



Controle de sistemas chaveados lineares com grandes incertezas utilizando um otimizador analógico não derivativo

Paulo Henrique G. L. Silva,¹ Uiliam Nelson L. T. Alves,² Marcelo C. M. Teixeira,³ Diogo R. Oliveira,⁴ Rodrigo Cardim,⁵ Edvaldo Assunção⁶

^{1,3,5,6}UNESP-Universidade Estadual Paulista, Faculdade de Engenharia, Laboratório de Pesquisa em Controle-LPC, Ilha Solteira, SP, Brasil.

²IFPR-Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Paraná, Jacarezinho, PR, Brasil.

⁴IFMS-Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Mato Grosso do Sul, Três Lagoas, MS, Brasil.

Resumo.

Sistemas chaveados são caracterizados por possuírem subsistemas e uma lei de chaveamento que seleciona um subsistema a cada momento. Uma condição para se projetar a lei de chaveamento é a existência de uma combinação convexa Hurwitz entre os subsistemas. Existem casos nos quais esta condição não é atendida, mesmo existindo uma lei de chaveamento que estabilize o sistema, como quando existem grandes incertezas na dinâmica da planta. Neste trabalho utiliza-se um otimizador analógico não derivativo para sintetizar uma lei de chaveamento entre subsistemas de uma planta na qual a condição convexa Hurwitz não é satisfeita. Um exemplo numérico mostra a efetividade da proposta, na qual assegura-se a condição de estabilidade uniforme.

Palavras-chave. Sistemas chaveados, Controle via busca extremal, Otimizador analógico não derivativo.

1 Introdução

Sistemas chaveados englobam uma classe de sistemas que apresentam um conjunto de subsistemas e uma regra que deve ser determinada de modo a orquestrar o chaveamento entre esses subsistemas, assegurando estabilidade assintótica e boa performance ao

¹leonel.paulo.h@gmail.com

²uiliam.alves@ifpr.edu.br

³marcelo@dee.feis.unesp.br

⁴diogo.ramalho@ifms.edu.br

⁵rcardim@dee.feis.unesp.br

⁶edvaldo@dee.feis.unesp.br

projeto em malha fechada [6]. Uma das principais questões do controle chaveado é determinar sobre quais condições é possível estabilizar um sistema a partir da determinação de leis de chaveamento adequadas. As técnicas comumente usadas para estudar esses tipos de sistemas surgem da escolha de classes distintas das funções de Lyapunov, de modo que a principal diferença entre elas é o nível de conservacionismo das condições promovidas [5]. Já existem trabalhos que apresentam condições de estabilidade que não exigem um decrescimento uniforme da função de Lyapunov [7]. Além dos casos em que existe o chaveamento dos sistemas, também é explorado na literatura o chaveamento entre ganhos de realimentação para sistemas incertos [4]. Para existirem tais leis de chaveamento que resultem em características estabilizantes, um fator primordial é a existência de uma combinação Hurwitz convexa entre as matrizes de subsistemas dinâmicos, ou seja, que todos os autovalores desta combinação convexa apresentem parte real negativa, pois assim será possível determinar uma lei de chaveamento dependente das variáveis de estado para estabilizar o sistema linear chaveado contínuo no tempo [10].

Por outro lado, o otimizador Teixeira e Žak é um sistema que proporciona robustez e eficiência ao projeto de busca pelo mínimo de uma função objetivo sem a necessidade de conhecer explicitamente a derivada de tal função [9]. Como exemplos de aplicações do otimizador tem-se o controle do Fator de Potência [2] ou o rastreamento de sistemas incertos não-lineares com direção de controle desconhecida, para o qual desenvolvem-se estratégias de controle via busca extremal (extremum-seeking control) para o rastreamento semi-global e global [8]. O controle via busca extremal também já foi explorado visando otimizar o rendimento de geradores de energia elétrica utilizando a energia solar [1].

