

**DINCON 2017**CONFERÊNCIA BRASILEIRA DE DINÂMICA, CONTROLE E APLICAÇÕES
30 de outubro a 01 de novembro de 2017 – São José do Rio Preto/SP

Otimização de comportamento dinâmico de materiais compostos pela orientação contínua de fibras e algoritmo PSO

Pedro Bühner Santana¹Herbert Martins Gomes²

Grupo de Pesquisa em Risco, Identificação e Quantificação de Incertezas, GPRIQI, Dep. de Eng. Mecânica, PROMEC, UFRGS, Porto Alegre, RS

Marcos Daniel de Freitas Awruch³

Grupo de Pesquisa em Risco, Identificação e Quantificação de Incertezas, GPRIQI, Dep. de Eng. Mecânica, Curso de Eng. Aeroespacial, UFSM, Santa Maria, RS

Resumo. Este trabalho tem por objetivo apresentar uma metodologia para a otimização do comportamento dinâmico de material composto a partir da definição da orientação contínua das fibras do material. Curvas parametrizadas por *splines* são utilizadas para a definição da orientação contínua das fibras e os pontos de controle assumidos como parâmetros de projeto durante a otimização. Um algoritmo metaheurístico PSO é utilizado como otimizador devido as suas características desejáveis de boa convergência e menos chances ficar preso em mínimos locais. Um exemplo de uma placa composta é utilizado para maximizar a relação entre as duas primeiras frequências naturais (separação de frequências) e os resultados comparados com soluções assumidas como ótimas.

Palavras-chave. Otimização, material composto, frequências naturais.

1 Introdução

O problema da otimização de materiais compostos é recorrente na indústria a qual procura tornar a utilização destes materiais o mais racional possível para as aplicações em que estão empregados. A otimização no número de camadas, sequência do empilhamento, orientação das fibras em cada camada, definição de melhores matérias para fibra e matriz, melhores relações fibra/matriz são alguns dos problemas que são comumente investigados frente à utilização e casos de carregamentos que o composto será empregado. Dependendo do tipo de composto empregado e processo de fabricação nem sempre é possível a troca de orientação das fibras ao longo de uma

¹ pedrobs66@gmail.com

² herbert@mecanica.ufrgs.br

³ m.dfa@gmail.com

dimensão de uma placa laminada, sendo o projeto da orientação guiado pelas direções principais dos locais mais solicitados, estando a orientação, dos outros locais, não ótima.

2 Propósito da investigação

Esta investigação tem o propósito de sugerir um novo procedimento para a otimização da orientação contínua das fibras de materiais compósitos com o objetivo de modificar suas características dinâmicas utilizando um algoritmo metaheurístico. A importância desta otimização dinâmica é de interesse em problemas que envolvam a colheita de energia, com sintonização (ressonância) da estrutura com as excitações e geração de grandes amplitudes de vibração e portanto elevada geração de energia assim como na minimização da vibração em componentes aeroespaciais nas situações de *flutter* ou mesmo em vibração livre.

3 Formulação em elementos finitos para placas ortótropas laminadas

Empregou-se um elemento finito degenerado de 4 nós com efeitos de flexão e torção e combinação entre eles, juntamente com um modelo que incorpora a teoria de corte de 1ª. ordem para o efeito cisalhante em placas laminadas delgadas a moderadamente espessas. Nesta teoria, o campo de deslocamentos é o mesmo dado pela teoria de Mindlin para placas, ou seja, $u(x, y, z) = u_0(x, y) + z\theta_x(x, y)$ $v(x, y, z) = v_0(x, y) + z\theta_y(x, y)$ $w(x, y, z) = w_0(x, y)$ onde u, v, w são os campos de deslocamento e θ_i as rotações nas direções dos eixos x e y .

O tensor de deformações em cada lâmina é obtido a partir da derivação do campo de deslocamentos por $\{\varepsilon_{xx} \varepsilon_{yy} \gamma_{xy} \gamma_{xz} \gamma_{yz}\}^T = \{\partial u/\partial x \partial u/\partial y + \partial v/\partial x \partial u/\partial z + \partial w/\partial x \partial v/\partial y + \partial w/\partial y\}^T$ onde ε_{ii} são os componentes do tensor de deformações, u, v, w são os campos de deslocamentos em cada direção. A matriz de rigidez é obtida da forma usual por integração numérica em pontos de Gauss e ao longo das camadas do material composto (espessura) a partir da energia de deformação, sendo então decomposta em cada uma dos componentes.

