



Perturbação gravitacional do Sol sobre órbitas de satélites artificiais em inclinação crítica ao redor de Marte.

Rita de Cássia Domingos¹

Lucas Marim da Silva²

Silvio César Vicentim Dourado³

Universidade Estadual Paulista (UNESP), Campus experimental de São João da Boa Vista,
São João da Boa Vista, SP

Antônio Fernando Bertachini de Almeida Prado⁴

Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais (INPE), São José dos Campos, SP

Resumo. O presente trabalho visa apresentar um estudo numérico da perturbação gravitacional do Sol sobre a evolução orbital de satélites artificiais ao redor do planeta Marte. Para tanto foi utilizado o algoritmo de dupla média com a função perturbadora expandida em Polinômios de Legendre até a segunda ordem. O objetivo é investigar a evolução dos elementos orbitais em função do tempo de veículos espaciais ao redor de Marte considerando órbitas em inclinação crítica. As integrações numéricas foram realizadas para um tempo total de 10 anos terrestres. Os resultados mostraram que o efeito da perturbação do Sol está relacionado com o valor inicial da altitude da órbita do satélite. Quanto maior a altitude do satélite, maior será o efeito da perturbação do Sol. Para altitudes onde o efeito do achatamento se sobrepõe a perturbação do Sol, a variação de altitude do satélite devido à perturbação do Sol é desprezível.

Palavras-chave. Perturbação orbital, Sol-Marte, Inclinação crítica, Perturbação de terceiro corpo.

1 Introdução

Devido ao grande interesse na procura de evidências de água e vida em Marte [1, 2], muito se tem estudado a respeito do planeta. Desde a década de 1990, várias missões foram direcionadas ao planeta, como por exemplo o lançamento das sondas americanas *Mars Global Surveyor (MGS)* [3] e *Mars Reconnaissance Orbiter (MRO)* [4], que tinham como objetivo observar a cartografia marciana e a existência de vestígios de água no planeta, respectivamente.

¹ rcassia@sjbv.unesp.br

² lucasmrimsilva@hotmail.com

³ sc.vd@hotmail.com

⁴ antonio.prado@inpe.br

Em particular, o estudo de órbitas ao redor do planeta Marte é um assunto importante para o planejamento e sucesso de missões. Usualmente, as órbitas de satélites mais importantes ao redor de Marte podem ser classificadas como órbitas heliossíncronas, órbitas em inclinação crítica, órbitas congeladas e órbitas estacionárias. Em geral, estudos relacionados a órbitas de satélites artificiais ao redor de Marte consideram somente o efeito do achatamento do planeta como o principal fator que influencia a órbita do satélite [5]. Outras perturbações como: arrasto atmosférico, força gravitacional devida a um terceiro corpo e pressão de radiação não são consideradas no problema.

Na literatura, muitos trabalhos podem ser encontrados sobre a perturbação causada por um terceiro corpo na trajetória orbital de um satélite. Utilizando a função perturbadora expandida em polinômios de Legendre até segunda ordem, [6] aplicou o método de dupla média para descrever a perturbação causada por um terceiro corpo distante em uma órbita de satélite. [7] estudou este problema considerando a expansão da função perturbadora em polinômios de Legendre até quarta ordem, descrevendo a perturbação em um problema de três corpos para o caso restrito. Em ambos os estudos, a descrição da perturbação assumia que o corpo perturbador estava em órbita circular ao redor do corpo principal. Complementarmente, [8] considerou no modelo a perturbação causada por um corpo em órbita elíptica.

Tomando o modelo de dupla média baseado na expansão da função perturbadora em polinômios de Legendre para o sistema Terra-Lua, obteve-se através dos estudos citados um modelo simplificado com resultados satisfatórios. No entanto, nas referências citadas acima, a obliquidade do planeta não foi considerada. Posteriormente, [9] incluiu ao modelo de dupla média a obliquidade do planeta, possibilitando a aplicação do modelo para casos em que tal parâmetro apresenta valores consideráveis. Assim, o modelo de dupla média pôde ser aplicado para o sistema Sol-Marte, em que a obliquidade do planeta é dada por $25,19^\circ$.

Dentro deste contexto, este trabalho apresenta um estudo da perturbação gravitacional do Sol sobre órbitas de satélites artificiais ao redor de Marte utilizando o algoritmo de dupla média apresentado em [9], considerando a excentricidade e a obliquidade do planeta. As condições iniciais são referentes às órbitas de satélites em inclinação crítica ao redor de Marte [5].

Este trabalho é estruturado como se segue. Na Seção 2, nós apresentamos as equações de movimento usadas para as integrações numéricas. Na Seção 3, os resultados são analisados e discutidos. Nossos comentários finais são apresentados na Seção 4.

