



DINCON 2017

CONFERÊNCIA BRASILEIRA DE DINÂMICA, CONTROLE E APLICAÇÕES

30 de outubro a 01 de novembro de 2017 – São José do Rio Preto/SP

Evitando Saturação no Controle de Posição de um Pêndulo usando Duas Rodas de Reação

Tiago Peghin Cenale¹

João Francisco Silva Trentin²

Samuel da Silva³

Universidade Estadual Paulista - UNESP, Faculdade de Engenharia, Departamento de Engenharia Mecânica, Ilha Solteira, SP, Brasil

Resumo. O controle de atitude de dispositivos utilizando rodas de reação tem sido atrativo devido a uma série de desafios, além de ser uma forma popular de estabilizar e rejeitar perturbações externas em dispositivos aeroespaciais. A partir da mudança controlada da taxa de variação do momento angular usando rodas de reação, é possível controlar a taxa de oscilação e direção de corpos rígidos no espaço. Porém, controlar a posição do pêndulo em um ponto longe dos pontos de equilíbrio leva a saturação dos atuadores. Neste sentido, este trabalho propõe o uso de duas rodas de reação como atuadores de um controlador do tipo PID para estabilizar o pêndulo em uma posição qualquer e evitar a saturação das rodas. Os resultados obtidos nas simulações numéricas mostram a efetividade do controlador sugerido e a possibilidade de uma futura implementação em tempo real.

Palavras-chave: controle de atitude, dinâmica não linear, rodas de reação, saturação de atuadores, controle PID

1 Introdução

Um problema muito comum em sistemas mecânicos é a ação de perturbações externas, principalmente no setor aeroespacial [7]. Por exemplo, no controle de orientação de satélites é imprescindível que o mesmo opere rejeitando mudanças de direção provenientes de torques perturbativos externos. Neste contexto, uma forma de controle eficiente da orientação é a utilização da roda de reação como atuador, sendo esse um sistema já utilizado não só no meio aeroespacial, mas também em embarcações [6], robôs biomecânicos [10], dentre outros. Fisicamente, a variação da velocidade angular nestas rodas de reação pode

¹tiagocenale@gmail.com

²joaotrentin17@gmail.com

³samuel@dem.feis.unesp.br

causar grande variação de momento angular que se iguala com a soma de torques dos esforços agindo no sistema, permitindo equilibrar um corpo rígido no espaço.

Ao se utilizar a roda de reação é necessário a presença de um motor para rotacioná-la, sendo este na maioria das vezes um motor de corrente contínua (DC). Com a utilização deste motor, surge um possível problema de saturação. Na maioria dos sistemas de controle, os atuadores possuem uma faixa limitada de operação. Quando a variável de controle excede esta faixa o atuador opera em seu limite, independente do sinal de controle, tornando muito deficiente em garantia de estabilidade [11]. Assim, a consideração de não linearidade relacionada à dinâmica de plantas a serem controladas, levando em consideração os limites físicos de atuadores e sensores tem sido um tópico importante de pesquisa em vista de seu interesse prático [4].

Uma forma efetiva de se estudar a dinâmica envolvida na roda de reação e a sua eficácia como controlador é fixando-a em um pêndulo rígido [8]. Diversos sistemas de controle e regulação de posição já foram estudados, como Regulador Linear Quadrático (LQR), Fuzzy, On-Off e o Controlador PID. Apesar de serem relativamente baratos e fáceis de implementar [2], os controladores do tipo PID clássicos podem apresentar resultados não totalmente satisfatórios em processos que possuem não-linearidades, atrasos de transporte e parâmetros variantes no tempo [2,5]. O intuito deste trabalho foi de projetar um controlador simples que utilizasse da dinâmica do sistema apresentado e a partir dela realizasse o controle de posição. O controle de posição de um pêndulo com uma roda de reação já foi apresentado em diversos trabalhos e mais especificamente em [9] é introduzido o problema da saturação do atuador. Então, para atenuar esse problema encontrado com a saturação do atuador, no caso a roda de reação, que para controlar a posição do pêndulo em posições afastadas dos pontos de equilíbrio, é necessário altas acelerações angulares que resultam muitas vezes em velocidades angulares impraticáveis pela roda de reação, é proposto aqui a utilização de duas rodas de reação para o controle de posição de um pêndulo. Como controlador é utilizado um controle clássico do tipo PID porém com uma sintonia não convencional, atuando motores de corrente contínua acoplados as rodas de reação, buscando estabilizar a haste em diferentes regiões. Desse modo, o artigo apresenta a modelagem de um pêndulo com duas rodas de reação, o controle de posição utilizando um controlador clássico PID e apresenta os resultados para a estabilização do pêndulo em várias posições angulares e por último as considerações finais.