Assim, para componente de acoplamento flexão-membrana a matriz é definida como $\mathbf{K}_{mf}^{(e)} = \sum_{k=1}^{nc} \int_A \mathbf{B}_m^T \mathbf{D} \mathbf{B}_m (z_{k+1} - z_k) dA$, onde nc denota o número de camadas ao longo da espessura do material composto, $\mathbf{D}$ a matriz constitutiva (já rotacionada para a direção das lâminas) e z_k e z_{k+1} , as coordenadas da face inferior e superior da camada k [4]. Juntando-se todas as componentes, tem-se a matriz de rigidez completa $\mathbf{K}^{(e)} = \mathbf{K}_{mm}^{(e)} + \mathbf{K}_{mf}^{(e)} + \mathbf{K}_{fm}^{(e)} + \mathbf{K}_{ff}^{(e)} + \mathbf{K}_{cc}^{(e)}$, onde $\mathbf{K}_{mm}^{(e)}$ é a rigidez referente ao efeito de membrana, $\mathbf{K}_{mf}^{(e)}$ é a rigidez referente ao efeito acoplado membrana flexão e $\mathbf{K}_{fm}^{(e)}$ efeito flexão membrana, $\mathbf{K}_{ff}^{(e)}$ é a rigidez referente ao efeito flexão-flexão e $\mathbf{K}_{cc}^{(e)}$ a matriz de rigidez referente ao efeito de corte [3]. Estes valores são montados acumuladamente na matriz de rigidez global $[\mathbf{K}]$ nos correspondentes graus de liberdade. Para a matriz de massa, procedimento semelhante se aplica, de forma que $\mathbf{M}^{(e)} = \sum_{k=1}^{nc} \rho \int_A \mathbf{N}^T \mathbf{D} \mathbf{N} (z_{k+1} - z_k) dA$. Estes valores são montados e somados acumuladamente na matriz de massa global $[\mathbf{M}]$. As equações diferenciais do movimento podem ser montadas então como: $[\mathbf{M}]\{\ddot{\mathbf{x}}\} + [\mathbf{C}]\{\dot{\mathbf{x}}\} + [\mathbf{K}]\{\mathbf{x}\} = \{\mathbf{F}\}$ e que pode ser resolvido por integração numérica (Newmark neste trabalho). Para a avaliação das frequências naturais e modos de vibração é montado o problema de autovalores e autovetores $\{\omega_i^2 [\mathbf{M}] - [\mathbf{K}]\}\{\phi_i\} = \mathbf{0}$ e resolvido numericamente através de sub-rotinas em Matlab [1] para a obtenção das frequências naturais ω_i e correspondentes modos $\{\phi_i\}$.

4 Algoritmo *Particle Swarm Optimization* (PSO)

Problemas de otimização são caracterizados pela busca dos pontos de mínimo ou de máximo da função objetivo. Alguns conceitos e definições fundamentais para o entendimento do processo serão apresentados a seguir. Uma função de n variáveis a ser minimizada pode ser especificada conforme:

$$\text{Minimize } f(\mathbf{x}) \quad \text{tal que } \mathbf{x} \in [\mathbf{x}_{\min}; \mathbf{x}_{\max}] \quad (1)$$

onde $f(\mathbf{x})$ é a função objetivo a ser otimizada, $\mathbf{x} = (x_1, x_2, \dots, x_n)^T$ é um vetor que contém as variáveis de projeto a serem otimizadas. Por sua vez, $\mathbf{x}_{\min} = (x_{\min,1}, x_{\min,2}, \dots, x_{\min,n})^T$ e $\mathbf{x}_{\max} = (x_{\max,1}, x_{\max,2}, \dots, x_{\max,n})^T$ são vetores que definem os limites inferiores e superiores de cada variável. Estes podem ser contínuos, discretos ou uma mistura de ambos. Quando há restrições a serem seguidas, o problema torna-se de otimização com restrições e que podem ser definidas por uma ou várias outras equações de restrição de igualdade ou desigualdade.

