



DINCON 2017

CONFERÊNCIA BRASILEIRA DE DINÂMICA, CONTROLE E APLICAÇÕES
30 de outubro a 01 de novembro de 2017 – São José do Rio Preto/SP

Análise de um controlador H_∞ com D-estabilidade projetado para um motor de indução com incertezas

Tiago Veronese Ortunho¹

Instituto Federal de São Paulo, IFSP, Presidente Epitácio, SP

Jean Marcos de Souza Ribeiro²

Departamento de Engenharia Elétrica, UNESP, Ilha Solteira, SP

Marcelo Carvalho Minhoto Teixeira³

Departamento de Engenharia Elétrica, UNESP, Ilha Solteira, SP

Alexandre Ataíde Carniato⁴

Instituto Federal de São Paulo, IFSP, Presidente Epitácio, SP

Leonardo Ataíde Carniato⁵

Instituto Federal de São Paulo, IFSP, Presidente Epitácio, SP

Fernando Barros Rodrigues⁶

Instituto Federal de São Paulo, IFSP, Presidente Epitácio, SP

Resumo. O trabalho apresenta uma implementação da teoria de controladores robustos H_∞ com a restrição de D-Estabilidade usando Inequações Matriciais Lineares (LMI) aplicado em um motor de indução trifásico (MIT) com incertezas, com o objetivo de minimizar o distúrbio no acionamento do equipamento. Para verificar o comportamento dinâmico do sistema foi efetuado uma análise no *software* Matlab/Simulink comparando o sistema de controle robusto H_∞ com D-Estabilidade com o controle PI considerando uma incerteza de 5% na constante de tempo do rotor.

Palavras-chave. MIT, Controle H_∞ com D-Estabilidade e Inequações Matriciais Lineares

1 Introdução

¹ tiago.veronese@ifsp.edu.br

² jean@dee.feis.unesp.br

³ marcelo@dee.feis.unesp.br

⁴ carniato@ifsp.edu.br

⁵ leonardo@ifsp.edu.br

⁶ f.barrosrodrigues@ifsp.edu.br

O projeto de controladores objetiva atender desempenhos normalmente considerando a planta representada por um modelo, assim, o controlador atende às especificações de performance para o modelo nominal de maneira ótima. Porém, a modelagem de plantas, não leva em consideração a possibilidade do modelo ser modificado em função de perturbações e distúrbios.

Em aplicações práticas, observa-se que o comportamento da planta se altera com relação ao previsto, ao longo do tempo, por perturbações (dinâmicas ignoradas na determinação do modelo, tempos de retardo, não linearidades desprezadas, variações paramétricas, falhas e etc).

Um controle é robusto se ele gerar respostas semelhantes entre o sistema real e o modelo utilizado para o projeto do controlador. A utilização de LMIs (Desigualdades Matriciais Lineares, do inglês, Linear Matrix Inequalities) para projetar controladores robustos é eficiente devido resolver problemas envolvendo incertezas paramétricas utilizando pacotes computacionais especializados [6, 7]. Baseando neste fato, desenvolveu-se um projeto de controlador robusto H^∞ com D-Estabilidade utilizando LMI para o controle de velocidade de um motor de indução trifásico (MIT) com variações paramétricas, para isto determinou-se as variáveis de estado do MIT para depois projetar e analisar dinamicamente o sistema.

2 Modelo de estado do motor de indução trifásico

O projeto e análise do controlador robusto utilizando desigualdades matriciais lineares (LMI) para o motor de indução trifásico com gaiola de esquilo necessita da definição e representação dinâmica do equipamento em variáveis de estado. As equações (1) a (19) apresentam o equacionamento do MIT. Considerando o sistema na referência síncrona girante (w_e) obtêm-se (1) a (6) [2, 4].