2 Modelagem do pêndulo com duas rodas de reação

Essa seção apresenta a modelagem dinâmica sucinta do pêndulo com duas rodas de reação para se obter as equações de movimento resultantes. Na Figura 1 é mostrado o pêndulo com duas rodas de reação, onde sua haste possui massa m_p , comprimento ℓ e é fixa no ponto O . Foram adotadas uma base inercial e três bases móveis. A primeira base móvel rotaciona solidária ao pêndulo com ângulo θ . Uma das rodas de reação possui massa M e raio R e é fixa em A e rotaciona junto a segunda base com ângulo α . A segunda roda de reação possui massa m e raio r e rotaciona junto a terceira base com ângulo β .

Igualando a somatória dos torques agindo no sistema com a variação de momento

angular (Equação de Euler), obtém-se a equação (1):

$$\mathcal{B}_1 \dot{\mathcal{H}} \equiv \mathcal{B}_1 T_O = \frac{d}{dt} (\mathcal{B}_1 \mathcal{H}) + \underbrace{\mathcal{B}_1 \boldsymbol{\Omega} \times \mathcal{B}_1 \mathcal{H}}_{=0} \quad (1)$$

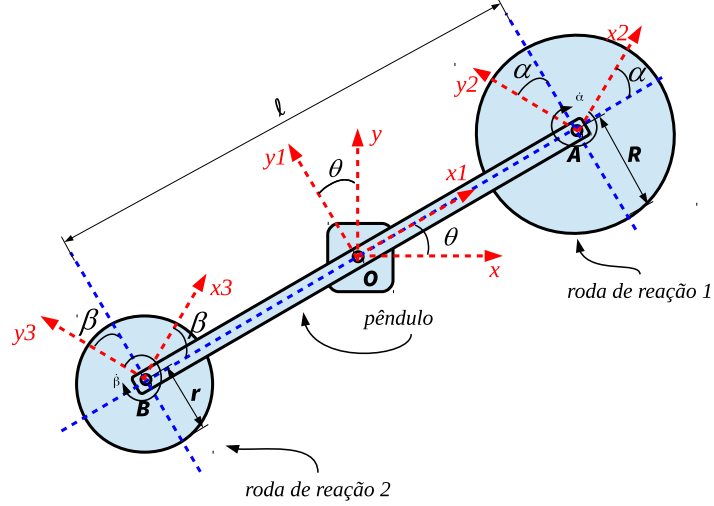


Figura 1: Pêndulo rígido com duas rodas de reação.

sendo $\mathcal{B}_1 T_O$ o somatório de torques relativos ao ponto fixo O e $\mathcal{B}_1 \boldsymbol{\Omega} \times \mathcal{B}_1 \mathcal{H}$ o torque giroscópico que será nulo, pois além de o pêndulo não sair do plano a velocidade angular $\mathcal{B}_1 \boldsymbol{\Omega}$ é paralela a direção do momento angular $\mathcal{B}_1 \mathcal{H}$. Assim, aplicando a equação (1) tem-se que:

$$\mathcal{B}_1 \mathbf{r}_{OB} \times \mathcal{B}_1 \mathbf{P}_2 + \mathcal{B}_1 \mathbf{r}_{OA} \times \mathcal{B}_1 \mathbf{P}_1 + \mathcal{B}_1 \mathbf{T}_1 + \mathcal{B}_1 \mathbf{T}_2 = \frac{d}{dt} (\mathcal{B}_1 \mathcal{H}) \quad (2)$$

desenvolvendo esta equação vetorialmente, obtém-se o modelo matemático do pêndulo com duas rodas de reação mostrado na equação (3) e aplicando a equação (1) para cada uma das rodas de reação são obtidas as equações governantes para elas, mostradas nas equações (4) e (5) a seguir:

$$\ddot{\theta} = \frac{1}{I_{zeq}} \left(-mg \frac{\ell}{2} \cos \theta + Mg \frac{\ell}{2} \cos \theta + T_1 + T_2 \right) \quad (3)$$

sendo $I_{zeq} = \frac{1}{12} m_p \ell^2 + \frac{1}{2} (MR^2 + mr^2) + \frac{1}{4} (M\ell^2 + m\ell^2)$ o momento de inércia equivalente de todo o conjunto.