Neste trabalho, utiliza-se o otimizador analógico não derivativo para sintetizar a lei de chaveamento entre dois subsistemas de uma planta, na qual a condição convexa Hurwitz não é satisfeita, devido a grandes incertezas, mesmo existindo uma lei de chaveamento que torne a origem um ponto de equilíbrio.

A seguir descreve-se como está organizado o restante deste trabalho. Na Seção 2 se revisam alguns conceitos importantes no controle de sistemas chaveados lineares contínuos no tempo. Na Seção 3 descreve-se o otimizador analógico não derivativo e suas características. Na Seção 4 é apresentada a solução do problema do chaveamento de subsistemas utilizando o otimizador Teixeira e Žak [9], bem como suas adaptações e exemplo de aplicação. Finalizando, na Seção 5 seguem as conclusões e discussões sobre a técnica, bem como proposta para trabalhos futuros.

Como notação utilizada define-se $\mathbb{K}_N = \{1, \dots, N\}$ e Λ como conjunto de todos os vetores $\lambda = [\lambda_1 \ \dots \ \lambda_N]'$ tais que $\lambda_i \geq 0$, $i \in \mathbb{K}_N$ e $\lambda_1 + \lambda_2 + \dots + \lambda_N = 1$ [3].

2 Sistemas chaveados

Um sistema linear chaveado contínuo no tempo pode ser descrito da seguinte forma

$$\dot{x}(t) = A_{\sigma(t)}x(t), \quad x(0) = x_0, \quad (1)$$

com $x(t) \in \mathbb{R}^n$ sendo o vetor de estado do sistema, $\sigma(t)$ a lei de chaveamento e x_0 a condição inicial. Considerando um grupo de matrizes $A_i \in \mathbb{R}^{n \times n}$, $i = 1, \dots, N$, tem-se que a lei de chaveamento $\sigma(t)$, para cada $t \geq 0$, é tal que $A_{\sigma(t)} \in \{A_1, \dots, A_N\}$ [5].

Considerando $N = 2$ subsistemas, existirá uma regra de chaveamento estabilizante que depende das variáveis de estado do sistema linear chaveado (1), se a combinação convexa das matrizes $\{A_1, A_2\}$ dada por $A_\lambda = \lambda_1 A_1 + \lambda_2 A_2$, com $\lambda_1 + \lambda_2 = 1$, λ_1 e $\lambda_2 \geq 0$, seja Hurwitz, ou seja, que todos os autovalores A_λ apresentem parte real negativa [3]. A generalização dessa proposta para N subsistemas dinâmicos propõe que, sendo $P \in \mathbb{R}^{n \times n}$, tal que $P = P'$, uma matriz definida positiva e uma candidata a função de Lyapunov $V(x) = x'Px$, então a lei de chaveamento $\sigma(t) = \arg \min_{i \in \mathbb{K}_N} (x'PA_i x)$ torna o ponto de equilíbrio ($x = 0$) do sistema (1) globalmente assintoticamente estável [5] se existir $\lambda \in \Lambda$ tal que

$$A'_\lambda P + PA_\lambda = \left(\sum_{i=1}^N \lambda_i A_i \right)' P + P \left(\sum_{i=1}^N \lambda_i A_i \right) < 0. \quad (2)$$

Quando (2) não é satisfeita, mas existe uma regra de chaveamento estabilizante, pode-se aplicar o otimizador analógico não derivativo, como será visto na Seção 4.

3 Otimizador analógico não derivativo

Nesta seção apresenta-se o otimizador não derivativo Teixeira e Žak [9] que foi adaptado, como será mostrado na Seção 4, para sintetizar uma lei de chaveamento entre subsistemas de uma planta linear contínua no tempo e com grandes incertezas. Este otimizador é composto por blocos não lineares como histerese e relés e pode ser classificado como um sistema neural artificial. A Figura 1 apresenta o diagrama de blocos do otimizador proposto por Teixeira e Žak, para o caso unidimensional, ou seja, quando se trabalha com uma variável de estado [9].

