecionado para uma dada aplicação, é necessário caracterizar seus erros estocásticos. Vários métodos foram desenvolvidos para a modelagem estocástica de ruído em sensores. O método que utiliza a densidade espectral de potência (PSD) para estimar as funções de transferência, apresenta maior complexidade e dificulta a identificação das qualidades e limitações do sensor [1]. O método da Variância de Allan permite estabelecer uma relação entre a PSD dos processos randômicos inerentes aos erros e a variância destes. Devido a isto, este método é o mais viável para determinar as características dos processos aleatórios que dão origem aos ruídos nos dados em sensores inerciais. Essa técnica pode ser usada para caracterizar vários termos de ruído, à partir da coleta dos dados dos sensores em repouso.

¹havena_pavan@hotmail.com, havena.pavan@gmail.com

²mctosin@uel.br

³granziera@uel.br

2 Variância de Allan

2.1 Metodologia de Cálculo

Como pode ser visto em [2], a técnica da Variância de Allan baseia-se na hipótese de que um conjunto de processos estocásticos básicos pode causar a incerteza de um sinal. A descrição a seguir refere-se a metodologia de cálculo para a Variância de Allan, conforme [3]. Seja uma amostra com N pontos consecutivos, cada ponto espaçado com um período de amostragem igual a t_0 . O valor médio da saída do sensor, onde a leitura inicia no k -ésimo instante e possui n pontos é:

$$\bar{S}_k(T) = \frac{1}{T} \int_{t_k}^{t_k+T} S(t) dt \quad (1)$$

onde $S(t)$ é uma função que representa a saída do sensor e $T = nt_0$. Em [4], a Variância de Allan é definida como:

$$\sigma^2(T) = \frac{1}{2} \langle [\bar{S}_{k+1}(T) - \bar{S}_k(T)]^2 \rangle \quad (2)$$

Para qualquer número finito de N pontos, um número finito de grupos de duração fixa T pode ser formado. A Eq. (3) a seguir representa uma estimativa da Variância de Allan [4], cuja qualidade depende do número de grupos independentes, com tamanho fixo, que pode ser formado [2].

$$\sigma^2(T) = \frac{1}{2(N-2n)} \sum_{k=1}^{N-2n} [\bar{S}_{k+1}(T) - \bar{S}_k(T)]^2 \quad (3)$$

Há uma relação única entre a Variância de Allan e a densidade espectral de potência de um processo aleatório dada por [4]:

$$\sigma^2(T) = 4 \int_0^\infty D_s(f) \frac{\sin^4(\pi f T)}{(\pi f T)^2} df \quad (4)$$

A densidade espectral de potência de qualquer processo aleatório pode ser substituída na integral da Eq. (4) e, assim, pode ser identificada a expressão para a Variância de Allan como função do tamanho do grupo.

2.2 Termos do ruído para Variância de Allan

Uma vez calculada a Variância de Allan é possível identificar diversos erros característicos deste tipo de sensor. A Fig. 1 ilustra como as variâncias destes erros são identificadas [4,5]. Pode-se notar a existência de Ruído de Quantização, *Angular Random Walk*, Ruído Correlacionado, Ruído Senoidal, Instabilidade de *Bias*, Taxa do *Random Walk* e Taxa de Rampa, mas apenas três destes são comumente observáveis e serão apresentadas nas seções abaixo. As definições são realizadas por [6,7] e os modelos são detalhados por [8].

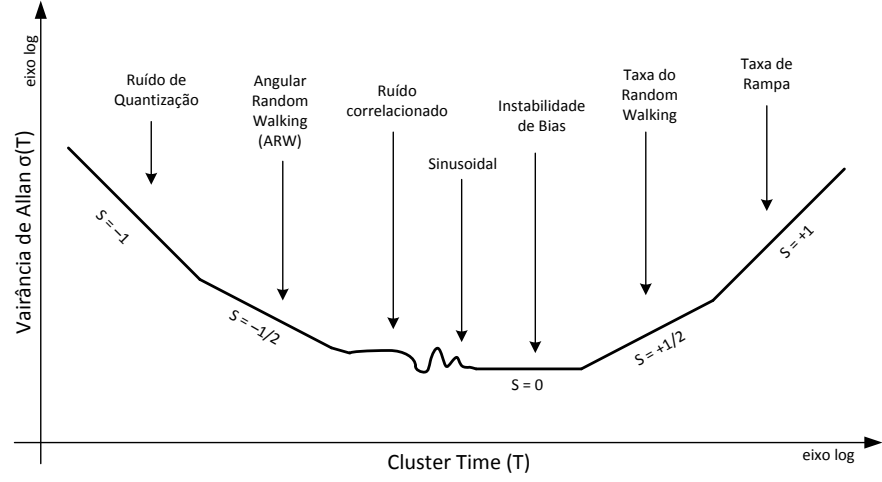


Figura 1: Típico Resultado da Análise da Variância de Allan. Adaptado de [5].