$$T_1 = I_{zr1} \ddot{\alpha} \quad (4)$$

sendo $I_{zr1} = \frac{1}{2} MR^2$ o momento de inércia da roda de reação 1.

$$T_2 = I_{zr2} \ddot{\beta} \quad (5)$$

sendo $I_{zr2} = \frac{1}{2}mr^2$ o momento de inércia da roda de reação 2. Os torques T_1 e T_2 são fornecidos por motores de corrente contínua acoplados as rodas sendo suas equações governantes mostradas em (6) e (7) a seguir:

$$\tau\ddot{\alpha}(t) + \dot{\alpha}(t) = KV_{\alpha}(t) \quad (6)$$

$$\tau\ddot{\beta}(t) + \dot{\beta}(t) = KV_{\beta}(t) \quad (7)$$

3 Controle de Atitude

O controlador escolhido foi do tipo PID (Proporcional, Integral e Derivativo) por ser o algoritmo de controle mais utilizado nas indústrias por sua simplicidade e robustez [1–3]. Porém, um controle PID clássico não se mostrou eficaz controlando o pêndulo com duas rodas de reação, pois este método de controle funciona melhor em sistemas que apresentam apenas uma variável de controle e somente uma atuação para aplicar (SISO - Single Input, Single Output), o que não é o caso do pêndulo, onde temos uma variável controlada, que é o ângulo da haste θ e duas atuações para aplicar, que são os sinais de tensão nos motores de cada roda (MISO - Multiple Input, Single Output).

É possível controlar sistemas com maior número de entradas/saídas utilizando o PID clássico e aplicando técnicas de separação de variáveis, de forma que o controle final envolva alguns controladores PID SISO, contudo estes métodos não apresentam bons resultados em situações onde as correlações entre as variáveis não são próximas ou em casos de atraso de transporte [2, 5]. Levando isso em consideração, neste trabalho é implementado um método de controle do tipo PID com uma adaptação do controle MISO para um único controlador SISO onde as duas rodas recebem o mesmo sinal de controle [3], utilizando uma sintonização de ganhos embasada no método de Ziegler-Nichols, porém realizando uma sintonia fina não convencional, com o objetivo de compensar a simplificação feita e não prejudicar a robustez do controlador [1].

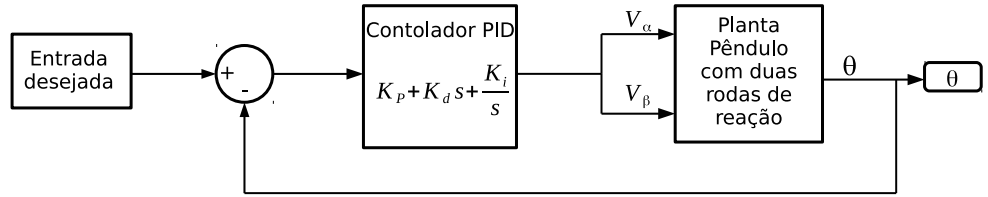


Figura 2: Malha de controle utilizada no *Simulink*®.

Escolhido o método de controle e o modelo matemático pronto, foi possível implementar uma planta de controle no ambiente *Simulink*® do *Matlab*®, mostrada na Figura 2, para simular a resposta do pêndulo quando submetido a um método de controle utilizando como atuadores as rodas de reação. Para fornecer aceleração angular às rodas de reação, foram simulados motores de corrente contínua acoplados às mesmas, onde os parâmetros utilizados foram de um motor real obtidos através da caracterização do mesmo em laboratório, utilizando o método do degrau, sendo os parâmetros $K = 1471$ e $\tau = 7.94$.

Foram escolhidas massas e raios diferentes para as rodas ($M = 950$ g, $R = 15$ cm, $m = 420$ g, $r = 10$ cm) e para a haste ($m_p = 250$ g, $\ell = 1$ m) com o objetivo de desequilibrar o sistema e analisar a saturação das rodas de reação. Com todos os parâmetros físicos escolhidos, iniciou-se o método de Ziegler-Nichols para a sintonia grossa. De início foi necessário zerar os ganhos derivativo (K_D) e integral (K_I) e simular valores quaisquer de ganho proporcional (K_P) até que o controlador apresentasse uma resposta completamente aleatória, ao isso acontecer, este valor K_P passou a ser chamado ganho crítico (K_{CR}). O comportamento aleatório pode ser observado na Figura 3 onde o controlador busca manter a haste em $\theta = 30^\circ$.