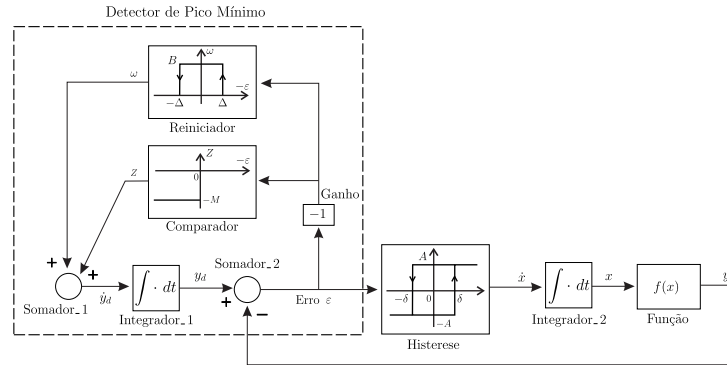


Figura 1: Diagrama de blocos - Otimizador analógico não derivativo [9].

O sinal de saída do detector de pico mínimo é y_d . Um bloco de histerese (“Histerese”) e um integrador (“Integrador.2”) terão influência direta na busca do ponto ótimo, sendo que $0 \leq \delta \leq \Delta$ com $\Delta \geq 2\delta$. Δ e δ são parâmetros de projeto. Vale destacar que quanto menor os valores de Δ e δ , menor é a variação da saída y em torno do ponto mínimo. Outros parâmetros são A , M e B , sendo A o passo da busca do mínimo da função objetivo e quanto maior for seu valor, maior será a velocidade de busca. Para B temos o passo para

reiniciar o detector de pico, de forma que respeite as restrições $B \geq 2M$ e $B \geq A$. E finalmente, o parâmetro M esta associado à velocidade com que o erro ε vai para zero [9].

Neste trabalho, exploram-se as capacidades do otimizador analógico não derivativo [9] na escolha de uma regra de chaveamento que procure condições de operação adequadas quando o sistema (1) não satisfaz a condição (2), mesmo existindo uma lei de chaveamento $\sigma(t)$ que torne a origem um ponto de equilíbrio Globalmente Assintoticamente Estável (GAE). A abordagem utilizada é ilustrada com um exemplo descrito na Seção 4.

4 Chaveamento de subsistemas utilizando o otimizador Teixeira e Žak

Considere o sistema

$$\dot{x}(t) = a_{\sigma(t)}x(t), \quad x(0) = x_0, \quad \sigma(t) \in \{1, 2\}, \quad (3)$$

$$a_1(t) = -\text{sen}(t), \quad a_2(t) = 0,5 + \varphi(t)(\text{sen}(t)), \quad (4)$$

$$\varphi(t) = \begin{cases} 0,5 & \text{se } k\pi \leq t < (k+1)\pi \\ 1,5 & \text{se } (k+1)\pi \leq t < (k+2)\pi, \end{cases} \quad (5)$$

para $k = 0, 2, 4, \dots$. Observando (3)-(5) e a Figura 4 note que para todo $t \geq 0$, $a_1(t)$ ou $a_2(t)$ é negativo. Então existe uma lei de chaveamento $\sigma(t)$ que torna a origem um ponto de equilíbrio GAE. Para projetar a lei de chaveamento, suponha que $a_1(t)$ e $a_2(t)$ são desconhecidas (sistemas com incertezas) e apenas que $|a_1(t)|$ e $|a_2(t)|$ são menores ou iguais a 1.

Para determinar uma lei de chaveamento dependente da variáveis de estado que estabilize este sistema é preciso que existam λ_1 e λ_2 tais que $\lambda_1 a_1(t) + \lambda_2 a_2(t) < 0$. Neste caso, o esquema de chaveamento é mostrado na Figura 2(a).

