



Estudo de sistemas de controle de atitude para nanossatélites equipados com bobinas magnéticas

Leonardo Souza André¹

Centro de Engenharia, Modelagem e Ciências Sociais (CECS), UFABC, Santo André, SP

Leandro Baroni²

Centro de Engenharia, Modelagem e Ciências Sociais (CECS), UFABC, Santo André, SP

Resumo. Com a expansão de nanossatélites no mundo de hoje, devido a suas limitações físicas e eletrônicas, faz-se necessário o estudo de técnicas para controle de atitude. Este artigo traz um estudo sobre os controles LQR e LQG através de atuadores de bobinas magnéticas. Para isso, a modelagem, via *quaternion*, junto ao estudo de algumas perturbações e dos controles, foram implementados em Simulink. Como resultado, obtiveram-se valores satisfatório para ambos os controles, entretanto, o controle LQG pode ser melhorado com técnicas de otimização de modo a resultar dado compatíveis com aplicabilidade em missões.

Palavras-chave. : Controle de atitude, bobinas magnéticas, nanossatélites, LQR/LQG

1 Introdução

No avanço tecnológico que vivenciamos pelas últimas décadas, satélites de pequena estrutura vêm sendo desenvolvidos, classificados com nanossatélites quando sua massa esta entre 1 e 10 kg. Como forma de interesse, o padrão CubeSat (*Cube Satellite*) foi desenvolvido [4]. Iniciado na *California Polytechnic State University*, traz um padrão de construção a satélites cúbicos com 10cm de lado e massa aproximadamente 1kg como unidade básica, usualmente chamado de 1U. Quando acoplado três unidades básicas, este é chamado de 3U.

Um problema ocasionado pela miniaturização de satélites aparece em relação ao ADCS (*Attitude Determination and Control System*). A necessidade de sensores pequenos, leves e de baixo custo se torna aparente para atender as restrições de construção. Portanto, é comum o uso de bobinas magnéticas como atuadores no controle de atitude do CubeSat.

Deste modo, o presente artigo tem como objetivo avaliar o desempenho dos controladores LQR e LQG para um controle de atitude de um CubeSat 3U, tendo como atuadores um conjunto de bobinas magnéticas.

¹leonardo.andre@aluno.ufabc.edu.br

²leandro.baroni@ufabc.edu.br

2 Métodos

Para o estudo dos controles propostos, faz-se necessário a modelagem do satélite e do estudo das leis de controle.

2.1 Modelagem

Um CubeSat 3U é composto por três cubos alinhados sobre a direção do eixo z . Para este artigo, propôs-se as dimensão 10cm x 10cm x 30cm, com massa total de 3,3kg uniformemente distribuído ao longo do corpo. Assim, seu momento de inércia pode ser aproximado a de uma paralelepípedo, resultando em uma matriz de inércia $\mathbf{I}_{sat}^b = \text{diag}(0.0275 \ 0.0275 \ 0.0055) \text{ kg.m}^3$.

Para as equações da dinâmica, os sistemas de coordenadas utilizado neste trabalho foram o *sistema geocêntrico inercial*, cuja origem se encontra no centro da Terra, eixo x aponta para o ponto vernal (γ), eixo z paralelo ao eixo de rotação terrestre, e o eixo y completa o sistema dextrógiro, o *sistema orbital*, cuja origem está no centro de massa do satélite, eixo z apontando nadir, eixo x tangencial a órbita na direção da velocidade do satélite, e o eixo y completa o sistema dextrógiro, e o *sistema do corpo*, cuja origem está no centro de massa do satélite e eixos coincidentes com os eixos principais de inércia [6].

Dinâmica - A relação entre a velocidade angular do satélite e os torques nele aplicados ($\mathbf{N}^b$) dá-se pela equação 1, enquanto que a representação da atitude do satélite, neste artigo utilizado *quaternions* ($ijk = 1$), é dado por [5]:

$$\mathbf{I}^b \dot{\boldsymbol{\omega}}_{ib}^b + \boldsymbol{\omega}_{ib}^b \times \mathbf{I}^b \boldsymbol{\omega}_{ib}^b = \mathbf{N}^b \quad (1)$$

$$\dot{\mathbf{q}} = \frac{1}{2} \mathbf{W}(\boldsymbol{\omega}_{ob}^b) \mathbf{q} \quad (2)$$