2 Equações de movimento e condições iniciais

Neste estudo, é considerado o modelo de um sistema composto por um satélite artificial ao redor de Marte. O satélite sofre a perturbação gravitacional do Sol e do achatamento de Marte (J_2). Como mencionado anteriormente, nós implementamos o algoritmo de dupla média considerando a excentricidade e obliquidade do planeta utilizando a linguagem de programação FORTRAN. As equações de variação dos elementos orbitais referentes ao achatamento do planeta foram consideradas em primeira ordem. Como referência matemática, nós utilizamos as equações apresentadas em [9] e [10].

As condições iniciais foram referentes a órbitas de satélites em inclinação crítica. Órbita em inclinação crítica é um tipo de órbita no qual a excentricidade e o argumento de

pericentro médios não sofrem variação. Devido ao achatamento dos polos de Marte, a protuberância equatorial no planeta pode, indesejavelmente, ocasionar rotação do argumento de pericentro e causar alterações na excentricidade da órbita. As condições iniciais foram calculadas a partir das equações apresentadas em [5].

3 Resultados numéricos

Nesta Seção serão apresentados como exemplos os gráficos dos resultados obtidos considerando as três condições iniciais para satélites artificiais, que estão apresentadas na tabela 1.

Tabela 1: Condições iniciais

	Semieixo maior (km)	Excentricidade	Inclinação (graus)
Órbita 1	23397	0,01	63,4338
Órbita 2	53397	0,01	63,4730
Órbita 3	83397	0,01	63,3835

Neste sistema, leva-se em consideração que a órbita de Marte ao redor do Sol é elíptica e possui excentricidade igual a 0,0935. Assume-se também que o ângulo de obliquidade do planeta é equivalente a $25,19^\circ$ e que $J_2 = 1,95545 \times 10^{-3}$. As integrações numéricas foram realizadas considerando um tempo de 10 anos terrestres, o que corresponde a cerca de 5,32 períodos orbitais do planeta Marte.

Para analisar a perturbação causada no veículo espacial, tomaram-se como condições iniciais órbitas em inclinação crítica com excentricidade inicial constante e valores diferentes de semieixo maior. A seguir, as figuras 1 e 2 mostram as variações de excentricidade e inclinação, respectivamente, para a órbita 1.

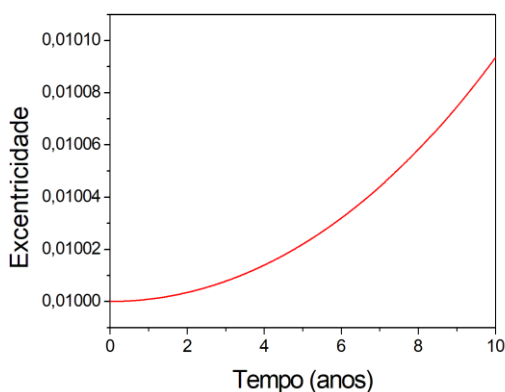


Figura 1 – Evolução da excentricidade para a órbita 1

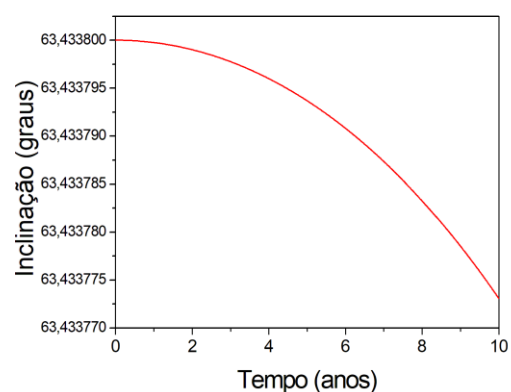


Figura 2 – Evolução da inclinação para a órbita 1

Para esse caso, nota-se que a excentricidade sofre uma variação máxima de 0,0001 quando $t = 10$ anos, atingindo o valor máximo de aproximadamente 0,0101. Sabendo que a distância de pericentro é dada pela equação $r_{per} = a(1 - e)$, essa variação de excentricidade pode ocasionar uma diferença de aproximadamente 2,34 km na distância de pericentro do satélite, o que representa cerca de 0,01% do valor da distância de pericentro da órbita nominal. É possível observar que ao passo que a excentricidade da órbita aumenta em função do tempo, a inclinação apresenta um comportamento decrescente. Este efeito é resultado da perturbação do Sol, que sobrepõe o efeito da perturbação do achatamento.

Dados os resultados apresentados, variou-se o valor do semieixo maior para analisar a perturbação do Sol sobre órbitas de diferentes altitudes. As figuras 3 e 4 mostram as variações de excentricidade e inclinação para a órbita 2.

