

**DINCON 2017**

CONFERÊNCIA BRASILEIRA DE DINÂMICA, CONTROLE E APLICAÇÕES

30 de outubro a 01 de novembro de 2017 – São José do Rio Preto/SP

Uma aplicação industrial do problema de corte de estoque multiperíodo

Sônia Cristina Poltroniere Silva¹

Departamento de Matemática, Faculdade de Ciências, Unesp, Bauru, SP

Ângelo Henrique Dinhané Vassoler²

Faculdade de Engenharia, Unesp, Bauru, SP

Silvio Alexandre de Araujo³

Departamento de Matemática Aplicada, IBILCE, Unesp, São José do Rio Preto, SP

Resumo. Este trabalho utiliza técnicas de otimização matemática para abordar o problema de corte de estoque multiperíodo, que surge no planejamento da produção em indústrias de lajes treliçadas. É proposto um modelo matemático que representa o processo produtivo das vigotas que irão compor as lajes, com o objetivo de minimizar a perda de material durante a produção, considerando restrições de capacidade da indústria, o atendimento da demanda sem atrasos e evitando estoques indesejáveis entre os períodos do horizonte de planejamento. Testes computacionais preliminares são apresentados e discutidos.

Palavras-chave. Otimização, Corte de estoque multiperíodo, Planejamento da produção

1 Introdução

Atualmente, a abordagem matemática e computacional de problemas que surgem no planejamento e programação da produção em indústrias tem sido estimulada, com o objetivo de otimizar seus processos. Neste sentido, métodos de otimização matemática se tornam cada vez mais eficazes na busca de uma melhor utilização dos recursos de produção em uma indústria, não somente pelo fator econômico, mas também pela crescente preocupação com o meio ambiente. Um planejamento eficiente do processo de produção, ou de parte dele, pode contribuir significativamente para o desenvolvimento sustentável.

Alguns trabalhos recentes que abordam o problema de planejamento da produção em indústrias são citados a seguir. Na indústria de papel, podemos citar Respício et al. (2002); Correa et al. (2004); Poltroniere et al. (2008); Poltroniere et al. (2016); Leão et al. (2017). Na indústria de

¹ soniacps@fc.unesp.br

² angelo.vassoler@hotmail.com

³ saraujo@ibilce.unesp.br

móveis, podemos citar Gamani et al. (2006, 2009), Guidini (2008), Santos et al. (2011) e Silva et al. (2014). Na indústria de fundição, podemos citar o trabalho de Araujo et al. (2008).

Este trabalho considera o problema de corte de estoque multiperíodo que surge no planejamento da produção em indústrias de lajes treliçadas. Destacamos na literatura alguns trabalhos, como segue: Araujo et al. (2001) abordaram o problema da produção das vigotas como um problema integrado de corte e dimensionamento de lotes, propondo uma modelagem matemática; Castilho et al. (2007) utilizaram um algoritmo genético modificado para minimizar os custos na construção de lajes utilizando vigas de concreto protendido pré-moldado; Prata et al. (2015) abordaram a produção de vigotas de concreto pré-moldadas como um problema de corte multiperíodo, apresentando um estudo de caso, com resultados computacionais satisfatórios; a geração dos padrões de corte é feita de maneira empírica e, além disso, não considera o estoque de produtos entre os períodos.

É apresentada uma descrição do processo produtivo da indústria, baseada em uma visita técnica realizada recentemente. Além disso, propomos uma nova modelagem para o problema de produção das vigotas treliçadas, que se diferencia da abordagem proposta em Araujo et al. (2001) e Vassoler, et al. (2016). O modelo matemático busca traduzir a realidade atual da indústria, considerando o problema corte de estoque multiperíodo integrado ao planejamento da produção, em um horizonte de planejamento dividido em períodos. O objetivo é minimizar a perda de material no processo de produção das vigotas que irão compor as lajes, considerando restrições de capacidade da indústria, atendimento da demanda sem atrasos e evitando estoques indesejáveis. Testes computacionais preliminares foram realizados e os resultados obtidos são analisados e discutidos.

2 Descrição do processo produtivo

As vigotas para a constituição das lajes treliçadas são formadas basicamente de duas partes: a base de concreto (fruto da mistura de cimento, água, agregados e possivelmente aditivos) e uma armação colocada sobre a primeira, composta de vergalhões de aço, que formam duas treliças unidas por um vértice, apresentando geometria triangular na seção transversal.