onde $\boldsymbol{\omega}_{ib}^b$ representa a velocidade angular do sistema corpo com relação ao sistema inercial (subscrito ib), expresso no sistema do corpo (sobrescrito b), $\mathbf{q}$ representa os quaternions, $\boldsymbol{\omega}_{ob}^b$ representa a velocidade angular do sistema corpo com relação ao sistema orbital, expresso no sistema do corpo e $\mathbf{W}(\boldsymbol{\omega}_{ob}^b)$ é uma matriz antissimétrica de velocidades angulares. A relação entre $\boldsymbol{\omega}_{ib}^b$ e $\boldsymbol{\omega}_{ob}^b$ pode ser expressa por:

$$\boldsymbol{\omega}_{ib}^b = \boldsymbol{\omega}_{ob}^b + \mathbf{R}_o^b [0 \ -n \ 0]^T \quad (3)$$

onde $\mathbf{R}_o^b$ é a matriz de rotação do sistema orbital para o sistema do corpo e n é a velocidade angular orbital [2].

Campo magnético terrestre - Neste trabalho, o atuador utilizado para análise dos controles foi o magnetorque. Para a modelagem do campo magnético terrestre, foi utilizado o modelo IGRF (*International Geomagnetic Reference Field*) [7], na qual descreve o campo magnético como um modelo de 13ª ordem dado por:

$$V(r, \theta, \phi) = a \sum_{n=1}^N \sum_{m=0}^n \left(\frac{a}{r}\right)^{n+1} [g_n^m \cos(m\phi) + h_n^m \sin(m\phi)] P_n^m \cos(\theta) \quad (4)$$

onde r é a distância geocêntrica da Terra, θ é a coelevação, ϕ é a longitude, a é o raio equatorial da Terra, g_n^m e h_n^m são coeficientes gaussianos e $P_n^m \cos(\theta)$ são funções de Legendre associadas na forma seminormalizada de Schmidt.

Perturbações do ambiente - Para que o sistema se aproxime um pouco da realidade, alguns efeitos perturbativos em órbitas foram adicionados ao modelo. Foram estudados: torque provido do gradiente de gravidade, torque aerodinâmico, torque de radiação solar e torque de dipolo residual [6].

Linearização - Uma vez que a teoria por trás dos controles LQR/LQG são lineares, e a dinâmica do satélite é fortemente não linear, foi desenvolvido a linearização do modelo considerando a perturbação gravitacional. As equações da dinâmica são dada pela equação 5, e estas tiveram como ponto de equilíbrio $\omega_{ob}^b = [0 \ 0 \ 0]^T$ e $\mathbf{q} = [0 \ 0 \ 0 \ 1]^T$ [3].

$$\begin{bmatrix} \dot{q}_1 \\ \dot{q}_2 \\ \dot{q}_3 \\ \dot{\omega}_{ob_x}^b \\ \dot{\omega}_{ob_y}^b \\ \dot{\omega}_{ob_z}^b \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0.5 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0.5 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0.5 \\ f51 & 0 & 0 & 0 & 0 & f56 \\ 0 & f62 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & f73 & f74 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} q_1 \\ q_2 \\ q_3 \\ \omega_{ob_x}^b \\ \omega_{ob_y}^b \\ \omega_{ob_z}^b \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ I_1^{-1} & 0 & 0 \\ 0 & I_2^{-1} & 0 \\ 0 & 0 & I_3^{-1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ u_3 \end{bmatrix} \quad (5)$$

onde $f51 = 8n^2 \frac{I_3 - I_2}{I_1}$, $f62 = 6n^2 \frac{I_3 - I_1}{I_2}$, $f73 = 2n^2 \frac{I_1 - I_2}{I_3}$, $f74 = n \frac{I_2 - I_1 - I_3}{I_3}$ e $f56 = n \frac{I_1 - I_2 + I_3}{I_1}$

2.2 Controle

Para simulação dos controles, estuda-se previamente a teoria dos controles LQR e LQG [1].

Regulador Linear quadrático (LQR) Dado um sistema linear invariante no tempo:

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{B}\mathbf{u} \quad (6)$$

a técnica de controle ótimo consiste em encontrar uma lei de controle linear

$$\mathbf{u} = -\mathbf{K}_c \mathbf{x} \quad (7)$$

que minimize uma função custo quadrática

$$J(\mathbf{u}) = \int_0^\infty [\mathbf{x}^T(t) \mathbf{Q} \mathbf{x}(t) + \mathbf{u}^T(t) \mathbf{R} \mathbf{u}(t)] dt \quad (8)$$

onde $\mathbf{Q}$ e $\mathbf{R}$ são matrizes positivas semidefinida e definida, respectivamente, $\mathbf{x}$ é o vetor de estados e $\mathbf{u}$ é o vetor de controle. A solução é obtida pela equação de Riccati:

$$\dot{\mathbf{P}} = -\mathbf{P}\mathbf{A} - \mathbf{A}^T\mathbf{P} + \mathbf{P}\mathbf{B}\mathbf{R}^{-1}\mathbf{B}^T\mathbf{P} - \mathbf{Q} \quad (9)$$

resultando em

$$\mathbf{K}_c = \mathbf{R}^{-1}\mathbf{B}^T\mathbf{P} \quad (10)$$

Regulador Linear quadrático gaussiano (LQG) Dado um sistema linear invariante no tempo corrompidos por ruídos brancos $\mathbf{w}$ e $\mathbf{v}$ não correlacionados entre si e no tempo

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{B}\mathbf{u} + \mathbf{G}\mathbf{w} \quad (11)$$

$$\mathbf{y} = \mathbf{C}\mathbf{x} + \mathbf{v} \quad (12)$$

Para eliminar os ruídos brancos, um observado de estado usando filtro de Kalman pode ser usado. Assim, o estado estimado pode ser dado por:

$$\dot{\hat{\mathbf{x}}} = (\mathbf{A} - \mathbf{K}_c\mathbf{C})\hat{\mathbf{x}} + \mathbf{B}\mathbf{u} + \mathbf{K}_f\mathbf{y} \quad (13)$$

$$\mathbf{y} = \mathbf{C}\hat{\mathbf{x}} \quad (14)$$

Assim, a matriz de ganho de Kalman é dada por:

$$\mathbf{K}_f = \mathbf{P}_f\mathbf{C}^T\mathbf{R}_f^{-1} \quad (15)$$

onde $\mathbf{P}_f$ é dado por:

$$0 = -\mathbf{P}_f\mathbf{A} - \mathbf{A}^T\mathbf{P}_f + \mathbf{P}_f\mathbf{C}^T\mathbf{R}_f^{-1}\mathbf{P}_f - \mathbf{Q}_f \quad (16)$$

onde $\mathbf{R}_f = E\{\mathbf{v}\mathbf{v}^T\}$ e $\mathbf{Q}_f = E\{\mathbf{w}\mathbf{w}^T\}$.

3 Resultados e discussões

Com todos os modelos necessários para a atitude de um satélite e estudo dos controles, foi desenvolvido um algoritmo no MatLab 2015 - Simulink para simulação da atuação dos controles sobre a orientação do satélite. Em todas as simulações, foram utilizado 400km de altura, 0 de excentricidade, 30° de ascensão do nodo ascendente e 20° de inclinação. Então o período da órbita é de $T \cong 1h32min$ e velocidade orbital de $n = 0.0011rad/s$, além dos parâmetros já apresentado ao longo deste artigo. Para a bobina magnética, foi utilizado uma área de $0.075 m^2$, 100 espiras com resistência de $\cong 20 \Omega$ e máximo momento dipolo de $2 Am^2$. A data de simulação foi 27/01/2016.