Observe que, com $a_1(t)$ e $a_2(t)$ apresentados em (4),

$$\begin{cases} \text{para } t = \frac{\pi}{2} \rightarrow & \lambda_1 a_1(t) + \lambda_2 a_2(t) = \lambda_1 - \lambda_2 < 0 \\ \text{para } t = \frac{3\pi}{2} \rightarrow & \lambda_1 a_1(t) + \lambda_2 a_2(t) = -\lambda_1 + \lambda_2 < 0 \end{cases} \quad (6)$$

e sendo λ_1 e λ_2 constantes, uma lei de chaveamento $\sigma(t) = \arg \min_{i \in \mathbb{K}_N} (x' P A_i x)$ que escolha entre os subsistemas não pode ser determinada. Para este exemplo, propõe-se a adaptação do otimizador Teixeira e Žak [9] de modo que ele sintetize uma lei de controle para este sistema, como apresentado na Figura 2(b).

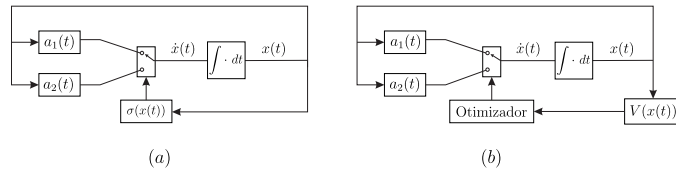


Figura 2: Escolha do subsistema. (a) Lei de chaveamento dependente do estado. (b) Uso do otimizador analógico não derivativo.

Na Figura 3, ilustra-se a estrutura proposta neste trabalho para associar o otimizador Teixeira e Żak ao controle chaveado, servindo como elemento de escolha entre os subsistemas. Note que, comparando as Figuras 1 e 3, o sistema chaveado foi ligado à saída do bloco “Histerese” do modelo do otimizador e que, dessa forma, o “Integrador_2”, do modelo original é substituído pela planta. Observe que, a função a ser minimizada é $V(x) = x^2$ e que existe uma correspondência entre o valor de saída do bloco de “Histerese” e o subsistema escolhido na planta. Quando a “Histerese” assume o valor A escolhe-se o subsistema $a_1(t)$ e quando assume o valor $-A$ escolhe-se o subsistema $a_2(t)$, sendo para este caso $A > 0$ arbitrário.

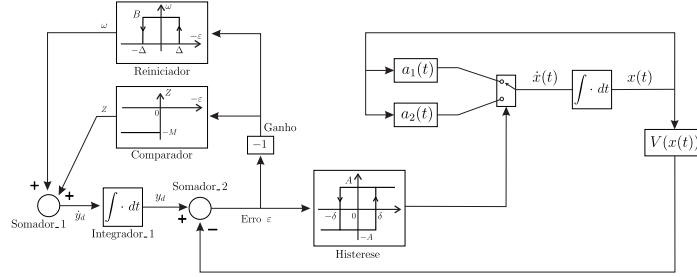


Figura 3: Diagrama de teste do otimizador analógico não derivativo para o chaveamento dos subsistemas.

É possível associar os parâmetros do otimizador (B , Δ , M e δ) ao sistema chaveado proposto na Figura 3. Têm-se que $\dot{V}(x) = 2x\dot{x} = 2xa_\sigma(t)x = 2x^2a_\sigma(t)$. Sendo que, quando o erro $\varepsilon = y_d - V(x) = 0$, então $\dot{y}_d = \dot{V}(x) = 2x^2a_\sigma(t)$. Dessa forma, para $|x| \leq x_M$, deve-se ter $|\dot{y}_d| = |2x^2a_\sigma(t)|$ e então da Figura 3 e [9], $M > \max |\dot{y}_d| = 2x_M^2\beta$, sendo que $|a_\sigma(t)| < \beta$, e β é conhecido. Δ e δ estão relacionados com os valores máximos de $V(x)$ em torno da origem, sendo escolhidos pelo projetista e $B \gg M$ [9]. No regime, $V(x) \in [0, \Delta]$ [9].