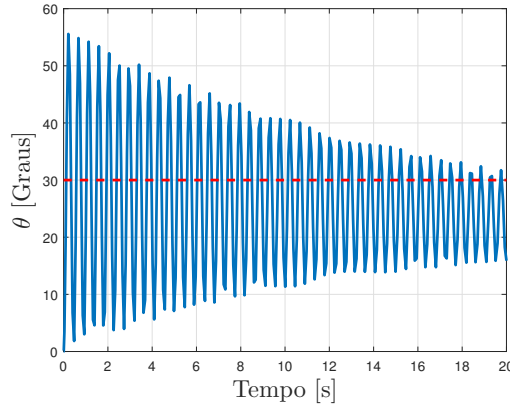


Figura 3: Resposta aleatória do sistema a um ganho proporcional (K_P) qualquer sendo - - a referência para $\theta = 30^\circ$.

Com a resposta aleatória, foi necessário também encontrar o período da oscilação utilizando o *Matlab*[®], sendo este valor chamado de período crítico (T_{CR}). Com o ganho crítico (K_{CR}) e o período crítico (T_{CR}) disponíveis, foi utilizada a Tabela 1 para obter a sintonia grossa do controlador.

Tabela 1: Tabela de Sintonização de Ziegler-Nichols de Malha Fechada.

Tipo de controlador	K_P	K_I	K_D
P	$0.5K_{CR}$	∞	0
PI	$0.45K_{CR}$	$\frac{1}{12}T_{CR}$	0
PID	$0.6K_{CR}$	$0.5T_{CR}$	$0.125T_{CR}$

Com a sintonia grossa do PID pronta foi necessário otimizar o controlador através da sintonia fina. A sintonia fina consistiu em reduzir os ganhos proporcional (K_P), integral (K_I) e derivativo (K_D) pelo fato da planta possuir dois atuadores e o método de Ziegler-Nichols ser mais apropriado para sistemas SISO. Em outras palavras, foi preciso multiplicar todos os ganhos por valores aleatórios maiores que zero e menores que um até que se encontrasse a otimização do controle com os ganhos $K_P = 0.01$, $K_I = 0.09$ e $K_D = 0.005$. Com todos os processos feitos, foi possível simular o controle empregado e averiguar seu bom desempenho através da Figura 4 (a) onde é possível ver a estabilização do pêndulo

com duas rodas de reação nas posições de referência $\theta = 30^\circ$, $\theta = 45^\circ$ e $\theta = 90^\circ$, onde $\theta = 0^\circ$ é a posição horizontal da Figura 1. A Figura 4 (b) apresenta as velocidades angulares das rodas de reação no controle das respectivas posições. Esse resultado quando comparado com o apresentado em [9] mostra que o maior valor de velocidade angular atingido por qualquer uma das duas rodas de reação foi quatro vezes menor, mostrando que o problema da saturação da roda de reação foi atenuado com a utilização de duas rodas de reação sendo possível realizar o controle de posição em posições distantes dos pontos de equilíbrios por um grande período de tempo sem que ocorra a saturação do atuador.