Para a produção das vigotas, são utilizadas fôrmas, que são perfis metálicos na ordem de três milímetros de espessura, divididas em canaletas de dimensões, na indústria visitada, de 120 mm de largura e 30 mm de altura, cuja extensão longitudinal (comprimento) é igual a 12 m. A largura e a altura das vigotas prontas são as mesmas das canaletas, variando-se somente o comprimento, sendo que cada fôrma é composta por 10 canaletas. As fôrmas, quando não utilizadas, são armazenadas de maneira empilhada, sendo posteriormente transportadas por uma ponte rolante e acondicionadas sobre cavaletes. Após a preparação das fôrmas, o lançamento do concreto é realizado mecanicamente de modo que os funcionários retirem apenas os possíveis excessos e alocam as armações treliçadas sobre a recém-lançada base de concreto. A seguir, a fôrma é novamente içada pela ponte rolante e colocada em outro local para a cura do concreto. Por fim, após intervalo de tempo adequado, as vigotas prontas são retiradas e as fôrmas são novamente limpas e preparadas com desmoldantes para a continuidade da produção. A maneira como cada canaleta da fôrma será preenchida com o concreto para a produção das vigotas, de comprimentos variados e especificados, pode ser vista como um problema de corte/empacotamento unidimensional, em que um padrão de corte define o preenchimento da canaleta, com objetivo de minimizar o número de fôrmas utilizadas.

A principal perda na indústria está relacionada ao processo de corte das barras treliçadas de aço para produção das barras menores, de comprimentos especificados, que irão compor a vigota, sendo

que as perdas efetivas são aquelas cujos comprimentos são inferiores a 30 centímetros. É possível manter estoque dessas barras cortadas para uma produção posterior de vigotas, bem como um estoque de vigotas prontas, mais especificamente de alguns tamanhos que apresentam uma procura maior. A medida (comprimento) comercial da vigota pronta é dada pelo comprimento da barra, sendo o concreto abaixo dela de um comprimento inferior, cerca de 5 centímetros. Sendo assim, no corte das barras de aço em peças menores, tem-se também um problema de corte de estoque unidimensional, com o objetivo de minimizar a perda de material durante o processo de corte.

A complexidade do processo de produção está diretamente relacionada ao porte da indústria. Contudo, um bom planejamento da produção conduz a um sucesso do empreendimento, sendo o controle dos investimentos e dos custos ao longo do período de atividade essenciais, o que justifica o estudo de técnicas de otimização matemática para o processo de confecção das vigotas.

3 Modelagem matemática

Nesta seção, apresentamos a modelagem matemática proposta neste trabalho para o planejamento da produção de vigotas ao longo de um horizonte de planejamento finito, dividido em períodos. A abordagem adotada em Vassoler, Poltroniere e Araujo (2016) tem como característica da produção a sua divisão em “demanda contra estoque” e “demanda sob encomenda”, isto é, uma demanda diretamente relacionada aos clientes e outra relacionada à estocagem de quantidades mínimas de vigotas para o atendimento imediato, prevendo demandas instantâneas de clientes. Nota-se que isso não se enquadra com a atual realidade da indústria e com as tendências atuais de mercado de evitar a geração de estoques altos. Dessa maneira, esta nova modelagem busca atender um único tipo de demanda, mas considera estoque de barras cortadas e de vigotas prontas, permitindo a produção antecipada, desde que seja vantajoso estocar de um período para outro. Temos, portanto, o problema de corte de estoque multiperíodo. Além disso, esta modelagem se diferencia da anterior por considerar a minimização de custos com a perda de material no corte das barras, custos de estoque e custos de *setup* (preparação das fôrmas para a produção), buscando minimizar o número de fôrmas utilizadas.

Para a modelagem, considere os seguintes índices, parâmetros e variáveis.

Índices

- $t = 1, \dots, T$: períodos;
- $i = 1, \dots, M$: tipos de vigotas (produto final);
- $j = 1, \dots, N^F$: padrões para fôrmas;
- $k = 1, \dots, N^B$: padrões para as barras de aço.