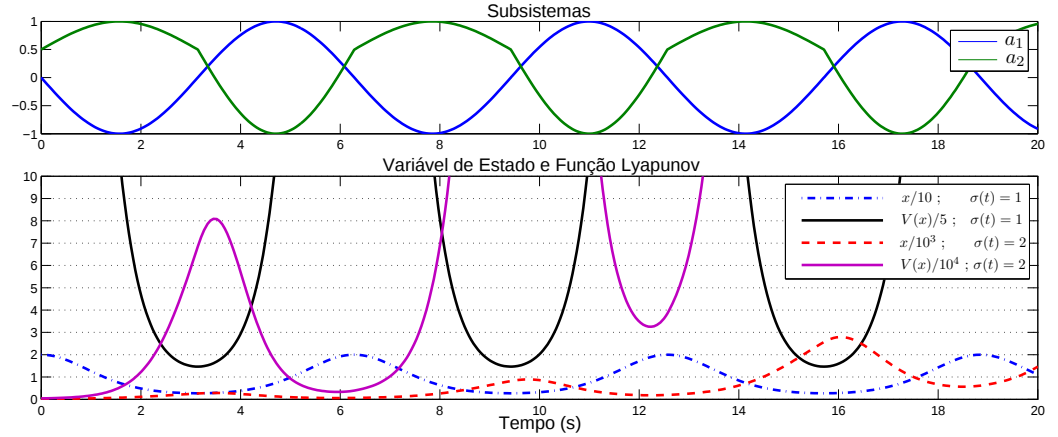


Figura 4: Resultados de malha aberta do sistema (3)-(6).

Fixando $x(0) = 10$, na Figura 4 apresentam-se os resultados de simulação do sistema (3)-(6), em malha aberta, com $\sigma(t) = 1$ e 2. Nota-se, pelos resultados presentes nessa

figura, que o sistema em malha aberta não apresenta um comportamento adequado. Na Figura 5, expõe-se resultados do chaveamento da malha com o otimizador como apresentado no diagrama da Figura 3. Os parâmetros escolhidos para o otimizador que satisfazem as restrições do controle chaveado neste projeto foram $B = 1000$, $\Delta = 0,04$, $M = 400$, $A = 2$ e $\delta = 0,02$, sendo $x(0) = 10$. Observa-se que a tomada de decisões sobre qual subsistema, $a_1(t)$ e $a_2(t)$, realizada pelo otimizador foi bem sucedida.

O detalhamento do sinal da variável de estado, ilustrado na Figura 5, mostra a dinâmica de funcionamento do otimizador analógico não derivativo. Observe neste detalhamento, que o otimizador foi capaz de levar o estado do sistema para uma região muito próxima ao ponto de equilíbrio $x_e = 0$ ($V(x) \in [0, 0,04]$ e $x = \sqrt{V(x)} \in [0, 0,2]$), com uma característica de estabilidade uniforme. O subsistema escolhido $a_\sigma(t)$ ao longo do tempo é destacado na Figura 5 em vermelho.

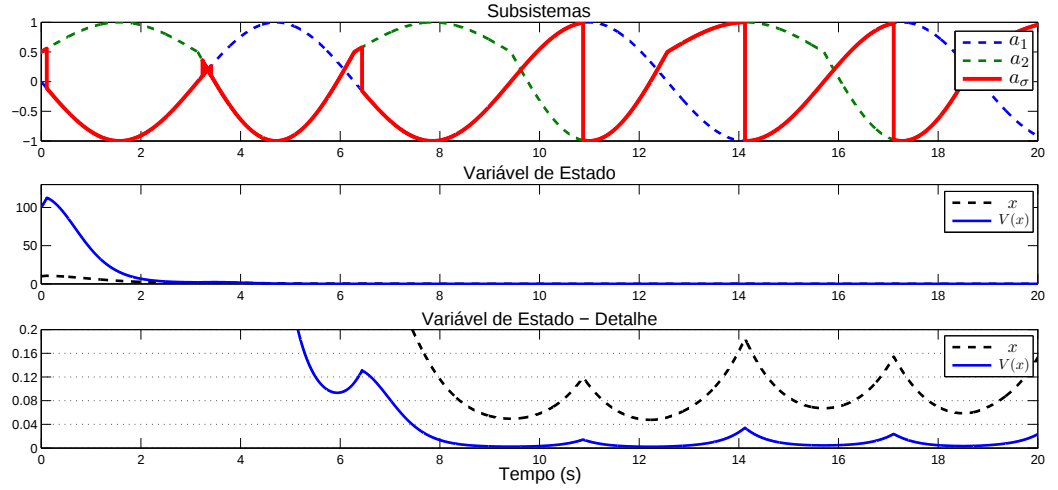


Figura 5: Resultados de malha fechada do sistema (3)-(6) com chaveamento realizado pelo otimizador.