2.2.1 Angular Random Walk

O *Angular Random Walk*, também conhecido como ruído branco, é um componente de ruído que se estende por todas as frequências, assim como a luz branca; e de acordo com [6] pode ser minimizado com a utilização de filtros adequados. A densidade espectral de potência é dada por [4]:

$$D_s(f) = Q^2 \quad (5)$$

onde Q é o coeficiente do ruído branco.

Substituindo a equação da densidade espectral de potência do ruído branco na Eq. (4), da Variância de Allan dada na seção 2, temos:

$$\sigma^2(T) = \frac{Q^2}{T} \quad (6)$$

2.2.2 Taxa do Random Walk

De acordo com [2] a Taxa do *Random Walk* é um componente associado aos efeitos físicos que o sensor é submetido, como choque mecânico, vibração e efeito da temperatura. A densidade espectral de potência para o *random walk* é [4]:

$$D_s(f) = \left(\frac{K}{2\pi f} \right)^2 \quad (7)$$

onde K é o coeficiente de *random walk*.

Sua Variância de Allan é dada por:

$$\sigma^2(T) = \frac{K^2 T}{3} \quad (8)$$

2.2.3 Instabilidade de *Bias* (*Flicker Noise*)

Este tipo de ruído está relacionado ao mecanismo físico de ressonância dos dispositivos eletrônicos, é oriundo da eletrônica ou outros componentes suscetíveis à oscilação aleatória. De acordo com [9], devido à sua baixa frequência natural, ocorrem flutuações nos dados. Em altas frequências, esse ruído tende a ser camuflado por ruído branco. A densidade espectral de potência para a instabilidade de *bias* é [4]:

$$D_s(f) = \begin{cases} \frac{B^2}{2\pi f}, & f \leq f_0 \\ 0, & f > f_0 \end{cases} \quad (9)$$

onde B é o coeficiente de instabilidade de *bias*; e f_0 é a frequência de corte. Substituindo (9) em (4) obtém-se o Desvio de Allan:

$$\sigma(T) = \sqrt{\frac{2 \cdot \ln(2)}{\pi}} B \cong 0,664B, \quad \text{para } T \gg \frac{1}{f_0} \quad (10)$$

3 Metodologia e Testes

3.1 Características do Sensor

O SiRRS01 é capaz de medir velocidades angulares no intervalo de $\pm 300^\circ/s$. Sua largura de banda é de 50Hz e o fator de escala é de $6,67 \text{ mV}/^\circ/s$.

3.2 Materiais e Metodologia de Medida

O sistema para a aquisição de dados utilizado é composto por um circuito para a alimentação e condicionamento dos sinais, por um multímetro Agilent Modelo 3458A com $8\frac{1}{2}$ casas decimais de precisão e por um computador padrão X86. Os dados adquiridos e os comandos para o multímetro foram transferidos através de uma interface GPIB Agilent modelo 82357B. Os programas para o gerenciamento da aquisição e para o processamento dos dados foram desenvolvidos em MatLab.

Foram coletados dados ininterruptamente durante 7 dias a uma taxa de amostragem de 19,01 Hz. O sensor foi posicionado sobre um amortecedor de vibrações e seu eixo de medidas foi apontado para o norte. Assim, obtiveram-se amostras suficientes para a análise qualitativa dos processos estocásticos presentes na curva da raiz quadrada da Variância de Allan.

Para o cálculo da estimativa da velocidade de rotação da Terra, foram realizadas medidas com o eixo do sensor apontando em duas direções diferentes: Norte e Sul. Foram realizadas medidas consecutivas alternando-se o eixo do sensor nestas duas posições. Cada medida teve duração de 30s. Foram realizadas medidas durante aproximadamente 2 horas, gerando 122 conjuntos de medidas na direção norte e 122 conjuntos na direção sul. Foram computados os valores médios para cada conjunto. À partir destes obteve-se o valor médio total da velocidade angular medida na direção norte e na direção sul e seus desvios padrões, respectivamente. As medidas foram realizadas em uma mesa nivelada e

com marcações para a direção do norte e sul geográficas. O sensor foi posicionado manualmente nas posições de medida alinhando as marcações com a direção do eixo sensor. A Latitude do local onde foram realizadas as medidas (UEL-Londrina) é de $\varphi = -23,31^\circ$.