A otimização de enxames de partículas (PSO) inspirou-se na observação do comportamento social dos seres, como escolas de peixe, enxames de insetos e bandos de aves. Este método é usado para a otimização de uma ampla variedade de problemas de engenharia e inicialmente apresentado por Kennedy e Eberhart [2]. A base do método baseia-se na influência social e no aprendizado social, que permitem aos agentes manter a consistência cognitiva, de modo que o intercâmbio de ideias e interações entre os indivíduos permita resolver problemas. O enxame de partículas simula essa trama social. Conforme indicado por Li et al. [6], envolve uma série de partículas, que possuem uma posição e velocidade definidas, e são inicializadas aleatoriamente em um espaço de busca multidimensional de uma função de custo. Cada partícula representa uma solução potencial para o problema e a medida dessa potencialidade é a função de custo. O conjunto de partículas é geralmente referido como "enxame". Em um problema de minimização, "melhor" significa simplesmente a posição da partícula ($\mathbf{x}_i$) com o menor valor de função objetivo $\min f(\mathbf{x}_i)$. Os membros de um enxame comunicam boas posições uns aos outros e ajustam sua própria posição e velocidade com base nessas informações de boas posições de bairro. Assim, relacionado a cada partícula, existe um conjunto de variáveis de projeto ($\mathbf{x}_i$) e as respectivas velocidades ($\mathbf{v}_i$) que representam a solução potencial do problema de otimização. Os parâmetros, a posição e a velocidade básicas do enxame, são atualizados durante as iterações pela equação (2):

$$\begin{aligned} v_{i,j}^{k+1} &= \chi[\omega v_{i,j}^{k+1} + \lambda_1 r_1 (x_{lbest_{i,j}}^k - x_{i,j}^k) + \lambda_2 r_2 (x_{gbest_j}^k - x_{i,j}^k)] \\ x_{i,j}^{k+1} &= x_{i,j}^k + v_{i,j}^{k+1} \end{aligned} \quad (2)$$

onde ω é o peso do momento de velocidade (geralmente 0.8), $x_{i,j}^k$ é o valor atual do vetor (k) da variável de projeto j e a partícula i , $v_{i,j}^k$ é a velocidade atualizada da variável de projeto j e da partícula i , $x_{lbest_{i,j}}^k$ é a melhor variável de projeto j encontrada até então pela partícula i , $x_{gbest_j}^k$ é a melhor variável de projeto j encontrada até então pelo enxame, r_1 e r_2 são números aleatórios uniformes no intervalo [0,1], λ_1 significa que a componente cognitiva (autoconfiança das partículas), λ_2 significa a componente social (confiança no enxame). Aqui, $\lambda_1 = \lambda_2 = 2.0$. Essas constantes indicam como cada partícula é direcionada para boas posições levando em consideração as informações pessoais e globais. O papel do peso de inércia ω é crucial para a convergência do PSO. É empregado para controlar o impacto das velocidades anteriores sobre a velocidade atual da partícula. O parâmetro χ é usado para evitar o comportamento de divergência no algoritmo e foi proposto por Bergh e Engelbrecht [5].

5 Exemplos Numéricos

Para o problema proposto neste trabalho, têm-se como variáveis os ângulos das fibras de cada elemento (parametrizado pelos pontos de controle de *splines*) e o objetivo é a redução da primeira frequência natural. Avaliar os elementos individualmente seria computacionalmente muito custoso pois exigiria um grande número de partículas e poderia não fornecer continuidade entre as fibras, por este motivo, foram utilizadas duas funções de interpolação (*splines* cúbicas). Uma destas curvas está em função do comprimento da placa e tem como parâmetros de entrada um número de pontos de controle e uma distribuição linear que vai de zero ao comprimento da placa. Esta primeira curva tem sua derivada modulada por uma segunda curva que está em função da largura e tem como parâmetros de entrada uma distribuição linear indo de zero a largura e também um número de pontos de controle. Utilizando *splines* impõe-se certa continuidade nas fibras entre os elementos e tem-se o custo computacional bastante reduzido pois ao invés de utilizar como variáveis cada fibra de cada elemento usa-se os pontos de controle das *splines*, que representam uma fração da quantidade de elementos. Como exemplo, foi utilizada uma placa quadrada de 45 por 45 centímetros composta por duas camadas com 10 milímetros de espessura cada. As condições de contorno e modos de vibração da estrutura estão indicadas na Figura 1(a). O material utilizado possui as propriedades contidas na Tabela 1.