$$\frac{d}{dt} i_{ds}^e = - \left[\frac{R_s}{\sigma L_s} + \frac{R_r(1-\sigma)}{\sigma L_R} \right] \cdot i_{ds}^e + w_e \cdot i_{qs}^e + \frac{L_m R_r}{\sigma L_s L_R^2} \cdot \phi_{dR}^e + \frac{w_R L_m}{\sigma L_s L_R} \cdot \phi_{qR}^e + \frac{1}{\sigma L_s} \cdot V_{ds}^e \quad (1)$$

$$\frac{d}{dt} i_{qs}^e = - \left[\frac{R_s}{\sigma L_s} + \frac{R_r(1-\sigma)}{\sigma L_R} \right] \cdot i_{qs}^e - w_e \cdot i_{ds}^e + \frac{L_m R_r}{\sigma L_s L_R^2} \cdot \phi_{qR}^e - \frac{w_R L_m}{\sigma L_s L_R} \cdot \phi_{dR}^e + \frac{1}{\sigma L_s} \cdot V_{qs}^e \quad (2)$$

$$\frac{d}{dt} \phi_{dR}^e = \frac{L_m R_r}{L_R} \cdot i_{ds}^e - \frac{R_r}{L_R} \cdot \phi_{dR}^e + (w_e - w_R) \cdot \phi_{qR}^e \quad (3)$$

$$\frac{d}{dt} \phi_{qR}^e = \frac{L_m R_r}{L_R} \cdot i_{qs}^e - \frac{R_r}{L_R} \cdot \phi_{qR}^e - (w_e - w_R) \cdot \phi_{dR}^e \quad (4)$$

$$T_e = \frac{3p}{2} \cdot \frac{L_m}{L_R} \cdot (i_{qs}^e \cdot \phi_{dR}^e - i_{ds}^e \cdot \phi_{qR}^e) \quad (5)$$

$$T_e - T_L = J \cdot \frac{d}{dt} w_R + B \cdot w_R \quad (6)$$

Os parâmetros apresentados em (1) a (6) possuem os seguintes significados:

i_{ds}^e, i_{qs}^e – componente de eixo direto e de quadratura da corrente do estator;

R_s, R_r – resistência do estator e do rotor;

L_s, L_R, L_m – indutância do estator, do rotor e mútua;

w_e, w_R – velocidade síncrona e do rotor;

ϕ_{dR}^e, ϕ_{qR}^e – componente de eixo direto e de eixo de quadratura do fluxo do rotor;

T_e, T_L – torque eletromagnético e torque de carga;

p, J, B, σ – número de pares de polo, momento de inércia, coeficiente de atrito viscoso e coeficiente de dispersão;

O controle de fluxo foi estabelecido como orientação do rotor, o qual determina que o fluxo do rotor esteja alinhado ao eixo direto da corrente do estator na referência síncrona girante, proporcionando que seu valor seja uma constante ($\Phi_R = \Phi_{dR}^e = \Phi_{dR}^{e*} = \text{constante}$) e represente a totalidade do fluxo do rotor, pois, o fluxo de eixo em quadratura será nulo ($\Phi_{qR}^e = \frac{d}{dt}\Phi_{qR}^e = 0$). Efetuando estas considerações em (4), obtém-se a velocidade de escorregamento, dada por (7). Da Equação (3) obtém-se o fluxo de componente direto do rotor, representado por (8). O controle do fluxo do rotor é efetuado pela componente da corrente de eixo direto (i_{ds}^e), e o torque do motor é influenciado pela componente da corrente de eixo em quadratura (i_{qs}^e).

A corrente do estator de componente do eixo direto (i_{ds}^e) irá controlar o fluxo do rotor, assim, a corrente de eixo direto terá um sinal de referência representado por i_{ds}^{e*} . Em regime permanente para se obter o fluxo do rotor de eixo direto necessita-se da indutância mútua, portanto, define-se (9).

$$w_{esc} = w_e - w_R = \frac{L_m \cdot R_r}{L_R \cdot \Phi_{dR}^{e*}} \cdot i_{qs}^e \quad (7)$$

$$\frac{d}{dt}\Phi_{dR}^e + \frac{R_r}{L_R} \cdot \Phi_{dR}^e = \frac{L_m \cdot R_r}{L_R} \cdot i_{ds}^e \quad (8)$$

$$\Phi_{dR}^e = L_m \cdot i_{ds}^{e*} = \Phi_{dR}^{e*} \quad (9)$$

Da Equação (5) pode-se definir o torque eletromagnético como (10), com a constante de torque (K_t). A partir destas equações e de (6) obtém-se (11) que representa a velocidade angular mecânica.

$$T_e = \frac{3p}{2} \cdot \frac{L_m^2}{L_R} \cdot i_{ds}^{e*} \cdot i_{qs}^e = \frac{3p}{2} \cdot \frac{L_m}{L_R} \cdot \Phi_{dR}^{e*} \cdot i_{qs}^e = K_t \cdot i_{qs}^e \quad (10)$$

$$\frac{d}{dt}w_R = \frac{K_t}{J} \cdot i_{qs}^e - \frac{B}{J} \cdot w_R - \frac{1}{J} \cdot T_L \quad (11)$$