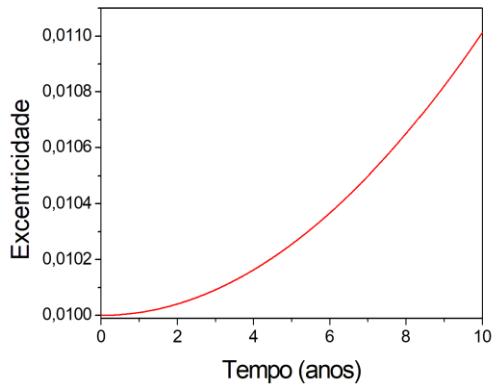


Figura 3 – Evolução da excentricidade para a órbita 2

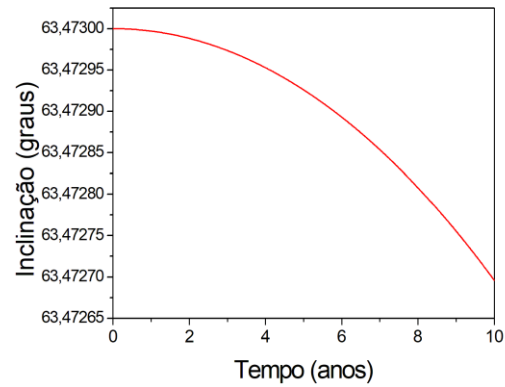


Figura 4 – Evolução da inclinação para a órbita 2

Para o caso da órbita 2, torna-se evidente que a magnitude da variação de excentricidade e inclinação dependem do valor inicial de semieixo da órbita. A excentricidade atinge o valor máximo de $\approx 0,011015$ no final do intervalo de 10 anos. Essa variação de excentricidade (de $\approx 1,015 \times 10^{-3}$) pode ocasionar em uma diferença na distância de pericentro do satélite com relação ao valor inicial de aproximadamente 54,2 km, valor cerca de 4 vezes maior que o obtido para a órbita 1. Para esse caso, a variação máxima da altitude de pericentro do satélite representa aproximadamente 0,1% do valor da altitude de pericentro da órbita nominal. Esse valor percentual é cerca de 10 vezes maior do que o valor obtido para a órbita 1.

Analisaram-se ainda as variações para valores maiores de semieixo maior. As figuras 5 e 6 mostram as variações de excentricidade e inclinação do satélite, respectivamente, para a órbita 3.

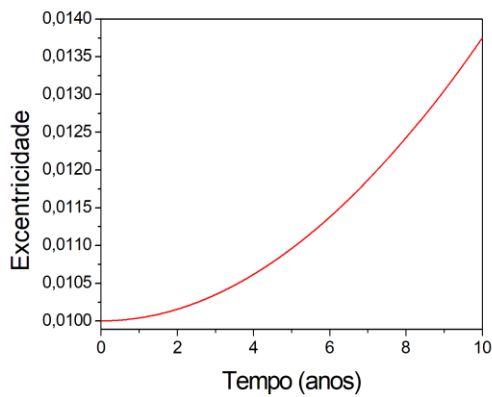


Figura 5 – Evolução da excentricidade para a órbita 3

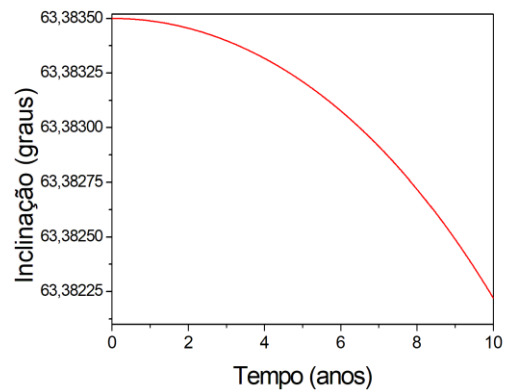


Figura 6 – Evolução da inclinação para a órbita 3

Assim como é possível notar na figura 5, a variação de excentricidade assume uma magnitude consideravelmente maior do que a apresentada nos casos anteriores, sendo representada pela diferença de aproximadamente 0,00375 com relação à excentricidade inicial quando $t = 10$ anos. Para esse caso, torna-se ainda mais crítica a diferença de altitude de pericentro, que é dada por aproximadamente 313,1 km, valor que é mais de 5,8 vezes o obtido para a órbita 2. Esse valor representa uma diferença de aproximadamente 0,38% com relação à distância de pericentro da órbita nominal, valor percentual que é consideravelmente maior que o obtido nos casos anteriores.

Entende-se que o aumento na variação na distância de pericentro para órbitas cada vez mais altas ocorre por conta da distanciação do satélite com relação a Marte, que conseqüentemente atenua a estabilização causada pelo achatamento do planeta, ao passo que aumenta a perturbação gravitacional inferida pelo Sol.