Parâmetros

- L^B : comprimento da barra de aço, a ser cortada;
- L^C : comprimento das canaletas;
- l_i : comprimento da barra i (peça já cortada);
- cp_t : custo com a perda por unidade de comprimento no período t ;
- cs_t : custo de preparação no período t (*setup*);
- F_t : número de fôrmas disponíveis no período t ;
- N_c : número de canaletas por fôrma;
- h_{it} : custo de estoque da vigota pronta i no período t ;
- a_{ijt} : quantidade da vigota i no padrão j (fôrma) no período t ;
- b_{ikt} : quantidade da barra i no padrão k (barra) no período t .

Variáveis

x_{jt} : número de vezes que o padrão j (fôrma) é usado no período t ;

y_{kt} : número de vezes que o padrão k (barras) é usado no período t ;

I_{it} : estoque de vigotas prontas de comprimento l_i no período t ;

E_{it} : estoque de barras de comprimento l_i no período t ;

z_{jt} : variável binária tal que $z_{jt} = 1$ se o padrão $j \in N^F$ é usado no período t e $z_{jt} = 0$, c.c.

Modelo matemático:

Minimizar

$$\sum_{t=1}^T cp_t \sum_{k=1}^{N^B} \left(L^B - \sum_{i=1}^M l_i b_{ikt} \right) \cdot y_{kt} + \sum_{t=1}^T cs_t \sum_{j=1}^{N^F} z_{jt} + \sum_{t=1}^T \sum_{i=1}^M h_{it} \cdot I_{it}, \quad (1)$$

sujeito a:

$$\sum_{j=1}^{N^F} a_{ijt} \cdot x_{jt} + I_{i,t-1} - I_{i,t} = d_{it}, \quad i = 1, \dots, M; t = 1, \dots, T \quad (2)$$

$$\sum_{k=1}^{N^B} b_{ikt} \cdot y_{kt} + E_{i,t-1} - E_{i,t} = \sum_{j=1}^{N^F} a_{ijt} \cdot x_{jt}, \quad i = 1, \dots, M; t = 1, \dots, T \quad (3)$$

$$\sum_{j=1}^{N^F} x_{jt} \leq F_t, \quad t = 1, \dots, T \quad (4)$$

$$x_{jt} \leq Q \cdot z_{jt}, \quad j = 1, \dots, N^F; t = 1, \dots, T \quad (5)$$

$$I_{it} \geq 0; E_{it} \geq 0 \text{ e inteiros}, \quad i = 1, \dots, M; t = 1, \dots, T \quad (6)$$

$$x_{jt}, y_{kt} \geq 0 \text{ e inteiros}, \quad j = 1, \dots, N^F; k = 1, \dots, N^B; t = 1, \dots, T \quad (7)$$

$$z_{jt} \in \{0,1\}, \quad j = 1, \dots, N^F; t = 1, \dots, T \quad (8)$$

Neste texto, vamos nos referir ao problema representado pelo modelo (1)-(8) como *problema mestre*. Em (1), o objetivo é minimizar os custos com a perda de material no corte das barras de aço, custos de *setup* (preparação das fôrmas para a produção) e custos de estoque das vigotas prontas. O conjunto de restrições (2) refere-se ao atendimento da demanda de vigotas, considerando o balanceamento de estoque das mesmas. Em (3) tem-se o balanceamento de estoque das barras cortadas. Essas restrições fazem a integração entre o corte das barras e a produção das vigotas. As restrições em (4) são restrições de capacidade de produção da indústria, considerando o número total de fôrmas disponíveis para a confecção das vigotas em cada período do horizonte de planejamento. As restrições (5) garantem que uma fôrma será utilizada no período t somente se houve preparação da mesma. Por fim, em (6)-(8) têm-se o domínio das variáveis do problema.