A componente de eixo em quadratura da corrente do estator pode ser reescrita por (12) e aplicando em (7) tem-se (13).

$$\frac{d}{dt}i_{qs}^e = -\frac{R_s}{\sigma \cdot L_s} \cdot i_{qs}^e - w_e \cdot i_{ds}^e + \frac{L_m \cdot \Phi_{dR}^e}{\sigma \cdot L_s \cdot L_R} \cdot \left(-\frac{R_r \cdot L_m}{L_R \cdot \Phi_{dR}^e} \cdot i_{qs}^e - w_R \right) + \frac{1}{\sigma \cdot L_s} \cdot V_{qs}^e \quad (12)$$

$$\frac{d}{dt}i_{qs}^e = -\frac{R_s}{\sigma \cdot L_s} \cdot i_{qs}^e - w_e \cdot i_{ds}^e + \frac{L_m \cdot \Phi_{dR}^e}{\sigma \cdot L_s \cdot L_R} \cdot (-w_{esc} - w_R) + \frac{1}{\sigma \cdot L_s} \cdot V_{qs}^e \quad (13)$$

A (13) pode ser substituída por (14), na qual se tem que a velocidade síncrona é a soma da velocidade de escorregamento com a velocidade do rotor. A Equação (15) representa o coeficiente de dispersão.

$$\frac{d}{dt}i_{qs}^e = -\frac{R_s}{\sigma \cdot L_s} \cdot i_{qs}^e - w_e \cdot i_{ds}^e - w_e \cdot \frac{L_m \cdot \Phi_{dR}^e}{\sigma \cdot L_s \cdot L_R} + \frac{1}{\sigma \cdot L_s} \cdot V_{qs}^e \quad (14)$$

$$\sigma = 1 - \frac{L_m^2}{L_s \cdot L_R} \quad (15)$$

Portanto, reescrevem-se as equações do motor de indução em variáveis de estado conforme (16). Em que a sigla α representa que a planta possui parâmetros incertos. As matrizes do modelo são apresentadas de (17) a (19) [2].

$$\begin{aligned}\dot{x}(t) &= A(\alpha).x(t) + B_u(\alpha).u(t) + B_w(\alpha).T_L(t) \\ y(t) &= C(\alpha).x(t)\end{aligned}\quad (16)$$

$$A(\alpha) = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & a_{14} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & a_{24} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & a_{34} \\ a_{41} & a_{42} & a_{43} & a_{44} \end{bmatrix}; a_{11} = -\left[\frac{R_s}{\sigma.L_s} + \frac{R_r(1-\sigma)}{\sigma.L_R}\right]; a_{12} = w_e; a_{13} = \frac{L_m.R_r}{\sigma.L_s.L_R^2};$$

$$a_{14} = 0; a_{21} = -w_e; a_{22} = -\frac{R_s}{\sigma.L_s}; a_{23} = -\frac{w_e.L_m}{\sigma.L_s.L_R}; a_{24} = 0; a_{31} = \frac{L_m.R_r}{L_R}; a_{32} = 0;$$

$$a_{33} = -\frac{R_r}{L_R}; a_{34} = 0; a_{41} = 0; a_{42} = \frac{K_t}{J}; a_{43} = 0; a_{44} = -\frac{B}{J}$$

$$B_u(\alpha) = \begin{bmatrix} b_{11} & b_{12} \\ b_{21} & b_{22} \\ b_{31} & b_{32} \\ b_{41} & b_{42} \end{bmatrix}; b_{11} = b_{22} = \frac{1}{\sigma.L_s}; b_{12} = b_{21} = b_{31} = b_{32} = b_{41} = b_{42} = 0 \quad (18)$$

$$B_w(\alpha) = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ -\frac{1}{J} \end{bmatrix}; C(\alpha) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}; x(t) = \begin{bmatrix} i_{ds}^e \\ i_{qs}^e \\ \phi_{dR}^e \\ w_R \end{bmatrix}; u(t) = \begin{bmatrix} V_{ds}^e \\ V_{qs}^e \end{bmatrix} \quad (19)$$

A expressão $T_L(t)$ indica o torque de carga e considera-se como uma perturbação no sistema.

