



Determinação de atitude de um CubeSat usando painéis solares como sensor solar

Leandro Baroni¹

Centro de Engenharia, Modelagem e Ciências Sociais Aplicadas (CECS), UFABC, São Bernardo do Campo, SP

Resumo. Neste trabalho é apresentado um método de estimação de atitude para um CubeSat baseado em um filtro de Kalman multiplicativo, usando como sensores giroscópio e magnetômetro de baixo custo e os painéis solares como sensor solar. Os dados são simulados considerando a influência do albedo terrestre na tensão elétrica gerada pelos painéis solares. Os resultados mostram uma precisão na determinação do apontamento da ordem de $5,6^\circ$.

Palavras-chave. Determinação de atitude, Filtro de Kalman, Sensor solar, CubeSat

1 Introdução

O padrão CubeSat [1] impulsionou o uso de satélites como plataformas de demonstração tecnológica e de ensino, principalmente. Um satélite desenvolvido neste padrão deve atender restrições de tamanho, massa e potência elétrica disponível bastante severas. Com relação ao sistema de determinação e controle de atitude (ADCS, *Attitude Determination and Control System*), deve-se usar sensores e atuadores pequenos, leves, de baixo custo e consumo de energia que atendam as restrições de projeto. O uso dos painéis fotovoltaicos do satélite como sensor solar simplifica o projeto, pois elimina a incorporação de um sensor dedicado e sua eletrônica. Porém, a precisão de apontamento pode ser degradada e necessita de avaliação quanto à adequação aos requisitos da missão.

A UFABC está envolvida no desenvolvimento do ADCS da missão SERPENS-2 e no gerenciamento técnico da missão SERPENS-3, motivando o desenvolvimento de trabalhos na área. Assim, neste trabalho apresenta-se um método de estimação de atitude baseado em um filtro de Kalman multiplicativo para um CubeSat, baseado no filtro proposto em [2], considerando como sensores um giroscópio e um magnetômetro de 3 eixos de baixo custo e usando os painéis solares como sensor solar. Os dados são simulados para uma órbita terrestre baixa, típica para missões de CubeSats, e a influência do albedo terrestre na tensão elétrica gerada nos painéis solares é incluída. Os resultados deste trabalho são comparados com os resultados de [2], cujo filtro considera um sensor solar dedicado.

¹leandro.baroni@ufabc.edu.br

2 Modelo do satélite

O satélite é modelado com apontamento para a Terra, assim sua atitude é descrita com a orientação do sistema do corpo com relação ao sistema orbital. Os sistemas de coordenadas a serem considerados são descritos a seguir.

O sistema inercial tem origem no centro da Terra, o eixo Z^i aponta para o polo norte e é coincidente com o eixo de rotação da Terra, o eixo X^i aponta para o Equinócio Vernal e o eixo Y^i completa o sistema dextrógiro. O sistema orbital tem origem no centro de massa do satélite, o eixo Z^o aponta para a direção nadir, X^o é paralelo ao vetor velocidade em uma órbita circular e o eixo Y^o é antiparalelo ao vetor momento angular orbital. O sistema do corpo também possui origem no centro de massa do satélite e seus eixos (X^b, Y^b, Z^b) coincidem com os eixos principais de inércia. Estes sistemas estão mostrados na Figura 1.

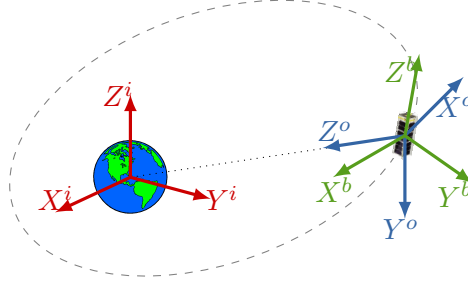


Figura 1: Sistemas de coordenadas.