4 Metodologia de solução

O modelo matemático proposto neste trabalho para o problema de corte de estoque multiperíodo integrado ao planejamento da produção na indústria de lajes caracteriza-se como um problema de elevada complexidade, pertencente ao conjunto de problemas NP-completos. Isso se dá principalmente devido ao grande número de variáveis aliado à restrição de integralidade das mesmas. Neste trabalho, para um teste inicial, as restrições de integralidade das variáveis do problema mestre foram relaxadas, ou seja, consideradas reais, ficando com um *problema mestre relaxado* para ser resolvido. Para isso, foi utilizado o Método Simplex com a técnica de geração de colunas, abordagem proposta por Gilmore e Gomory (1961, 1963) para lidar com a geração dos padrões de corte. Ressalta-se que, no modelo matemático, a coluna $\mathbf{a}_{jt}$ representa um padrão de corte j a ser utilizado no período t para o preenchimento da fôrma, ou seja, ele é composto por padrões para preenchimento das canaletas desta fôrma. Com o objetivo de simplificar o processo de obtenção da solução e de obter resultados preliminares, geramos um único padrão para ser usado em todas as canaletas da fôrma, o que não permite a possibilidade de preencher as canaletas de uma mesma fôrma de maneiras diferentes e convenientes. Para os testes iniciais foi utilizado o pacote de otimização AMPL/CPLEX 12.6.

5 Experimentos computacionais

Para os testes iniciais, consideramos 4 classes, com 10 exemplos cada, variando-se os seguintes parâmetros: $T = 5, 10$; $M = 5, 10$. Os comprimentos das vigotas (barras cortadas) foram gerados aleatoriamente no intervalo $l_i \in [0,60; 2,80]m$ e a demanda de cada comprimento $d_i \in [10, 90]$. Os demais parâmetros considerados são: $F_t = 10$, $N_c = 12$, $L^C = 12$, $L^B = 12$, $cp_t = 10$, $cs_t = 5$ e $h_{it} = 1$, $i = 1, \dots, M$ e $t = 1, \dots, T$. Na Tabela 1, estão apresentados os resultados obtidos com os testes realizados, com os valores médios das grandezas para cada uma das classes.

Tabela 1: Solução ótima do problema relaxado

Classe	Resolvidos	F.O.	T_fôrmas	T_barras	Perda	Tempo (s)
1 ($T = 5, M = 5$)	10	13,90	27,81	410,91	0,00	0,7
2 ($T = 5, M = 10$)	10	12,56	25,12	444,63	0,00	1,3
3 ($T = 10, M = 5$)	10	31,45	62,90	1230,36	0,00	11,8
4 ($T = 10, M = 10$)	10	24,47	48,95	854,18	0,00	6,4

A coluna “Resolvidos” da Tabela 1 indica o número de exemplos para os quais se obteve solução ótima para o problema relaxado. A coluna “F.O.” apresenta a média entre os valores obtidos para a função objetivo em cada exemplo da classe. Na coluna “T_fôrmas” tem-se a média entre o total de fôrmas utilizadas no horizonte de planejamento em cada exemplo da classe. De maneira semelhante, a coluna “T_barras” apresenta o total de barras de aço utilizadas para o corte para

compor as vigotas e atender a demanda no horizonte de planejamento. Na coluna “Perda”, tem-se a perda de material recorrente do corte das barras de aço, ao longo do horizonte de planejamento. Por fim, a coluna “Tempo” fornece o tempo médio gasto para resolver cada exemplo da classe.

Com relação à quantidade total de fôrmas utilizadas, os resultados indicam um bom atendimento às condições de modelagem, uma vez que as restrições de capacidade nos períodos forma respeitadas, minimizando-se, desta forma, os custos de *setup*, que estão diretamente relacionados ao uso das fôrmas.

Observa-se, ainda, que em todos os exemplos resolvidos a perda no corte das barras foi nula. Isso mostra que a solução do modelo matemático proposto buscou por padrões de corte que minimizassem essa perda. Em virtude disso, na solução para o problema relaxado, a função custo apresentou valores baixos. No entanto, a quantidade de barras de aço utilizadas no processo de corte nos períodos foi elevada, o que acarretou um estoque alto das barras cortadas no último período do horizonte de planejamento. Isto se deve ao fato do modelo supor um número ilimitado de barras de aço para serem cortadas em cada período e também no fato de não considerarmos, na função objetivo, custos de estoques dessas barras. Desse modo, o método de solução se atenta majoritariamente ao problema de preenchimento das fôrmas e à escolha de padrões para o corte das barras com perda mínima, independentemente de quantas barras são cortadas e estocadas.