5 Conclusões

Foi proposta uma nova abordagem para a utilização de um otimizador analógico não derivativo como elemento de decisão para o controle de um sistema linear contínuo no tempo, chaveado e com grandes incertezas. O chaveamento alcançado pela técnica proposta foi capaz de decidir pela escolha entre dois subsistemas, estabilizando o sistema linear chaveado. Importante notar que, como visto no exemplo, o emprego do otimizador pode ser realizado mesmo quando não há uma combinação convexa Hurwitz entre os subsistemas, mas existe um chaveamento que estabilize o sistema. Além disso, o otimizador assegura características de estabilidade uniforme, já que a variável de estado tende até uma condição onde permanece variando próxima ao ponto de equilíbrio. A proposta para trabalhos futuros está em estender a abordagem descrita nesse trabalho para sistemas chaveados de ordem superior, afim de explorar com mais profundidade o potencial e as

limitações da técnica.

Agradecimentos

Os autores agradecem a CAPES, a FAPESP (Proc. nº 2011/17610-0) e o CNPq pelo apoio financeiro.

Referências

- [1] N. O. Aminde, Controle extremal via funções de monitoração e realimentação de saída. Dissertação (Mestrado em Engenharia elétrica)-COPPE, Universidade Federal do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 80 p., (2013).
- [2] R. Cardim, M. C. M. Teixeira, E. Assunção, Utilização de um otimizador analógico não derivativo para a correção do fator de potência, Dincon, vol. 2, 1474–1483, (2003).
- [3] A. A. Carniato, Controle de sistemas lineares chaveados incertos com acesso à saída, Tese de doutorado em engenharia elétrica, UNESP, 133 p., (2016).
- [4] W. A. De Souza, M. C. M. Teixeira, M. P. A. Santim, R. Cardim and E. Assunção, On switched control design of linear time-invariant systems with polytopic uncertainties, Hindawi public corporation, Mathematical Problems In Engineering, vol. 2013, (2013), Article ID: 595029, DOI: 10.1155/2013/595029.
- [5] G. S. Deaecto, J. C. Geromel, F. S. Garcia and J.A. Pomilio, Switched affine systems control design with application to DC–DC converters, IET Control Theory Appl., vol. 4, 1201–1210, (2010), DOI: 0.1049/2009/0246.
- [6] G. S. Deaecto, J. C. Geromel and J. Daafouz, Switched state-feedback control for continuous time-varying polytopic systems, International Journal Of Control, vol. 84, No 9, 1500–1508, (2011), DOI: 10.1080/00207179.2011.608134.
- [7] J. C. Geromel and P. Colaneri, Stability and stabilization of continuous-time switched linear systems, Siam J. Control Optim, vol. 45, No 5, 1915–1930, (2006), DOI: 10.1137/050646366.
- [8] T. R. Oliveira, L. Hsu, A. J. Peixoto, Output-feedback global tracking for unknown control direction plants with application to extremum-seeking control, Automatica, vol. 47, 2029–2038, (2011), DOI: 10.1016/j.automatica.2011.05.021.
- [9] M. C. M. Teixeira, S. H. Žak, Analog neural nonderivative optimizers, IEEE Transactions on Neural Networks, vol. 9, No 4, 629–638, (1998), DOI: 10.1109/72.701176.
- [10] M. A. Wicks, P. Peleties, R. A. Decarlo, Construction of piecewise Lyapunov functions for stabilizing switched systems, IEEE conference on decision and control, 33, 1994. Proceedings Piscataway: IEEE, vol. 4, 3492–3497, (1994), DOI: 10.1109/CDC.1994.411687.