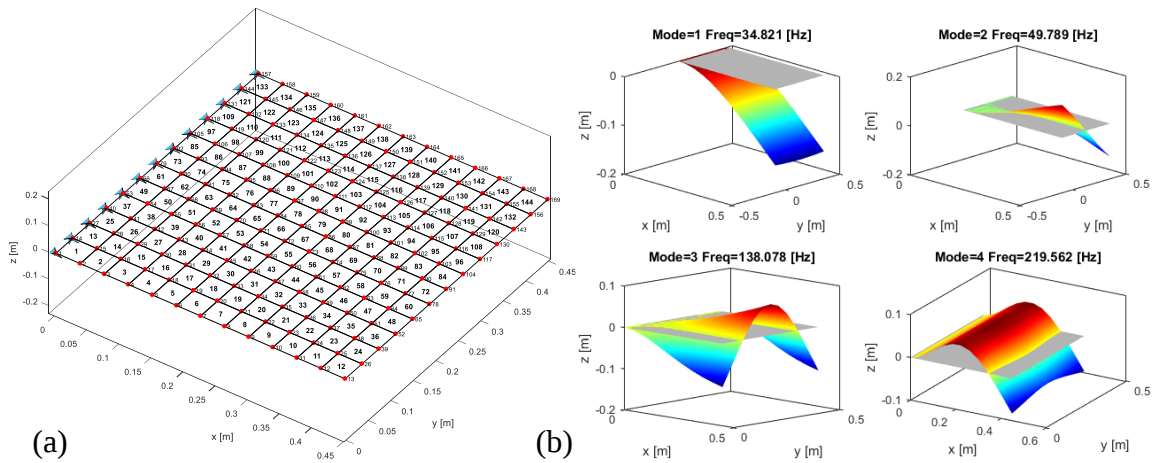


Figura 1: (a) Geometria da placa composta e (b) Modos de vibração original.

Tabela 1: Propriedades do material.

E_1	30×10^9 MPa
E_2	$8,0 \times 10^9$ MPa
G_{23}	$2,0 \times 10^9$ MPa
G_{13}	$2,0 \times 10^9$ MPa
G_{12}	$2,0 \times 10^9$ MPa
ν_{12}	0.3
ν_{21}	0.8
ν_{23}	0.8

6 Resultados e Discussões

6.1 Minimização da frequência fundamental de vibração da placa

Foram utilizados 256 elementos para a discretização da placa e uma população de 64 partículas como parâmetro para o PSO. A *spline* atuante na largura da placa possui 3 pontos de controle enquanto a atuante no comprimento possui 5 pontos. A função objetivo irrestrita definida neste caso é minimize $f(\mathbf{x}) = f_1$, onde f_1 é a 1ª. frequência fundamental da placa composta e $\mathbf{x} = (x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6, x_7, x_8)$ são os pontos de controle das duas *splines*. Após realizadas 100 iterações do algoritmo PSO, foram gerados os gráficos com a disposição de cada fibra e um arquivo de texto contendo o resultado de cada iteração. Com os dados obtidos, pode-se fazer um comparativo com a configuração geradora da maior primeira frequência, onde todas as fibras se encontram perpendiculares ao engaste, e com uma configuração que geraria um valor menor, com todas as fibras paralelas ao engaste.

Na tabela 2, nota-se que houve uma redução significativa de em relação a configuração de máxima frequência e uma pequena redução relativa a segunda configuração citada. Além disso, na Figura 2 e 3 percebe-se que foi mantida uma boa continuidade entre as fibras.

Tabela 2: Primeiras frequências naturais.