3 Controlador robusto via LMI

Com a definição das variáveis de estado do motor de indução trifásico projetou-se um controlador ótimo robusto H_∞ usando a realimentação de estados, $u(t) = K.x(t)$, com o intuito de minimizar o custo garantido H_∞ entre o distúrbio $w(t) = T_L(t)$ e a saída $y(t)$. Utilizando a Figura 1, as equações (16), a teoria de controle ótimo robusto H_∞ , obtêm-se (20) a (23).

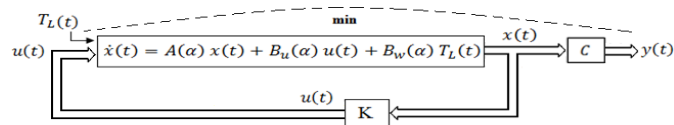


Figura 1: Controlador H_∞ com realimentação de estados.

$$\begin{aligned}\dot{x}(t) &= A(\alpha).x(t) + B_u(\alpha).K.x(t) + B_w(\alpha).T_L(t) = [A(\alpha) + B_u(\alpha).K].x(t) + B_w(\alpha).T_L(t) \\ y(t) &= C(\alpha).x(t)\end{aligned}\quad (20)$$

$$A_N = A(\alpha) + B_u(\alpha).K \quad (21)$$

$$\begin{aligned}\dot{x}(t) &= A_N.x(t) + B_w(\alpha).T_L(t) \\ y(t) &= C(\alpha).x(t)\end{aligned}\quad (22)$$

$$\begin{bmatrix} A_N.W + W.A_N' + B_w.B_w' & W.C' \\ C.W & -\mu.I \end{bmatrix} < 0; W > 0 \quad (23)$$

Para transformar o conjunto de equações (23) em LMIs procedeu-se conforme apresentado na equação (24). Usando o complemento de Schur em (24) obtêm-se (25).

$$\begin{bmatrix} A_N.W + W.A'_N & W.C' \\ C.W & -\mu.I \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} B_W.B'_W & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -A_N.W - W.A'_N & -W.C' \\ -C.W & \mu.I \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} -B_W \\ 0 \end{bmatrix} I [-B'_W \quad 0] < 0; W > 0 \quad (24)$$

$$\begin{bmatrix} A_N.W + W.A'_N & W.C' & B_W \\ C.W & -\mu.I & 0 \\ B'_W & 0 & -I \end{bmatrix} < 0; W > 0 \quad (25)$$

Substituindo a Equação (21) em (25) encontra-se (26) e considerando a (27), ao aplicar em (26) obtêm-se a restrição com norma (28).

$$\begin{bmatrix} (A + B_u.K).W + W.(A' + K'.B'_u) & W.C' & B_W \\ C.W & -\mu.I & 0 \\ B'_W & 0 & -I \end{bmatrix} < 0; W > 0 \quad (26)$$

$$Z = K.W \rightarrow K = Z.W^{-1}; Z' = W.K' \quad (27)$$

$$\begin{bmatrix} A.W + B_u.Z + W.A' + Z'.B'_u & W.C' & B_W \\ C.W & -\mu.I & 0 \\ B'_W & 0 & -I \end{bmatrix} < 0; W > 0; \|H(s)\|_\infty < \gamma; \|H(s)\|_\infty < \sqrt{\mu} \quad (28)$$

Os controladores apresentados anteriormente possuem valores muito elevados o que dificulta suas implementações, desta forma, usando como base [4] restringe-se a região do controlador. A região de interesse para a alocação robusta é a região $S(\sigma, r, \theta)$ de números complexos $x + jy$ que satisfazem as restrições ($x < -\sigma < 0$; $|x + jy| < r$; $\tan(\theta) x < -|y|$).

A primeira restrição representa um semi plano à esquerda da reta vertical que passa pelo ponto $(-\sigma, 0)$, com $\sigma > 0$, a segunda, um disco centrado na origem de raio r e a última limita o argumento θ dos elementos do conjunto.

1Quando os autovalores de um sistema de segunda ordem pertencem a região $S(\sigma, r, \theta)$, o sistema possui uma taxa de decaimento σ mínima, coeficiente de amortecimento $\zeta = \cos \theta$ mínimo e, frequência amortecida $\omega_d = r \cdot \sin \theta$ máxima [1, 4].