6 Conclusões

É importante ressaltar que os resultados obtidos nos testes computacionais são preliminares, buscando-se validar o modelo matemático e identificar alterações necessárias no modelo matemático e no método de solução proposto. Uma disponibilidade limitada de barras de aço deve ser considerada, bem como custos de estoque das barras cortadas. Outra modificação, de maior complexidade, é permitir a escolha de diferentes padrões para preenchimento das canaletas de uma mesma fôrma, já que foi adotada neste trabalho a simplificação de um mesmo padrão para todas as canaletas. Essa modificação é necessária para reduzir o estoque de vigotas prontas e evitar produção indesejável, visto que, na modelagem atual, uma fôrma é preenchida completamente, mesmo que não seja necessário.

Agradecimentos

Os autores agradecem o apoio financeiro da FAPESP, processos 2015/08739-0 e 2016/01860-1.

Referências

- [1] S. A. Araujo, G. C. Pileggi and M. N. Arenales, A lot sizing and cutting stock problems in production. European Journal Operational Research Conference, Rotterdam-Holanda, T.D.28, p. 170, (2001).
- [2] V. C. Castilho, M. K. Debs and M. C. Nicoletti, Using a modified genetic algorithm to minimize the production costs for slabs of precast prestressed concrete joists. Engineering Applications of Artificial Intelligence, vol. 20, 519-530, (2007).
- [3] M. H. Correa, J. F. Oliveira and Ferreira, J. S., Reel and sheet cutting at a paper mill.

Computers & Operations Research, vol. 31, n. 8, 1223-1243, (2004).

- [4] C. T. L. S. Ghidini, Otimização de processos acoplados: programação da produção e corte de estoque, Tese de Doutorado em Ciências da Computação e Matemática Computacional, USP, (2008).
- [5] P. C. Gilmore and R. E. Gomory, A linear programming approach to the cutting-stock problem. Operations Research, vol. 9, n. 6, 848-859, (1961).
- [6] P. C. Gilmore and R. E. Gomory, A linear programming approach to the cutting-stock problem- part II. Operations Research, vol.11, n. 6, 863-888, (1963).
- [7] M. C .N. Gramani and P. M. França, The combined cutting stock and lot-sizing problem in industrial processes. European Journal of Operational Research, n.174, 509-521, (2006).
- [8] M. C .N. Gramani, P. M. França and M. N. Arenales, A Lagrangian relaxation approach to a coupled lot-sizing and cutting stock problem, International Journal of Production Economics, vol. 119, 219-227, (2009).
- [9] A. A. S. Leão, M. M. Furlan, and F.M. B. Toledo, Decomposition methods for the lot-sizing and cutting-stock problems in paper industries, Applied Mathematical Modelling, vol.48, 250-268, (2017).
- [10] S . C . Poltroniere, K. C. Poldi, F. M. B. Toledo, M. N. Arenales, A Coupling cutting stock-lot sizing problems in the paper industry, Annals of Operations Research, vol.157, n. 1, 91-104, (2008).
- [11] S . C . Poltroniere, S. A. Araujo, K. C. Poldi, Optimization of an Integrated Lot Sizing and Cutting Stock Problem in the Paper Industry. TEMA, vol.17, n.3, 1-16, (2016).
- [12] B. A. Prata, A. R. Pitombeira-Neto and C. J. M. Sales, An Integer Linear Programming Model for the Multiperiod Production Planning of Precast Concrete Beams. Journal of Construction Engineering and Management, vol. 141, n. 10, (2015).
- [13] A . Respício, M. E. Captivo and A. J. Rodrigues, A DSS for Production Planning and Scheduling in the Paper Industry, International Conference On Decision Making and Decision Support in the Internet Age, University College Cork, Ireland, p. 298-308, (2002).
- [14] S. G. Santos, S. A. Araujo and S. Rangel, Integrated Cutting Machine Programming and Lot Sizing in Furniture Industry. Revista Eletrônica Pesquisa Operacional para o Desenvolvimento, vol. 3, n. 1, 1-17, (2011).
- [15] E . Silva, F. Alvelos and J. M. V. Carvalho, Integrating two-dimensional cutting stock and lot-sizing problems. Journal of Operational Research Society, vol. 65, n. 1, 108–123, (2014).
- [16] A. H. D. Vassoler, S. C. Poltroniere, S. A. de Araujo, Modelagem matemática para o problema de produção de vigotas na indústria de lajes treliçadas. Revista Eletrônica Paulista de Matemática, vol. 7, 69-77, (2016).