



DINCON 2017

CONFERÊNCIA BRASILEIRA DE DINÂMICA, CONTROLE E APLICAÇÕES

30 de outubro a 01 de novembro de 2017 – São José do Rio Preto/SP

GPC ADAPTATIVO APLICADO A UM SISTEMA BALL AND BEAM NÃO LINEAR

Mauro Gomes da Silva¹

Carlos Tavares da Costa Júnior²

Antonio da Silva Silveira³

Bruno Gomes Dutra⁴

Anderson de França da Silva⁵

Universidade Federal do Pará

Laboratório de Controle de Sistemas, Belém, PA, Brasil

Resumo. Neste trabalho é apresentado o projeto de um Controlador Preditivo Generalizado Adaptativo (AGPC) restrito aplicado a um sistema *ball and beam*. Inicialmente é sintetizado o projeto do controlador. Ademais, o algoritmo AGPC projetado é aplicado na planta. Aspectos como rastreamento de referência, regulação, rejeição de perturbação e tratamento de ruídos são apresentados. OS resultados mostrados neste artigo são todos baseados em experimentos práticos.

Palavras-chave. Controle preditivo, *ball and beam*, sistema não linear.

1 Introdução

O sistema *ball and beam* é um sistema fortemente não linear e instável em malha aberta, que é amplamente utilizado em laboratórios de controle para testar a eficácia de algoritmos de controle. O conceito subjacente de um sistema de bola e barra pode ser aplicado a um problema de estabilização para vários sistemas, como a estabilização horizontal de um avião durante o pouso e no fluxo de ar turbulento, e o problema de lidar com o equilíbrio de bens transportados por robôs [4]. Inúmeros trabalhos envolvendo técnicas de controle clássica e avançada já foram desenvolvidos e aplicados por meio de testes de simulações numéricas. [4] propuseram um controlador não linear usando a técnica baseada na Equação de Riccati de Estado Dependente (SDRE). Em [5] é proposto um controlador

¹maurogomes@ufpa.br

²cartav@ufpa.br

³asilveira@ufpa.br

⁴brunodutra@ufpa.br

⁵silva.anso@gmail.com

MPC não linear baseado em modelo de Hammerstein. Assim, neste artigo é proposto um Controlador Preditivo Generalizado Adaptativo (AGPC) restrito usando o estimador dos Mínimos Quadrados Recursivos (MQR). O desenvolvimento e implementação do algoritmo AGPC aplicado em um sistema real *ball and beam* usando um microcontrolador ATmega é a principal contribuição deste trabalho, incorporando estabilidade e robustez da teoria de controle linear. A principal justificativa é fato de que, algoritmos de controle preditivos adaptativos geralmente são aplicados em sistemas *ball and beam* linearizados baseados apenas em simulações numéricas. Na Seção 2 discute-se o projeto do AGPC, Seção 3 apresenta-se o sistema *ball and beam*, Seção 4 apresenta-se os resultados dos experimentos práticos, as conclusões são apresentadas na seção 5.

2 Projeto do Controlador AGPC restrito

Considerando-se um modelo determinístico CARMA (Controlled Auto-Regressive Moving Average) para o controle de uma planta descrita pela seguinte função de transferência posicional.

$$A(q^{-1})y(t) = q^{-1}B(q^{-1})u(t-1) + C(q^{-1})\xi(t), \quad (1)$$

onde $A(q^{-1})$ e $B(q^{-1})$ são os polinômios que contém os polos e zeros do sistema em malha aberta respectivamente, $C(q^{-1})$ é o polinômio que representa as componentes de ruído externo que afetam a saída do sistema, $y(t)$ é a saída do processo, $u(t)$ é o sinal de controle e d é o atraso de transporte. O termo $\xi(t)$ representa uma sequência discreta de ruído gaussiano presente na maioria dos sistemas reais. Neste trabalho o polinômio $C(q^{-1})$ é considerado apenas um polinômio de projeto interpretado como um observador fixo para a previsão de resultados futuros [3]. A lei de controle GPC é obtida minimizando-se uma função custo quadrática de horizonte finito dada por:

$$J = E \left[\sum_{j=N_1}^{N_y} \{\phi_y(t+j) - \phi_w(t+j)\}^2 + \lambda \sum_{j=1}^{N_u} u^2(t+j-d-1) \right] \quad (2)$$