4 Resultados

4.1 Processos Estocásticos da Variância de Allan

A Fig. 2 apresenta a curva da raiz quadrada da Variância de Allan obtida à partir dos dados coletados do sensor, onde é possível identificar certos termos do ruído existentes. Notam-se características associadas a processos estocásticos mostrados anteriormente, tais como: ruído branco, *random walk* e instabilidade de *bias*. Para grupos com pequenos valores de tempo, o Desvio de Allan apresentou características de ruído branco com inclinação $-1/2$. De acordo com a Eq. (6), podemos obter o coeficiente de erro do ruído branco apenas retirando do gráfico o valor do Desvio de Allan correspondente ao valor igual a 1s no eixo das abcissas. Obteve-se então $Q = 0,064^\circ/\sqrt{h}$. Para grupos com maiores valores de tempo, o processo identificado é o *random walk*, com inclinação $+1/2$. O coeficiente de taxa do *random walk* pode ser calculado a partir da Eq. (8), retirando-se do gráfico o valor do Desvio de Allan correspondente ao tempo igual a 3s. Assim, obtém-se o valor $K = 0,00232^\circ/\sqrt{h}$. No intervalo com valores de tempo intermediários, o processo é o *flicker noise*. O coeficiente de instabilidade de *bias* pode ser calculado observando-se a região plana do gráfico e dividindo o valor encontrado por 0,664, como mostrado na Eq. (10). Assim, encontrou-se $B = 1,05 \times 10^{-3}^\circ/s$.

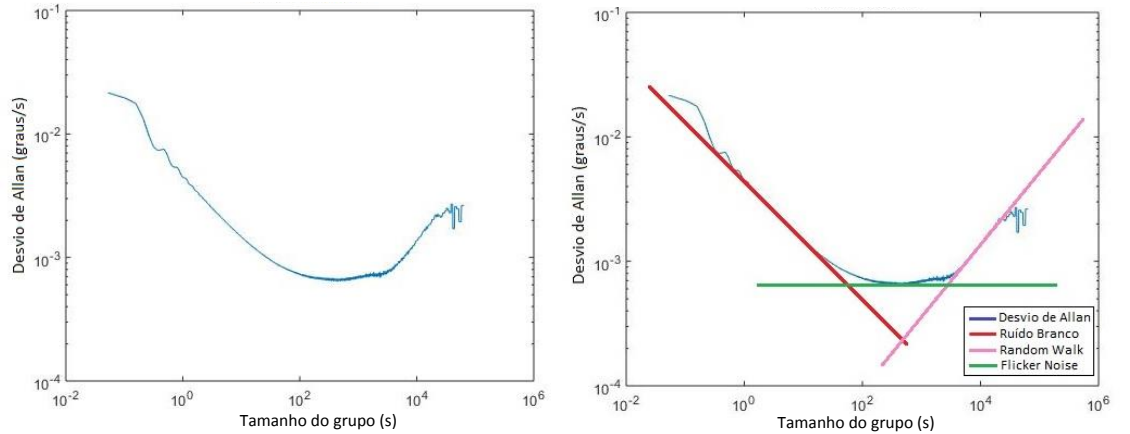


Figura 2: Resultado e Análise da Variância de Allan para o Sensor SiRRS01.

4.2 Medindo a Rotação da Terra

Como resultado do procedimento experimental para o cálculo da velocidade angular de rotação da Terra, foram obtidos os seguintes valores totais médios de velocidade angular para as posições Norte ($\omega^+(\varphi, \psi)$) e Sul ($\omega^-(\varphi, \psi)$), onde:

$$\omega^+(\varphi, \psi) = 0,1215^\circ/s \quad e \quad \omega^-(\varphi, \psi) = 0,1356^\circ/s$$

A partir das taxas de rotação para as direções norte e sul, obtivemos os seguintes desvios:

$$\sigma_n = 0,0095 \quad \sigma_s = 0,0125$$

De acordo com [10] a taxa de rotação da Terra pôde ser obtida aplicando-se os valores encontrados na Eq. (11). O valor de $\cos(\psi)$ é unitário, pois as medidas foram realizadas na direção norte e sul verdadeiros.

$$\Omega_e = \frac{\omega^+(\varphi, \psi) - \omega^-(\varphi, \psi)}{2\cos(\varphi)\cos(\psi)} = -0,0077 \pm 0,012^\circ/s \quad (11)$$

A velocidade angular de rotação da Terra calculada é de $-0,0077^\circ/s$. Comparando com o valor real, que é de $0,0041^\circ/s$, pode-se considerar que o valor obtido é satisfatório, visto que a taxa de rotação calculada está dentro da faixa de incertezas obtidas.