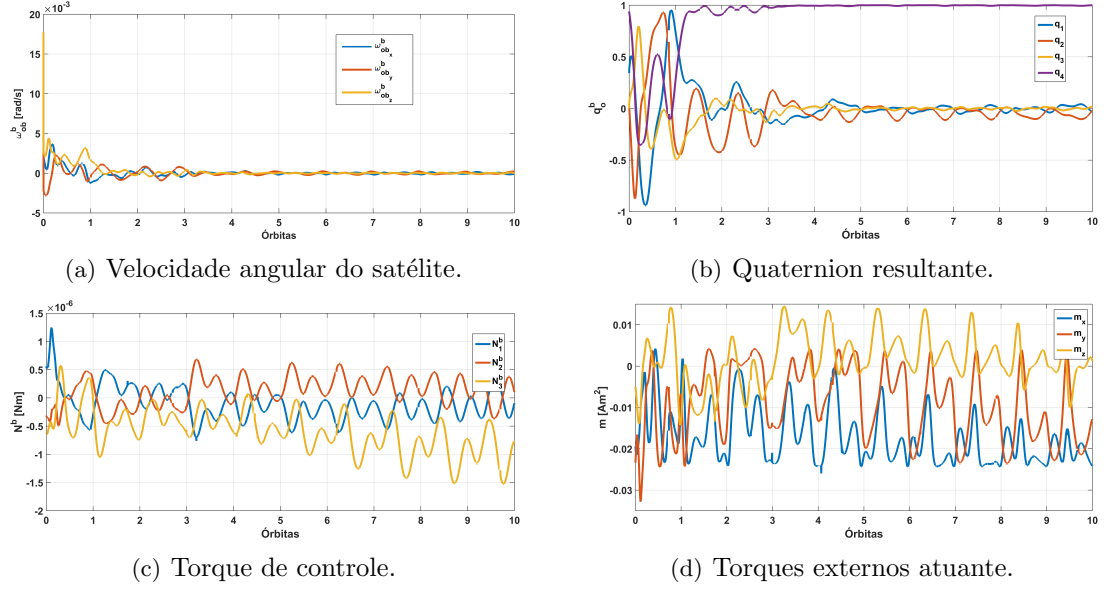


Figura 1: Gráficos resultante da simulação do controle LQR para as condições iniciais dadas.

LQR Para o teste do controle LQR, foi proposta a seguinte condição inicial: $\omega_{ob}^b = [1 \ 1 \ 1]^T [^\circ/s]$, $q = [0.3420 \ 0 \ 0 \ 0.9397]^T$, $R = \mathbf{I}_3$ e $Q = [80000\mathbf{I}_3 \ 800\mathbf{I}_3; \ 800\mathbf{I}_3 \ 8\mathbf{I}_3]$. Os resultados podem ser observado na Figura 1.

A Figura 1(a) mostra a velocidade angular. Note que o controle leva aproximadamente 3,5 órbitas para estabilizar a rotação do satélite, pois a partir deste ponto, a velocidade angular oscila em um intervalo de $\pm 3 \cdot 10^{-4} \text{ rad/s}$, ou seja, $\pm 0.0172 \text{ graus/s}$, valores aceitáveis para uma missão e compatíveis com a literatura, como em [1].

A Figura 1(b) mostra o quaternion de atitude do satélite. É possível notar que após 3,5 órbitas, o controle LQR leva o sistema para a posição de equilíbrio e permanecendo numa faixa aceitável, na qual q_1, q_2 e q_3 estão em ± 0.15 e q_4 está em ± 0.997 . Tais valores se encontram de acordo com a literatura, vide [6].

As Figuras 1(c) e 1(d) mostram o torque oriundo das bobinas magnéticas para controle do satélite e o momento magnético produzido pelas mesmas para interação com campo magnético terrestre, respectivamente.

LQG Para o teste do controle LQG, foi proposta a seguinte condição inicial: $\omega_{ob}^b = [0 \ 0 \ 0]^T [^\circ/s]$, $q = [0.0872 \ 0 \ 0 \ 0.9962]^T$, R e Q mantiveram-se como no caso anterior. Para o filtro de Kalman, utilizou-se $Q_f = 10^{-10} \text{diag}(1 \ 1 \ 1 \ 1 \ 1 \ 1)$ e $R_f = [svd_m^2 \mathbf{I}_3 \ \mathbf{0}_3; \ \mathbf{0}_3 \ (svd_s^2 \mathbf{I}_3)]$, onde svd_m é o desvio padrão do campo magnético ($svd_m = 1,5 \cdot 10^{-7} \text{ nT}$) e svd_s é o desvio padrão dos sensores ($svd_s = 0.000174 \text{ rad}$). Os resultados podem ser observado na Figura 2.

A Figura 2(a) mostra a velocidade angular. Note que o controle, em quase toda simulação, mantém a velocidade em uma faixa de $\pm 2,5^{-3} \text{ rad/s}$ ($\pm 0.2^\circ/s$), valores aceitáveis quando considerado que houve o acréscimo de ruídos no sistema (sensores),