A técnica de alocação de autovalores na região $S(\sigma, r, \theta)$, permite efetuar projetos que restrinjam a porcentagem de overshoot (PO%), tempo de subida (t_s) e tempo de estabelecimento através de LMIs [1].

Em [4] afirmou-se que o sistema é D-estável na região $S(\sigma, r, \theta)$, se e somente se, existir uma matriz simétrica $X \in \mathbb{R}^{n \times n}$, tal que a LMI (29) seja satisfeita.

$$X > 0; A.X + X.A' + 2.\sigma.X < 0; \begin{pmatrix} -r.X & A.X \\ X.A' & -r.X \end{pmatrix} < 0; \begin{pmatrix} \sin \theta \cdot (A.X + X.A') & \cos \theta \cdot (A.X - X.A') \\ \cos \theta \cdot (X.A' - A.X) & \sin \theta \cdot (A.X + X.A') \end{pmatrix} < 0 \quad (29)$$

4 Resultados

O motor de indução gaiola de esquilo possui potência de 0,25 HP, 4 polos, 1725 RPM, 380/220V, 60Hz. Os dados para análise do motor de indução foram utilizados no trabalho [5].

A análise utilizou o software Matlab®, juntamente com os toolbox Yalmip e Sedumi sendo projetado o controlador H_∞ com D-estabilidade considerando que a velocidade do equipamento pode variar de 5 rad/s a 186 rad/s e com incerteza na constante de tempo do rotor

de 5%. Com o valor do controlador utilizou-se do Simulink para analisar a velocidade e o torque eletromagnético do motor de indução trifásico, considerando que o motor parte sem carga e no instante de 1,5 segundos aplicou-se um degrau de carga de 2,8 N.m.

O ambiente foi configurado para a análise do comportamento dinâmico do motor sendo o acionamento composto por um retificador trifásico, um barramento de corrente contínua e um conversor CC – CA comandado por pulsos PWM gerados pelos controladores projetados. Todos os componentes utilizados nesta etapa fazem parte da biblioteca SimPowerSystems.

Este sistema configura uma grande diferença com relação aos estudos elaborados nesta área, pois, comumente os controladores projetados e os dados apresentados por seus autores consideram que o sistema de potência possui ganho unitário, situação diferente do que ocorre na realidade. Por este fato, o trabalho leva em consideração esta etapa emulando o mais próximo possível o que acontece em uma montagem prática.

A Figura 2 apresenta o resultado obtido do torque eletromagnético e de carga, enquanto que a Figura 3 mostra a resposta da velocidade do motor e o sinal de referência para os controladores PI e robusto com D-estabilidade.

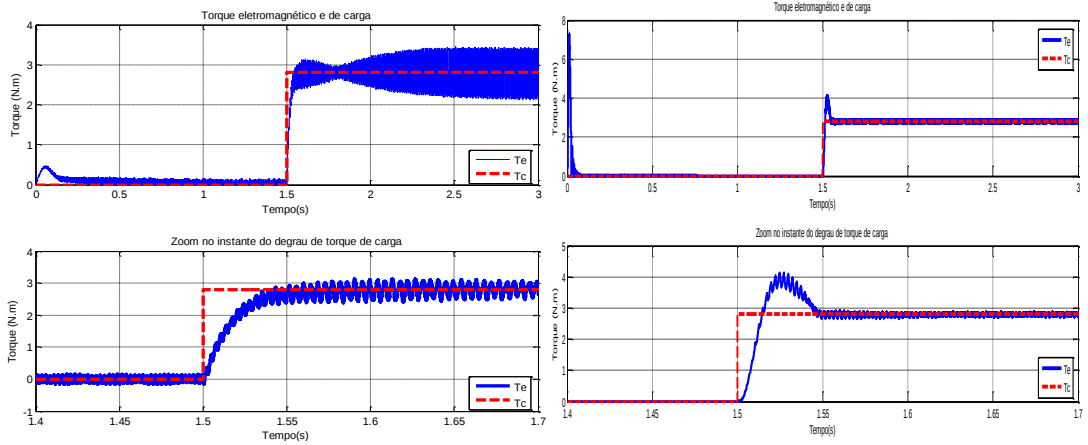


Figura 2: Formas de ondas do torque eletromagnético e de carga aplicado no MIT para o sistema com controle PI (esquerda) e com o controlador robusto (direita).