Fibras perpendiculares	34.82 Hz
Fibras paralelas	17.96 Hz
Configuração otimizada	17.25 Hz

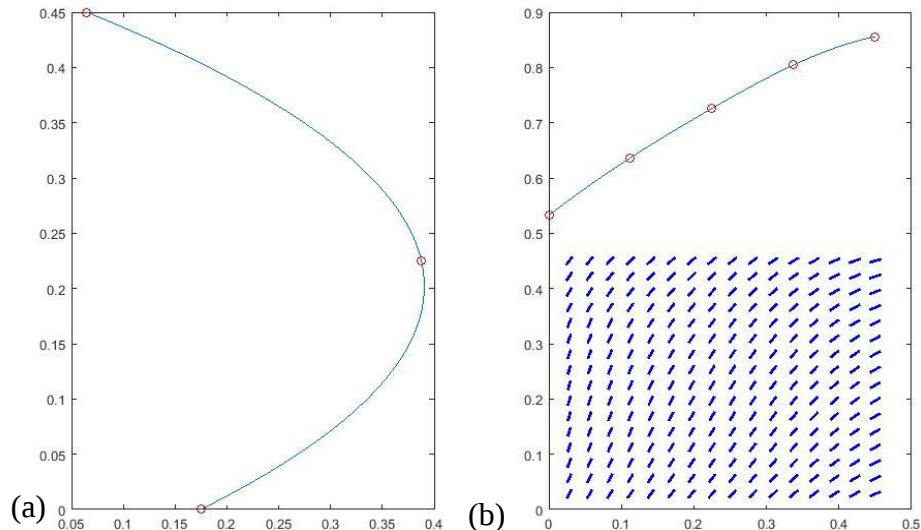


Figura 2: (a) *Spline* em função da largura, *spline* em função do comprimento e disposição das fibras na primeira camada.

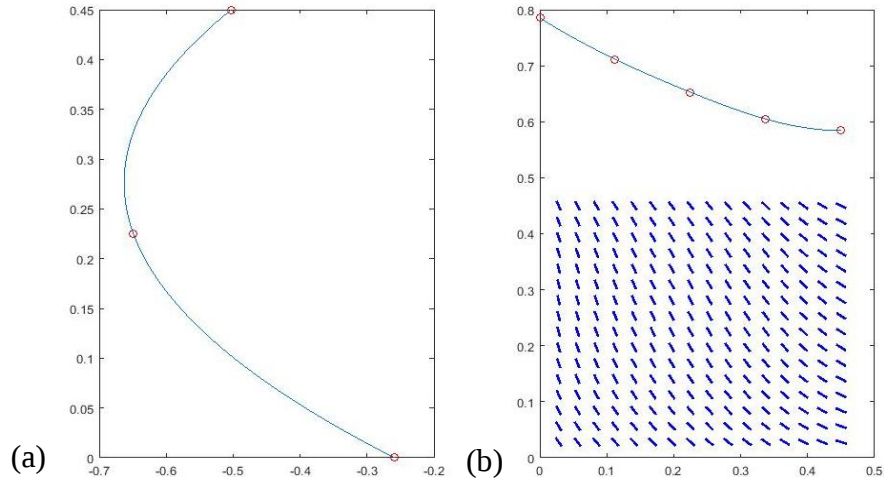


Figura 3: (a) *Spline* em função da largura, (b) *spline* em função do comprimento e disposição das fibras na segunda camada.

6.2 Afastamento da 1ª e 2ª frequência natural de vibração da placa

Neste exemplo, o objetivo é afastar ao máximo a 1ª. da 2ª. frequência natural da placa de material composto a partir da orientação das fibras da placa. Os mesmos parâmetros utilizados no exemplo anterior para o algoritmo PSO foram utilizados neste exemplo, apenas a função objetivo neste caso foi trocada para minimize $f(\mathbf{x}) = f_1/f_2$, onde f_1 é a 1ª. frequência natural e f_2 é a 2ª. frequência natural da placa composta e $\mathbf{x} = (x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6, x_7, x_8)$ são os mesmos pontos de controle das duas *splines*. Neste caso, após um total de 100 iterações chegou-se a uma razão de frequências de 0,3198, correspondente a 1ª frequência natural de 17,76 Hz e a 2ª. frequência natural de 55,54 Hz. Na Figura 4 e 5 indica-se os resultados obtidos para as curvas *splines* obtidas em cada uma das camadas do material composto.