sendo $\phi_y(t+j)$ e $\phi_w(t+j)$ variáveis de saída e referência respectivamente a d passos a frente, N_1 , N_y e N_u são os horizontes de predição e controle e λ é uma constante que pondera a importância relativa entre os dois termos, controle e erro de referência $\lambda(j) = \lambda$ para $j = t, \dots, t + N_u - 1$, e possui um valor infinito para $j \geq t + N_u$. Desta forma, os valores de controle futuros para $j \geq t + N_u$ são nulos, ou seja, $u(t+1) = 0, j \geq N_u$, conforme desejado para a implementação do AGPC. A função custo dada na Equação (3) inclui a soma de valores esperados preditos de ϕ_y . Estas predições podem ser separadas em predições de “resposta livre” que são independentes das ações de controle futuras e predições de “resposta forçada” que dependem das ações de controle futuras [1]. Tal separação de predições de ϕ_y facilita a minimização da função custo da seguinte forma, define-se um vetor, f com dimensões N_y , formado pelas predições de “resposta livre”

$$f = [\hat{\phi}_y(t+1|t), \hat{\phi}_y(t+2|t), \dots, \hat{\phi}_y(t+N_y|t)]^T, \quad (3)$$

por exemplo, as predições de $\hat{\phi}_y(t+k)$, $k = 1, \dots, N_y$, dado $u(s-1), y(s)$, $s \geq t$ assumindo que $u(t+k) = 0$, $k \geq 0$. Define-se também o vetor de valores de controles futuros $\bar{u}$,

$$\bar{u} = [u(t), u(t+1), \dots, u(t+N_y|t)]^T \quad (4)$$

e o vetor de saídas preditivas $\hat{\phi}_y$ da planta controlada com dimensão N_y ,

$$\hat{\phi}_y = [\hat{\phi}_y(t+1), \hat{\phi}_y(t+2), \dots, \hat{\phi}_y(t+N_y)]^T, \quad (5)$$

usando esses vetores, as predições podem ser representadas pela seguinte equação matricial [1,3].

$$\hat{\phi}_y = G\bar{u} + f, \quad (6)$$

onde

$$G = \begin{bmatrix} g_0 & 0 & \cdots & 0 \\ g_1 & g_0 & \cdots & 0 \\ \vdots & \ddots & \ddots & \vdots \\ g_{N_u-1} & g_{N_u-2} & \cdots & g_0 \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ g_{N_y-1} & g_{N_y-2} & \cdots & g_{N_y-N_u} \end{bmatrix} \quad (7)$$

o termo $G\bar{u}$ da Equação (7) corresponde as predições de “resposta forçada”. Os elementos g_i da matriz, G com dimensões, $N_y \times N_u$ são pontos de resposta ao degrau e podem ser calculados recursivamente a partir do modelo da Equação (1) assumindo ruído zero e uma entrada de controle unitária constante. Enquanto que, as predições de “resposta livre” $f(t+i)$ que são componentes do vetor f também podem ser calculadas para todo i , assumindo $\xi(t+1) = 0$ e que as ações de controle futuros serão zeros. A minimização quadrática da Equação (1) torna-se agora um problema direto de álgebra linear com

$$J = \hat{\phi}_y^T \hat{\phi}_y + \lambda \bar{u}^T \bar{u}, \quad (8)$$

e a solução ótima de controle futuro é dada pelo vetor $\bar{u}$ [3]

$$\bar{u}^* = (G^T G + \lambda I)^{-1} G^T [\phi_w - \phi_f], \quad (9)$$

a inversão da matriz envolvida na Equação (10) é de dimensão $N_u \times N_u$ com N_u sendo geralmente um valor baixo. Como o GPC apresenta uma característica de horizonte retrocedente, somente o primeiro elemento de $\bar{u}^*$ é realmente aplicado à planta. Portanto, calcula-se apenas a primeira linha de $(G^T G + \lambda I)^{-1} G^T$ a cada intervalo de amostragem.