A tabela 2 mostra as variações de excentricidade e inclinação para outros casos estudados.

Tabela 2: Categorias dos trabalhos.

Semieixo maior (km)	Excentricidade máxima ($e_{\text{máx}}$)	Inclinação (graus) ($i_{\text{inicial}} - i_{\text{final}}$)	$ \Delta r_{\text{per}} $ (km)
23397	0,01010	63,43380 — 63,43377	2,34
33397	0,01025	63,43940 — 63,43933	8,35
53397	0,01102	63,47300 — 63,47267	54,2
63397	0,01168	63,47300 — 63,47277	106,5
73397	0,01259	63,38350 — 63,38266	190,1
83397	0,01375	63,38350 — 63,38222	313,1

4 Comentários finais

Através dos resultados obtidos, foi possível observar que o efeito da perturbação do Sol está diretamente relacionado com a distância do satélite ao planeta, como mostrado na literatura [8]. Notou-se através dos resultados numéricos que, ao se elevar o valor do semieixo maior, obtém-se uma variação periódica cada vez mais significativa na excentricidade e inclinação da órbita.

Embora as variações de excentricidade para as órbitas apresentadas tenham atingido valores da ordem de 10^{-3} ou inferiores, essa diferença deve ser considerada significativa, pois em todos os casos as órbitas apresentaram uma variação significativa da distância de pericentro com relação à órbita nominal. Observou-se ainda que ao elevar o valor do semieixo maior da órbita, a diferença da altitude de pericentro pode assumir valores da ordem de até centenas de km, representando uma diferença considerável com o decorrer dos anos.

Os resultados mostram que para órbitas em inclinação crítica cada vez mais próximas de Marte, o efeito do achatamento do planeta atenua significativamente a perturbação gravitacional do Sol, mas ainda obtém-se variações significativas que resultam do efeito da perturbação do Sol. Deste modo, é possível notar que as perturbações ocorrem com maior magnitude em órbitas cada vez mais altas, resultando em diferenças da altitude de pericentro cada vez mais significativas.

Agradecimentos

Agradecemos ao CNPq (Processos: PQ 310317/2016-9, PIBIC 154375/2016-0, PIBIC 121694/2016-0) e à UNESP – Campus São João da Boa Vista pelo suporte ao nosso projeto de pesquisa

Referências

- [1] L. Ojha, M. BethWilhelm, S. L. Murchie, A. S. McEwen, J. J. Wray, J. Hanley, M. Massé, M. Chojnacki. Spectral evidence for hydrated salts in recurring slope lineae on Mars. *Nature Geosci.* 8, 829–832, (2015).
- [2] D. Rapp, J. Andriga, R. Easter, J. H. Smith, Y. J. Wilson, D. L. Clarck, K. Payne. Preliminary system analysis of in situ resource utilization for Mars human exploration. *Aerospace Conference, IEEE*. DOI: 10.1109/AERO.2005.1559325, (2005).
- [3] B. Jai, D. Wenkert, B. Hammer, M. Carlton, D. Johnston, T. Halbrook. “An Overview of Mars Reconnaissance Orbiter Mission, and Operations Challenges,” *AIAA SPACE 2007 Conference and Exposition, Long Beach, CA, AIAA Paper 2007-6090*, (2007).

- [4] D. T. Lyons, J. G. Beerer, P. Esposito, M. D. Johnston, W. T. Willcockson, “Mars Global Surveyor: Aerobraking Mission Overview,” *Journal of Spacecraft and Rockets*, 36, No. 3, 307–313, (1999).
- [5] X. Liu, H. Baoyin, X. Ma. “Five special types of orbits around Mars” *J. Guid. Control Dyn.* 33(4), 1294–1301, doi: 10.2514/1.48706, (2011).
- [6] R. A. Broucke, “The Double Averaging of the Third Body Perturbations,” Texas University, Austin, Tex, USA, (1992).
- [7] A. F. B. A. Prado, “Third-body perturbation in orbits around natural satellites,” *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, vol. 26, no. 1, pp. 33–40, (2003).
- [8] R. C. Domingos, R. V. Moraes, A. F. B. A. Prado, “Third-body perturbation in the case of elliptic orbits for the Disturbing Body”, *Math Probl, Eng.* (2008).
- [9] X. Liu, H. Baoyin, X. Ma. “Long-term perturbations due to a disturbing body in elliptic inclined orbit,” *Astrophysics and SpaceScience*, vol.339, no.2, pp.295–304, (2012).
- [10] Roy, A. E. (1982). *Orbital Motion*. Adam Hilger, Ltd, Bristol.