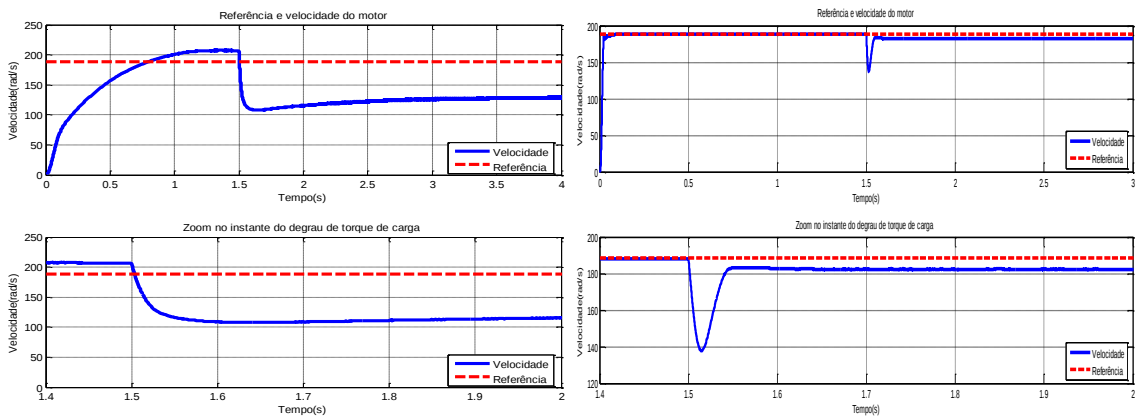


Figura 3: Formas de ondas da velocidade do MIT e da referência de velocidade para o sistema com controle PI (esquerda) e com o controlador robusto (direita).

5 Conclusão

Ao analisar as respostas obtidas do controlador projetado juntamente com as respostas do controlador clássico PI para o motor de indução trifásico com incerteza na constante de tempo do rotor de 5% foi possível concluir que o torque eletromagnético para o controlador robusto respondeu satisfatoriamente ao torque de carga e com menos oscilações que o controlador clássico PI.

Com relação a velocidade o controlador robusto teve uma resposta bem melhor que o controlador PI, pois entrou em regime mais rapidamente, buscou em menor tempo a referência de velocidade e, praticamente não sofreu influências da aplicação de um degrau de carga.

Desta forma, verifica-se a aplicabilidade do controlador robusto analisado perante o controle clássico PI, por diminuir tempos de startup de máquinas e reduzir horas de manutenções do sistema, devido ao fato do sistema de controle funcionar adequadamente mesmo com as incertezas e variações dos parâmetros do motor de indução trifásico.

Agradecimentos

Os autores agradecem a CAPES, ao CNPQ, ao IFSP, ao DEE da UNESP – Campus Ilha Solteira e a FAPESP (2011/17610-0) pelo apoio financeiro.

Referências

- [1] E. ASSUNÇÃO, C. Q. ANDREA e M. C. M TEIXEIRA, Alocação de zeros aplicada a sistemas de controle via LMI, Sba Controle & Automação, Campinas, vol.18, n.1, p.55-66, (2007).
- [2] B. K. BOSE, Power electronics and motor drives-advances and trends, Elsevier, (2006).
- [3] Y. CHANG, Y. WANG, M. HUNG and P. CHEN, Regional stability and H_∞ performance control of an input-satured induction motor via LMI approach, Asian Journal of Control, Beijing, vol. 7, n. 4, (2005).
- [4] M. CHILALI and P. GAHINET, H_∞ design with pole placement constraints: an LMI approach, IEEE Transactions on Automatic Control, Washington, vol. 41, n. 3, (1996).
- [5] A. F. A. FURTUNATO, A. O. SALAZAR e O. S. ARAÚJO, Controlador de velocidade usando modos deslizantes suaves para um motor de indução trifásico, Revista Controle & Automação, Campinas, vol. 12, n.2, p. 148-155, (2001).
- [6] P. GAHINET, A. NEMIROVSKI, A. J. LAUB and M. CHILALI, The LMI control toolbox, CONFERENCE ON DECISION AND CONTROL, Lake Buena Vista, Proceedings..., (1994).
- [7] P. GAHINET, Explicit controller formulas for LMI-based H_∞ synthesis, Automática: Torino, vol. 32, n. 7, p. 1007-1014, (1996).