Os modelos dinâmico e cinemático do satélite são representados pelas Equações (1a) e (1b):

$$\dot{\omega}_{ib}^b = \mathbf{J}^{-1} \left[\mathbf{N}^b - \mathbf{S} \left(\omega_{ib}^b \right) \mathbf{J} \omega_{ib}^b \right] \quad (1a)$$

$$\dot{\mathbf{q}}_o^b = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} -\mathbf{S} \left(\omega_{ob}^b \right) & \omega_{ob}^b \\ -\left(\omega_{ob}^b \right)^T & 0 \end{bmatrix} \mathbf{q}_o^b \quad (1b)$$

Na Equação (1a), $\omega_{ib}^b = [\omega_1 \ \omega_2 \ \omega_3]^T$ é a velocidade angular do sistema do corpo com relação ao sistema inercial, $\mathbf{J}$ é o momento de inércia, $\mathbf{N}^b$ representa o torque total atuando no satélite, no sistema do corpo. O subscrito ib significa sistema do corpo com relação ao inercial e o sobrescrito b significa representação no sistema do corpo. Na Equação (1b), $\mathbf{q}_o^b$ é o *quaternion* que representa a orientação do sistema do corpo do satélite com relação ao sistema orbital. $\mathbf{S}(\omega_{ib}^b)$ é uma matriz antissimétrica que realiza o produto vetorial:

$$\mathbf{S} \left(\omega_{ib}^b \right) \mathbf{J} \omega_{ib}^b = \omega_{ib}^b \times \mathbf{J} \omega_{ib}^b, \quad \text{com} \quad \mathbf{S} \left(\omega_{ib}^b \right) = \begin{bmatrix} 0 & -\omega_3 & \omega_2 \\ \omega_3 & 0 & -\omega_1 \\ -\omega_2 & \omega_1 & 0 \end{bmatrix} \quad (2)$$

As velocidades angulares ω_{ib}^b e ω_{ob}^b são relacionadas:

$$\omega_{ib}^b = \omega_{ob}^b + \omega_{io}^b = \omega_{ob}^b + \mathbf{A} \left(\mathbf{q}_o^b \right) \omega_{io}^o \quad (3)$$

onde $\boldsymbol{\omega}_{io}^o = [0 \ -\omega_o \ 0]^T$ é o vetor velocidade angular orbital e $\mathbf{A}(\mathbf{q}_o^b)$ é a matriz de transformação do sistema orbital para o corpo.

2.1 Modelo de medidas dos paineis e albedo

A tensão elétrica gerada por um painel solar pode ser modelada como função do ângulo de incidência da radiação, e que pode ser expressa em termos do vetor normal unitário ao painel solar $\mathbf{n}$ e do vetor solar unitário $\mathbf{r}_s^b$ escrito no sistema do corpo:

$$V = V_{\max} \cos \alpha = V_{\max} \mathbf{n}^T \mathbf{r}_s^b \quad (4)$$

Os vetores $\mathbf{n}$ e $\mathbf{r}_s^b$ e o ângulo α para um painel solar são definidos na Figura 2.

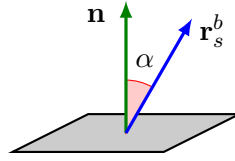


Figura 2: Definição do ângulo de incidência da radiação sobre um painel solar.

Assim, para um CubeSat com paineis solares em suas seis faces, as direções dos vetores normais aos paineis coincidem com as direções dos eixos do corpo, de modo que a Equação (4) pode ser escrita na forma vetorial, contendo as seis medidas de tensão:

$$\mathbf{V} = V_{\max} \mathbf{N}^T \mathbf{r}_s^b \quad (5)$$

$$\text{onde } \mathbf{N} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & -1 \end{bmatrix}.$$

As medidas de tensão são relacionadas com o vetor solar no sistema do corpo, porém a medida estimada é calculada no sistema inercial. Assim, a relação é dada por:

$$\mathbf{V} = V_{\max} \mathbf{N}^T \mathbf{A}(\mathbf{q}_i^b) \mathbf{r}_s^i \quad (6)$$

onde $\mathbf{r}_s^i$ é o vetor solar expresso no sistema inercial e $\mathbf{A}(\mathbf{q}_i^b)$ representa a transformação do sistema inercial para o sistema do corpo. A Equação (6) pode ser linearizada e relacionada com o incremento do *quaternion* de atitude, resultando em:

$$\delta \mathbf{V} = V_{\max} \mathbf{N}^T \mathbf{S} \left(\mathbf{A}(\hat{\mathbf{q}}_i^b) \mathbf{r}_s^i \right) \delta \mathbf{q} \quad (7)$$

onde $\mathbf{S}(\cdot)$ representa a matriz antissimétrica de um vetor.