7 Conclusões

O método apresentado neste trabalho permite gerar configurações de fibras otimizadas mantendo uma relativa continuidade entre estas. Futuramente, pode-se implementar um algoritmo de otimização multiobjetivo visando obter a configuração que gere a combinação de parâmetros mais adequada a aplicação desejada uma redução significativa de em relação a configuração de máxima frequência e uma pequena redução relativa a segunda configuração citada. Além disso, foi mantida uma boa continuidade entre as fibras.

Agradecimentos

Os autores agradecem o suporte do CNPq e CAPES assim como do Grupo de Pesquisa GPRIQI do Dep. de Eng. Mecânica.

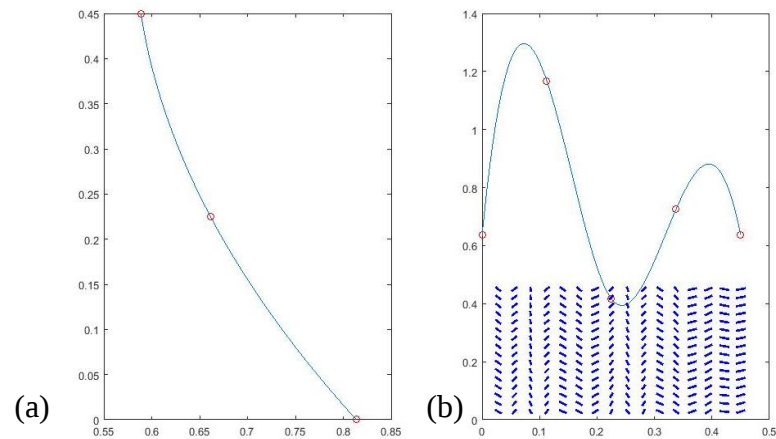


Figura 4: (a) *Spline* em função da largura, (b) *spline* em função do comprimento e disposição das fibras na primeira camada (afastamento das frequências).

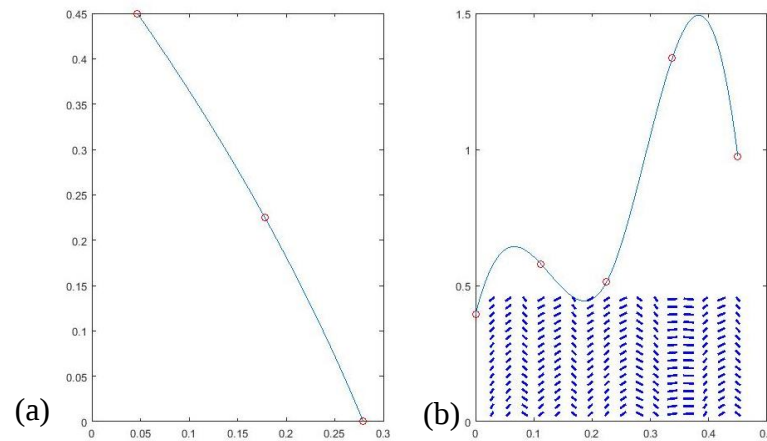


Figura 5: (a) *Spline* em função da largura, (b) *spline* em função do comprimento e disposição das fibras na segunda camada (afastamento das frequências).

Referências

- [1] MATLAB, MATrix LABoratory, R2012a. The MathWorks Inc., Natick, MA, (2000).
- [2] R. C. Eberhart, J. Kennedy, A new optimizer using particle swarm theory. In Proc. of the 6th. International Symposium on Micromachine and Human Science, Nagoya, Japan. 39-43, (1995).
- [3] R. M. Jones, Mechanics of composite materials, 2nd Edition, Taylor & Francis, (1999).
- [4] A. J. M. Ferreira, MATLAB, Codes for Finite Element Analysis, Springer, (2008).
- [5] F. Bergh, A. P. Engelbrecht, A study of particle swarm optimization particle trajectories, Information Sciences, vol.176, 937-971, (2006).
- [6] L.J. Li, Z. B. Huang, Q. H. Wu, A heuristic particle swarm optimizer for optimization of pin-connected structures, Computers and Structures, vol.85, 340-349. (2007).