O tempo de medida de 30 s, de cada um dos 122 valores que compõe o resultado a Eq. (11), foi escolhido com base no resultado apresentado na Fig. 2. Segundo esta curva, médias do sinal do sensor com intervalos de tempo em torno de 100s possuem o menor desvio padrão possível, em torno de $10^{-3}s$. Para um tempo de média de 30s, os valores de desvio indicados na Fig. 2 são em torno de 10 vezes menores que as incertezas obtidas para os valores totais médios de velocidade angular. Isto, provavelmente, é devido à vibrações induzidas pelo posicionamento manual do sensor durante a tomada das medidas. Vale ressaltar que para a curva da Fig. 2, os dados foram produzidos com o sensor sobre amortecedor de vibrações, o que não foi possível para as medidas tomadas para o cálculo da rotação da Terra.

5 Conclusões

A análise da Variância de Allan tem sido amplamente utilizada para a modelagem estocástica de sensores inerciais, devido à sua simplicidade e eficácia. Observou-se na leitura do sensor características evidentes de 3 processos estocásticos. Para grupos com valores de tempo menores, a Variância de Allan apresenta características de ruído branco. Para grupos com valores de tempo intermediários, o processo dominante é o *flicker noise*. Finalmente, para valores maiores de tempo, o processo é o *random walk*.

É uma grande vantagem que os termos de ruído diferem de região para região, facilitando assim a obtenção dos coeficientes. No entanto, um longo registro de dados estáticos pode ser necessário para a identificação de processos estocásticos de longo período.

A velocidade de rotação da Terra foi calculada baseada nas medidas do sensor SiRRS01. O valor encontrado está dentro do intervalo de incertezas calculado. Os valores de incerteza calculados para os valores totais médios de velocidade angular são em torno de 10 vezes maiores quando comparados à curva obtida para o Desvio de Allan, provavelmente devido ao procedimento experimental adotado. Esta hipótese ainda carece de confirmação, através de um procedimento experimental mais adequado.

A curva do Desvio de Allan indica que o sensor possui resolução suficiente para detectar a velocidade de rotação da Terra, considerando-se a tomada de médias à partir de algumas dezenas de amostras.

Agradecimentos

Os autores agradecem à Agência Espacial Brasileira pelo financiamento do trabalho através do programa Uniespaço. Também agradecem à Universidade Estadual de Londrina pelo apoio.

Referências

- [1] N. El-Sheimy, H. Hou e X. Niu, Analysis and Modeling of Inertial Sensors Using Allan Variance. *IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement*, 57(1):140-149, (2008).
- [2] A. G. Carvalho, Influência da Modelagem dos Componentes de Bias Instabilidade dos Sensores Inerciais no Desempenho do Navegador Integrado SNI/GPS, Instituto Militar de Engenharia, Rio de Janeiro, (2011).
- [3] H. Hou, Modeling Inertial Sensors Errors Using Allan Variance, University of Calgary, Department of Geomatics Engineering, (2004).
- [4] I. Board IEEE Standard Specification Format Guide and Test Procedure for Single-Axis Interferometric Fiber Optic Gyros, (1998).
- [5] Y. Zhao, M. Horemu, L. E. Sjöberg, Stochastic Modelling and Analysis of IMU Sensor Errors, *Archiwum Fotogrametrii, Kartografii i Teledetekcji*, volume 22, (2011).
- [6] D. W. Allan et al. Time and Frequency (time-domain) Characterization, Estimation and Prediction of Precision Clocks and Oscillators, *IEEE Transactions on Ultrasonics, Ferroelectrics and Frequency Control*, 34(6):647-654, (1987).
- [7] M. S. Keshner, 1/f Noise, *Proceedings of the IEEE*, 70(3):212-218, (1982).
- [8] M. Tehrani, Ring Laser Gyro Data Analysis With Cluster Sampling Technique, 1983 Technical Symposium East, pages 207-220, International Society for Optics and Photonics, 1983.
- [9] R. H. Siqueira, Caracterização e Calibração de Unidade de Giros em Configuração Redundante para Teste de Desempenho em Determinação de Atitude, Dissertação de Mestrado, Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais, 2014.
- [10] L. Iozan, J. Collin, O. Pekkalin, J. Hautamäki, J. Takala and C. Russu, Measuring the Earth's Rotation Rate Using a Low-Cost MEMS Gyroscope, In *Proceedings of the 2010 Symposium Gyro Technology*, Karlsruhe, Germany, volume 2122, 2010.