A radiação solar refletida de volta ao espaço pela Terra afeta, entre outros efeitos, a geração de energia pelos paineis solares. [5] faz uma modelagem do efeito do albedo terrestre sobre um satélite, a qual é usada para incluir a tensão gerada nos paineis solares relativa ao albedo e corrigir as medidas usadas no filtro de Kalman.

3 Filtro de Kalman

O estado a ser estimado é composto pelo *quaternion* de atitude $\mathbf{q}$ e pelo *bias* do giroscópio β . O modelo do espaço de estados pode ser escrito como:

$$\begin{aligned}\dot{\mathbf{q}} &= \frac{1}{2} \Omega(\hat{\omega}) \mathbf{q} \\ \dot{\beta} &= \mathbf{0}\end{aligned}\tag{8}$$

A velocidade angular estimada $\hat{\omega}$ é calculada considerando o modelo para as medidas do giroscópio, dado por:

$$\begin{aligned}\omega &= \omega_m - \beta - \eta_\omega \\ \dot{\beta} &= \eta_\beta\end{aligned}\tag{9}$$

onde η_ω e η_β são ruídos brancos com covariâncias dadas por $\sigma_\omega^2 \mathbf{I}_{3 \times 3}$ e $\sigma_\beta^2 \mathbf{I}_{3 \times 3}$ respectivamente, β é o vetor de *bias* e ω_m é a medida do giroscópio. Com isso, a velocidade angular pode ser estimada por:

$$\hat{\omega} = \omega_m - \hat{\beta}\tag{10}$$

A fase de propagação do filtro é feita a partir da discretização das Equações (8), cuja forma é descrita em [2] e [4].

A fase de atualização deste filtro é baseada no conceito do filtro de Kalman estendido multiplicativo (MEKF, *Multiplicative Extended Kalman Filter*) introduzido em [3]. Esta implementação evita a singularidade na estimação dos *quaternions* de atitude por causa da restrição de norma unitária, utilizando-se do erro multiplicativo $\delta \mathbf{q}$, que representa uma pequena rotação da atitude estimada para a esperada. O filtro atualiza o *quaternion* reduzido de erro $\delta \mathbf{q} = [\delta q_1 \ \delta q_2 \ \delta q_3]^T$, e o quarto elemento δq_4 é calculado para manter a norma unitária. Então, o *quaternion* atualizado é recuperado de:

$$\delta \mathbf{q}_k = \hat{\mathbf{q}}_k^+ \otimes (\hat{\mathbf{q}}_k^-)^{-1}\tag{11}$$

O símbolo $\otimes$ representa a operação de multiplicação de *quaternions*.

Os valores estimados das medidas no sistema do corpo são calculados a partir do modelo matemático do campo magnético terrestre ($\hat{\mathbf{m}}_k^i$) e da posição do Sol ($\hat{\mathbf{s}}_k^i$):

$$\hat{\mathbf{m}}_k^b = \mathbf{A} (\hat{\mathbf{q}}_k^-) \hat{\mathbf{m}}_k^i; \quad \hat{\mathbf{V}}_k = V_{\max} \mathbf{N}^T \mathbf{A} (\hat{\mathbf{q}}_k^-) \hat{\mathbf{s}}_k^i\tag{12}$$