2.1 GPC Adaptativo

A técnica usada para a estimar os parâmetros da planta em tempo real é baseada no algoritmo dos Mínimos Quadrados Recursivos que é usado da seguinte forma[2]:

$$\hat{y}(k) = \phi^T(k) \hat{\theta}(k-1), \quad (10)$$

$$\hat{\xi}(k) = y(k) - \hat{y}(k) \quad (11)$$

$$\hat{\theta}(k) = [a_1 \ \cdots \ a_{n_a}, \ b_0 \ \cdots \ b_{n_b}]^T, \quad (12)$$

$$\phi(k) = [-y(k-1) \ \cdots \ y(k-n_a), \ u(k-1) \ \cdots \ u(k-n_b-1)]^T, \quad (13)$$

$$L(k) = \frac{P(k-1)\phi(k)}{1 + \phi^T(k)P(k-1)\phi(k)}, \quad (14)$$

$$\hat{\theta}(k) = \hat{\theta}(k-1) + L(k)[y(k) - \hat{y}(k)], \quad (15)$$

$$P(k) = [I - L(k)\phi^T(k)]P(k-1) \quad (16)$$

onde, $\hat{y}(k)$ é a saída estimada, $\hat{\xi}(k)$ é o erro de estimação, $\phi(k)$ é o vetor regressor, $\hat{\theta}(k)$ é o vetor de parâmetros estimados, $L(k)$ é o ganho ótimo dos MQR e $P(k)$ é a matriz de covariância, que para este caso é uma matriz positiva semidefinida 4x4.

Na Figura (1) é mostrada em diagrama de blocos a planta em malha fechada com o AGPC.

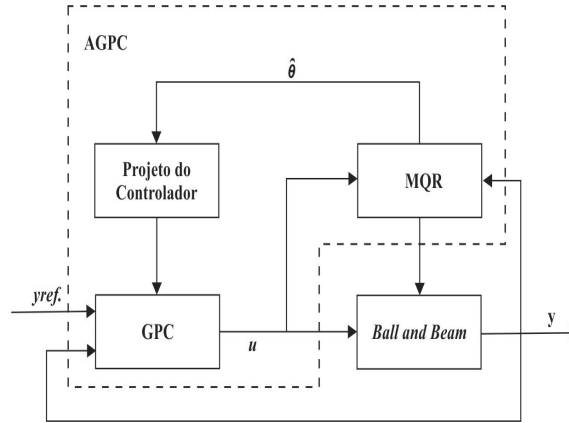


Figura 1: Esquema do controlador AGPC proposto.

3 Sistema Ball and Beam

O processo didático *ball and beam* do Laboratório de Controle de Sistemas (LACOS) da UFPA, Instituto de Tecnologia é constituído por uma barra horizontal que pode girar em torno de uma extremidade, um servo motor cujo eixo está preso à outra extremidade da barra, um microcontrolador Arduino UNO R3, um sensor infravermelho do tipo *sharp* e uma bola de aço conforme apresentado na Figura (2). Na Tabela (1) são mostrados os parâmetros do sistema. Na Figura (3) é mostrado o comportamento do sistema em malha aberta.

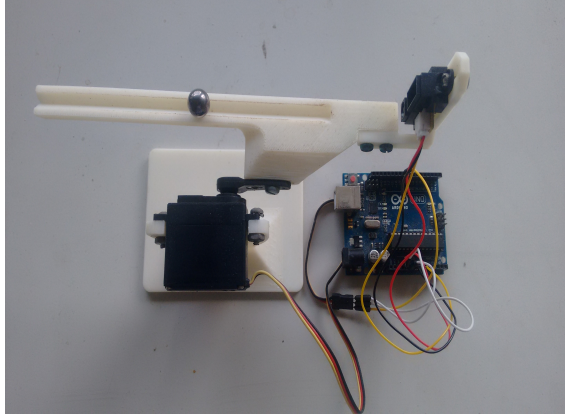


Figura 2: Sistema *ball and beam* LACOS.

Tabela 1: Parâmetros do sistema *ball and beam*.

Símbolo	Descrição	Valor/Unidade
L_{barra}	Comprimento da barra	0,15 m
r_b	Raio da bola	0,65 cm
m_b	Massa da bola	0,005 kg
J_b	Momento de inércia da bola	1,2601e-07
g	Aceleração da gravidade	9,8 m/s ²
r_{braco}	Raio do braço	0,8 cm

4 Resultados de Experimentos Práticos

Nesta seção serão apresentados os resultados de experimentos práticos realizados sob a planta. Na Figura (5) é mostrada a resposta do sistema com o algoritmo AGPC para um caso de regulação em um valor de referência igual a 7 e perturbação de carga na saída da planta (a) e para um caso de rastreamento de referência nos valores iguais a 6 e 8 (b). O controlador é ajustado com $N_y = 22$, $N_u = 2$, $\lambda = 10$, período de amostragem $T_s = 0,01$ segundos e com restrição no sinal de controle de $u(k)_{max} = 0,4$ e $u(k)_{min} = -0,4$. Como pode ser observado na Figura (4), o controlador AGPC apresentou um bom desempenho conduzindo o sistema para a condição de operação desejada tanto no caso de regulação (a) rejeitando perturbação de carga, quanto no caso de rastreamento de referência(b).