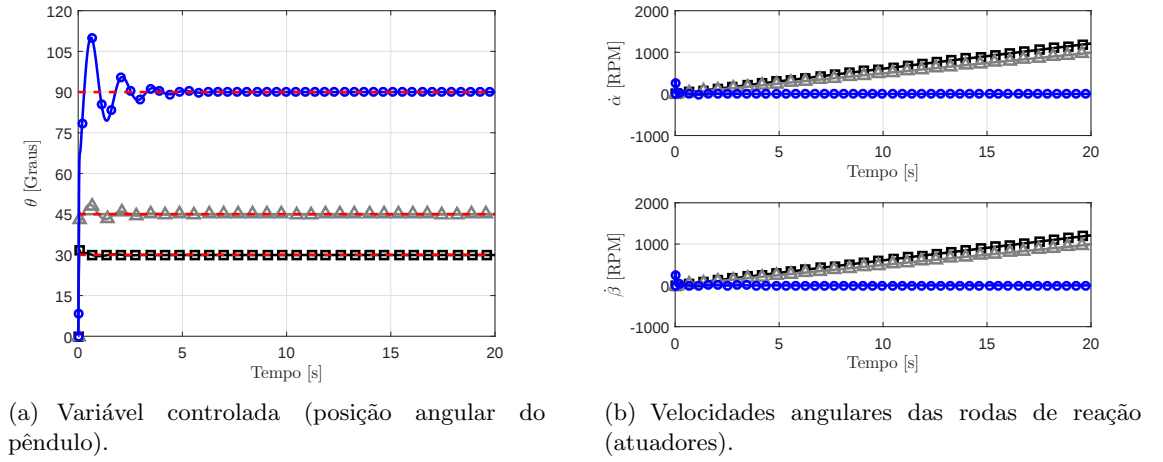


Figura 4: Controle de posição do pêndulo com duas rodas de reação e velocidades angulares das rodas de reação sendo $-\circ-$ indica a posição e a velocidade angular para $\theta = 90^\circ$, $-\triangle-$ indica a posição e a velocidade angular $\theta = 45^\circ$, $-\square-$ indica a posição e a velocidade angular $\theta = 30^\circ$ e $---$ indica as referências utilizadas nas simulações ($\theta = 90^\circ$, $\theta = 45^\circ$ e $\theta = 30^\circ$).

4 Considerações Finais

O controlador projetado foi capaz de manter o pêndulo em diferentes posições, com precisão razoável e sem saturar nenhum dos atuadores. Analisando o controle, esse resultado mostra que é possível simplificar um controlador MISO para somente um controlador SISO, sem necessitar utilizar vários controladores trabalhando simultaneamente, o que pode por em risco a robustez quando a correlação das variáveis de entrada não forem próximas. Analisando as velocidades das rodas, comprova-se que a utilização de mais atuadores é uma maneira eficiente de manter as velocidades dos motores distantes da saturação, tornando o controle mais robusto e mais confiável para situações em que o tempo de controle é longo. Para desdobramentos futuros se buscará a implementação de métodos de controle de forma a variar a sincronia das rodas de reação e estudando em qual tipo de sincronia elas trabalham mais distantes da saturação.

Agradecimentos

O primeiro autor gostaria de agradecer ao MEC/SESu por sua bolsa PET, já o segundo autor agradece sua bolsa de mestrado da FAPESP processo 16/21997-0. Os autores também agradecem o apoio financeiro do CNPq e da FAPESP ao seu grupo de pesquisa na UNESP - Ilha Solteira.

Referências

- [1] L. V. R. Arruda, Um método evolucionário para sintonia de controladores PI/PID em processos multivariáveis, Sba: Controle & Automação Sociedade Brasileira de Automatica, vol. 19, 9-11, (2008).
- [2] H. Bang, M. J. Tahk and H. D. Choi, Large angle attitude control of spacecraft with actuator saturation, Control Engineering Practice, vol. 11, 5-7, (2003).
- [3] W. B. Correia, Contribuições ao estudo de sistemas SISO e MIMO com atraso de transporte, Tese de Doutorado em Engenharia Elétrica, UFC, (2016).
- [4] J. Corso, E. B. Castelan, U.F. Moreno e E. R. De Pieri, Controle dependente de parâmetros para uma classe de sistemas não-lineares incertos com atuadores saturantes, Sba: Controle & Automação Sociedade Brasileira de Automatica, vol. 20, 122-127, (2009).
- [5] L. C. Figueiredo e F. G. Jota, Introdução ao controle de sistema não-holonômicos, Sba: Controle & Automação Sociedade Brasileira de Automatica, vol. 15, 243-268, (2004).
- [6] J. M. Hilkert, Inertially stabilized platform technology concepts and principles, IEEE Control Systems, vol. 28, 35-40, (2008).
- [7] C. Rui, I. V. Kolmanovsky and N. H. McClamroch, Nonlinear attitude and shape control of spacecraft with articulated appendages and reaction wheels, IEEE Transaction on Automatic Control, vol. 45, 1456-1461, (2000).
- [8] M. W. Spong, P. Corke and R. Lozano, Nonlinear control of the Reaction Wheel Pendulum, Automatica, vol. 37, 1846-1850, (2001).
- [9] J. F. S. Trentin, G. L. C. M. de Abreu e S. da Silva, Controle Não Linear de um Pêndulo com Roda de Reação, IX Congresso Nacional de Engenharia Mecânica, vol. 1, (2016), DOI:10.20906/CPS/CON-2016-0246.
- [10] M. W. Walker and L. B. Wee, Adaptive control of space-based robot manipulators, IEEE Transactions on Robotics and Automation, vol. 7, 829-832, (1991).
- [11] F. Wu, K. M. Grigoriadis and A. Packard, Anti-windup controller design using linear parameter-varying control methods, International Journal of Control, vol. 73, 1105-1109, (2000).