Assim, as equações de atualização do filtro são [2, 3]:

$$\begin{aligned}\mathbf{K}_k &= \mathbf{P}_k^- \mathbf{H}_k^T (\mathbf{H}_k \mathbf{P}_k^- \mathbf{H}_k^T + \mathbf{R}_k)^{-1} \\ \mathbf{P}_k^+ &= (\mathbf{I}_{6 \times 6} - \mathbf{K}_k \mathbf{H}_k) \mathbf{P}_k^- \\ \begin{bmatrix} \delta \mathbf{q}_k \\ \delta \beta_k \end{bmatrix} &= \mathbf{K}_k \left(\begin{bmatrix} \mathbf{m}_k^b \\ \mathbf{V}_k \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \hat{\mathbf{m}}_k^b \\ \hat{\mathbf{V}}_k \end{bmatrix} \right) \\ \mathbf{q}_k^+ &= \begin{bmatrix} \delta \mathbf{q}_k^T & \sqrt{1 - \delta \mathbf{q}_k^T \cdot \delta \mathbf{q}_k} \end{bmatrix}^T \otimes \mathbf{q}_k^- \\ \beta_k^+ &= \beta_k^- + \delta \beta_k\end{aligned}\tag{13}$$

A matriz $\mathbf{H}_k$ é obtida da linearização das medidas e $\mathbf{R}_k$ é a matriz de covariância das medidas:

$$\mathbf{H}_k = \begin{bmatrix} 2\mathbf{S}(\mathbf{m}^i) & \mathbf{0}_{3 \times 3} \\ 2V_{\max}\mathbf{N}^T\mathbf{S}(\mathbf{s}^i) & \mathbf{0}_{6 \times 3} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{R}_k = \begin{bmatrix} \sigma_m^2 \cdot \mathbf{I}_{3 \times 3} & \mathbf{0}_{3 \times 6} \\ \mathbf{0}_{6 \times 3} & \sigma_s^2 \cdot \mathbf{I}_{6 \times 6} \end{bmatrix} \quad (14)$$

A tensão medida dos painéis $\mathbf{V}_k$ é corrigida segundo o modelo do albedo terrestre para eliminar seu efeito na determinação da atitude.

4 Simulação e resultados

A simulação é feita para um CubeSat 3U, com dimensões $10 \times 10 \times 30$ cm e massa de 3,6 kg, resultando em uma matriz de inércia $\mathbf{J} = [0,03 \quad 0,03 \quad 0,006]^T$ kg m² e em órbita circular de 500 km de altitude e 45° de inclinação.

O valor simulado para as medidas do giroscópio é dado por $\tilde{\omega} = \omega + b + c + \eta$, onde ω é o valor real da velocidade angular, $b = [0,035 \quad -0,009 \quad 0,026]^T$ rad/s é um desvio constante, c é um desvio móvel com $\dot{c} = \nu$, e η e ν são ruídos brancos com média zero e desvio padrão de 5×10^{-3} rad/s e 2×10^{-4} rad/s², respectivamente. O valor do campo magnético terrestre é calculado pelo modelo IGRF-12 e as medidas do magnetômetro são obtidas adicionando um ruído com desvio padrão de 3×10^{-7} T aos valores dados pelo modelo. A tensão medida em cada painel solar é calculada a partir do modelo descrito em [5], levando em conta a incidência solar direta e a influência do albedo terrestre. A este valor é adicionado um ruído com desvio padrão de 20 mV.

Um controle de descapotamento com ganho de 10000 foi mantido ligado durante toda a simulação. O intervalo entre as medidas, e consequentemente da atualização do filtro, foi de 1 s. Durante 10% deste período, os atuadores são desligados para que o magnetômetro possa realizar as medidas, e ligados pelos 90% restantes para gerar o torque dado pelo controle de descapotamento.

Estas medidas são alimentadas em um filtro de Kalman cujos parâmetros iniciais são:

- Estados: $\mathbf{q}_0 = [0 \quad 0 \quad 0 \quad 1]^T$; $\beta_0 = [0 \quad 0 \quad 0]^T$ rad/s
- Covariância: $\mathbf{P}_0 = \text{diag}([0,5^2 \quad 0,5^2 \quad 0,5^2 \quad (0,1 \text{ rad/s})^2 \quad (0,1 \text{ rad/s})^2 \quad (0,1 \text{ rad/s})^2])$
- Covariância das medidas: $\sigma_m = 1 \times 10^{-6}$ T; $\sigma_s = 50$ mV
- Covariância do processo: $\sigma_\omega = 4,89 \times 10^{-3}$ rad/s^{1/2}; $\sigma_\beta = 3,14 \times 10^{-4}$ rad/s^{3/2}

Os gráficos da Figura 3 mostram os valores simulados para os *quaternions*, a velocidade angular do satélite com relação ao sistema orbital e os *bias* do giroscópio.