5 Conclusão

Neste trabalho foi apresentado o projeto de um controlador AGPC posicional restrito adaptativo que apresentou boa estabilidade e robustez em malha fechada em relação a rejeição de perturbação de carga e não linearidade do sistema. O algoritmo desenvolvido foi

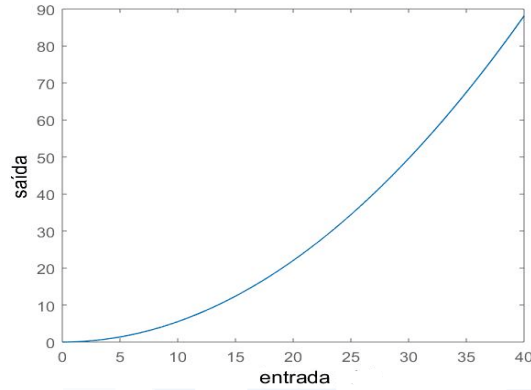


Figura 3: Resposta do sistema em malha aberta.

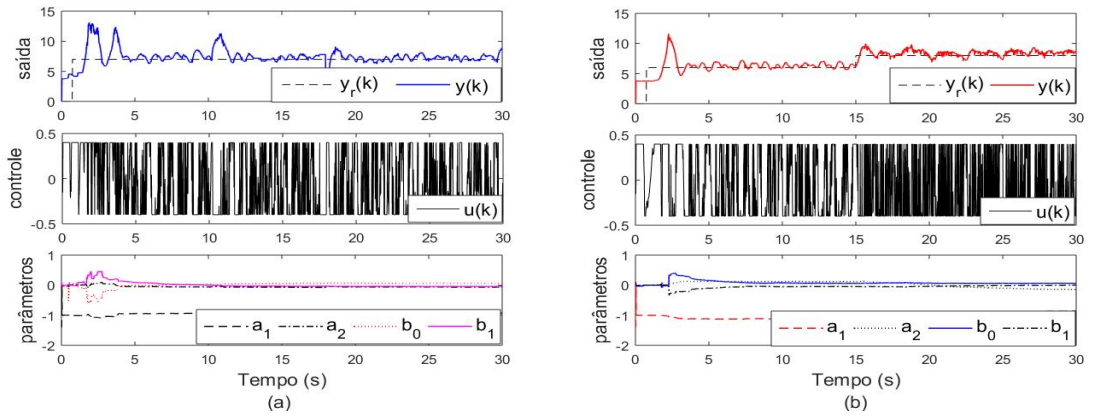


Figura 4: Resposta do sistema com o AGPC.

aplicado diretamente na planta com o auxílio de um microcontrolador. Sinais de entrada do tipo degrau foram aplicados na planta. Observou-se que, os resultados transientes obtidos com o AGPC para o sistema *ball and beam* foram evidentemente satisfatórios.

Agradecimentos

Os autores agradecem ao PPGEE da Universidade Federal do Pará, ao (LACOS), ao CNPq (408559/2016-0) e a FAPESPA, ICAF 049/2016.

Referências

- [1] C. F. Eduardo e B.Carlos, Model Predictive Control, Springer-Verlag London Limited, (1999).

- [2] C. R. A. Antonio e C. S. Leandro, Identificação de Sistemas Dinâmicos Lineares, Editora da Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, SC, Brasil, (2004).
- [3] D. W. Clarke, C. Mohtadi e P. S. Tuffs, Generalized Predictive Control, Automática, 137–160, (1987).
- [4] E. V. Kumar, J. Jerome e G. Raaja, State Dependent Ricatti Equation based Nonlinear Controller Design for and Ball and Beam, Procedia Engineering, 1896–1905, (2014).
- [5] Z. Xi e T. Hesketh, Ball and Beam System - Nonlinear MPC Using Hammerstein Model, Second IEEE Conference, on Industrial Electronics and Applications, South Wales - Australia, (2007).