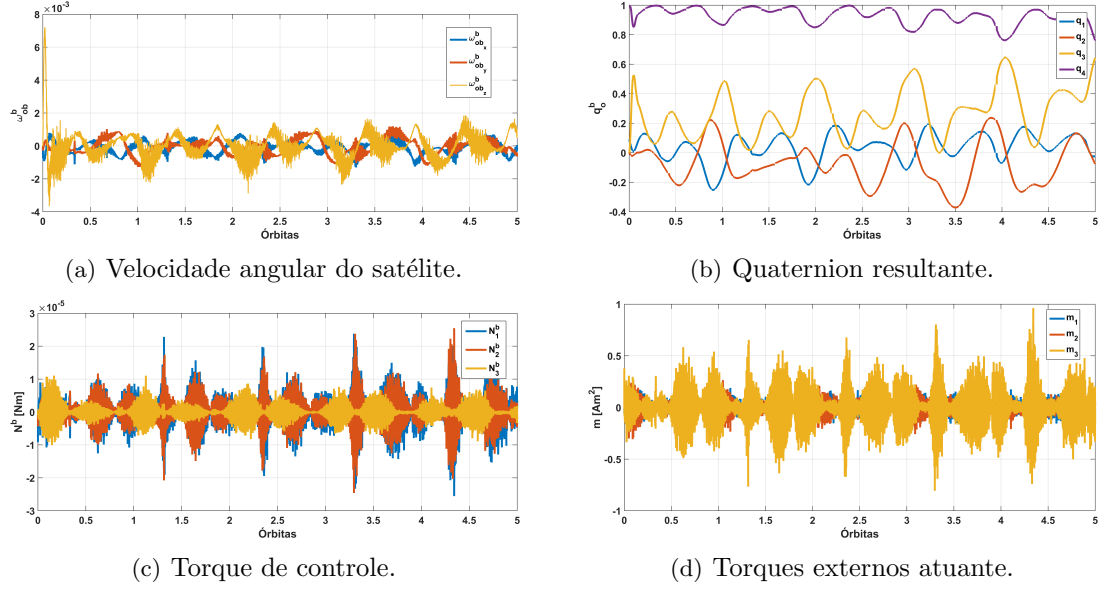


Figura 2: Gráficos resultante da simulação do controle LQG para as condições iniciais dadas.

como pode ser notado na equação 12. Os valores podem ser comparados, dado as ponderações feitas, com os valores de [6].

A Figura 2(b) mostra o quaternion de atitude do satélite. Nota-se que a precisão do apontamento é afetada, e conseqüentemente diminuída, devido ao acréscimo de ruído ao sistema, porém mantendo valores médios não discrepantes com a realidade ao longo da simulação.

As Figuras 2(c) e 2(d) mostram o torque oriundo das bobinas magnéticas para controle do satélite e o momento magnético produzido pelas mesmas para interação com campo magnético terrestre, respectivamente. Nota-se que houve um esforço maior do controle para estabilizar o satélite, entretanto, não ultrapassando os limites da bobina magnética (2 Am^2).

4 Conclusões

Para as simulações realizada neste artigo, pode-se concluir que o controle LQR executou o controle de atitude com performance satisfatória para uma missão e de concordância com a literatura [1, 6]. No caso do controle LQG, levado em consideração a adição de ruídos dos sensores, o controle demonstrou uma performance mediana, de concordância com a literatura, entretanto não muitos satisfatório para uma missão. Deve-se, portanto, a análise de algum algoritmo de otimização para cálculo de Q_f em futuros trabalhos para melhora no LQG.

Neste artigo, foi simulado as perturbações indicada na seção 2.1 como feito em [1, 6]. Porém, [1] não aplica o controle LQG à bobinas magnéticas, enquanto [6], apenas o controle LQR. Ressalta-se, por fim, que a utilização de bobinas magnéticas como atuadores de

controle tornam o sistema menos controlável, uma vez que sua atuação sempre terá um eixo não controlável, aumentando assim, a imprecisão dos sistemas de controle aplicado.

Agradecimentos

Agradeço ao professor doutor Leandro Baroni por me orientar nesta pesquisa e ao CNPq pelo financiamento deste trabalho, através do Programa Institucional de Bolsas de Iniciação Científica da UFABC (PIBIC / UFABC).

Referências

- [1] G. Arantes Jr., Estudo Comparativo de Técnicas de Controle de Atitude em Três Eixos para Satélites Artificiais, Dissertação de Mestrado em Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais, São José dos Campos, (2005).
- [2] A.G.V. Brum et al, Sistema de Controle de Atitude Proposto para a Missão Espacial SERPENS II, Proceeding Series of the Brazilian Society of Computational and Applied Mathematics, vol. 4, n. 1, (2016), DOI: 10.5540/03.2016.004.01.0043
- [3] K. F. Jensen and K. Vinther, Attitude determination and control system for AAU-SAT3, Master's Thesis, Aalborg University, (2010).
- [4] S. Lee et al, CubeSat design specification, The CubeSat Program, v. 8651, p. 22, 2009.
- [5] M. J. Sidi, Spacecraft dynamics and control: a practical engineering approach, Cambridge university press, (1997).
- [6] F. G. Stray, Attitude control of a nano satellite, Master's Thesis, University Of Oslo, (2010).
- [7] E. Thébault et al, International geomagnetic reference field: the 12th generation, Earth, Planets and Space, v. 67, n. 1, p. 79, (2015).