Os gráficos da Figura 4 mostram os erros relativos aos *quaternions* estimados e aos ângulos de Euler correspondentes. O *quaternion* de erro mostrado no gráfico é calculado por $\mathbf{q}_{err,k} = \mathbf{q}_o^b \otimes \hat{\mathbf{q}}_k^{-1}$ a cada instante k , onde $\mathbf{q}_o^b$ é o *quaternion* simulado e $\hat{\mathbf{q}}_k$ é o *quaternion* estimado. Os erros nos ângulos de Euler são as diferenças entre os ângulos calculados dos *quaternion* estimado e simulado, usando a sequência ZYX. A súbita variação dos erros em alguns intervalos, por exemplo entre 0,25 e 0,6 órbitas, correspondem aos momentos de eclipse, durante os quais as medidas de tensão dos painéis solares não estão disponíveis, resultando em estimativas não confiáveis. As estatísticas de cada elemento do

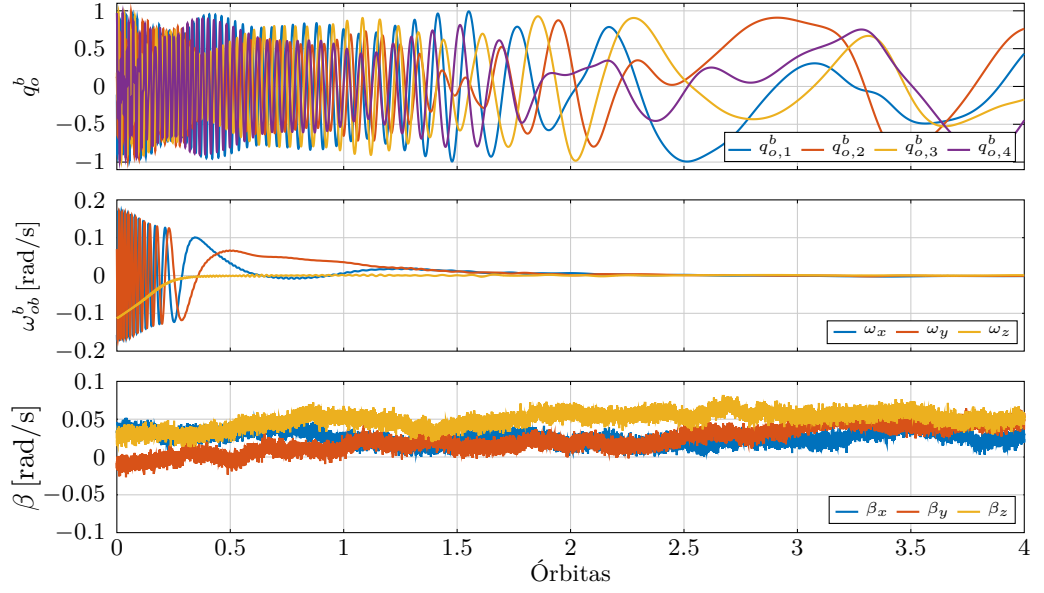


Figura 3: *Quaternion*, velocidade angular e *bias* do giroscópio simulados.

quaternion de erro são $-0,006 \pm 0,025$, $0,015 \pm 0,026$, $-0,001 \pm 0,024$ e $0,998 \pm 0,001$, e as estatísticas do erro nos ângulos de Euler são $0,044 \pm 0,102$ rad, $-0,004 \pm 0,038$ rad e $-0,004 \pm 0,098$ rad para os ângulos de *yaw*, *pitch* e *roll*, respectivamente. Estas estatísticas, que foram calculadas excluindo os períodos em eclipse, mostram que a atitude do satélite pode ser determinada com uma precisão da ordem de $5,6^\circ$. Em comparação com os resultados em [2], que implementa o filtro com um sensor solar dedicado obtendo uma precisão de aproximadamente $1,2^\circ$, houve um aumento do erro em cerca de 5 vezes, devido à precisão a qual são medidas as tensões nos painéis solares.

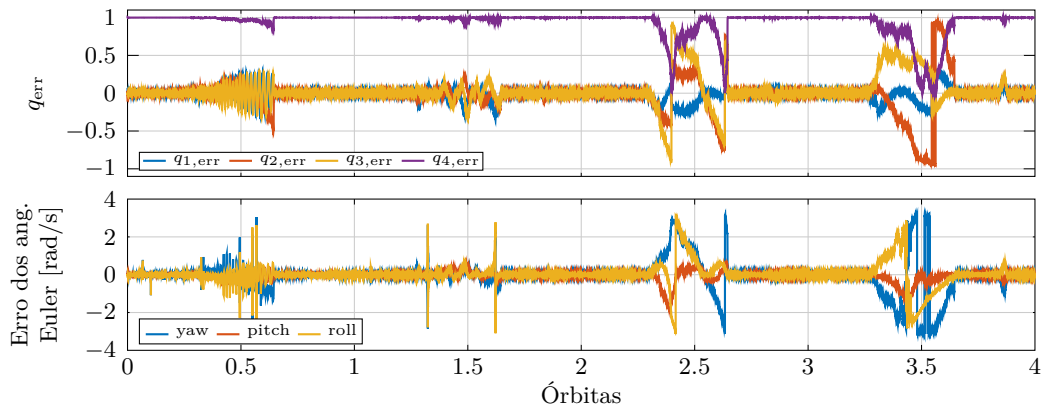


Figura 4: *Quaternion* de erro e erros dos ângulos de Euler.

5 Conclusões

Este trabalho apresentou um filtro de Kalman para determinação de atitude de CubeSats a partir dos dados dos giroscópios, magnetômetros e usando os painéis fotovoltaicos como sensor solar. Os valores foram simulados para um CubeSat 3U em órbita baixa e os estados estimados pelo filtro foram o *quaternion* de atitude e os *bias* dos giroscópios, que permitem estimar a velocidade angular. Os resultados foram comparados com os valores obtidos em [2], que usa um sensor solar dedicado e do qual este filtro é derivado.

Os ângulos de Euler, calculados a partir do *quaternion* estimado com este filtro, apresentaram precisão da ordem de $5,6^\circ$, cerca de 5 vezes superior aos ângulos estimados em [2]. Os modelos de medidas dos painéis solares implementados são simplificados e não levam em conta a degradação do modelo para ângulos de incidência acima de 70° . Este efeito pode afetar a determinação do vetor solar pelos painéis. Nessas condições e durante eclipses, os valores estimados pelo filtro se tornam não confiáveis e uma estratégia de determinação de atitude quando não há informação sobre o vetor solar deve ser desenvolvida.

Estes resultados mostram a aplicabilidade deste filtro em dados simulados, outros testes devem ser feitos com conjuntos de dados apresentando diferentes condições, assim como em hardware para confirmar sua capacidade de integração em sistemas de determinação e controle de atitude.

Referências

- [1] The CubeSat Program, CubeSat design specification Rev. 13, California State Polytechnic University, (2015). URL http://www.cubesat.org/s/cds_rev13_final2.pdf.
- [2] L. Baroni, Kalman filter for attitude determination of a CubeSat using low cost sensors. Computational and Applied Mathematics, (2017). DOI: 10.1007/s40314-017-0502-5.
- [3] E. J. Lefferts, F. L. Markley and M. D. Shuster, Kalman filtering for spacecraft attitude estimation, Journal of Guidance, Control, and Dynamics 5(5):417–429, (1982).
- [4] J. Crassidis and J. Junkins, Optimal Estimation of Dynamic Systems. CRC Press, Boca Raton, Florida, (2012).
- [5] D. D. V. Bhandari, Spacecraft Attitude Determination with Earth Albedo Corrected Sun Sensor Measurements, Ph.D. Thesis, Aalborg University, (2005).