

**DINCON 2017**CONFERÊNCIA BRASILEIRA DE DINÂMICA, CONTROLE E APLICAÇÕES
30 de outubro a 01 de novembro de 2017 – São José do Rio Preto/SP

Dinâmica de um Colhedor de Energia Excitado Parametricamente.

Mateus Coutinho de Moraes¹

Departamento de Matemática, UNESP-FEIS, Ilha Solteira, SP

Fábio Roberto Chavarette²

Departamento de Matemática, UNESP-FEIS, Ilha Solteira, SP

Marco Antônio Travassos³

Programa de Pós Graduação em Engenharia Mecânica, UNESP-FEIS, Ilha Solteira, SP,

Departamento de Engenharia Mecânica, Unesp, Ilha Solteira, SP

Nelson José Peruzzi⁴

Faculdade de Ciências Agrárias e Veterinárias, UNESP, Jaboticabal, SP,

Departamento de Ciências Exatas, UNESP, Jaboticabal, SP.

Resumo. Dado o crescente consumo de energia elétrica e as limitações das fontes de energia, vários estudos se direcionam na busca de fontes sustentáveis de energia. Um meio novo de transformar energia elétrica de forma sustentável se faz por meio de captação de energia, mais conhecidos pelo seu nome em Inglês como *Energy Harvesting*. Captar energia do meio ambiente pode ser realizado com pequenos gradientes de temperatura, pequenas movimentações de massa e por meio de vibração. Este trabalho tem o objetivo analisar a influência da frequência de excitação paramétrica na captação de energia, ou seja, na potência elétrica final.

Palavras-chave. Excitação Paramétrica, Captação de Energia, Não-Linearidade.

1 Introdução

Captação de energia é o processo de capturar a energia ambiente e transformá-la numa forma utilizável. As fontes de energia mais comuns para sistemas de captação de energia são: energia solar, gradientes térmicos, vibrações acústicas e mecânicas [1]. Sistemas que utilizam como fonte as vibrações são chamados de sistemas de captação de energia vibracional (*Vibration Energy*

¹ mateuscoutinhom@gmail.com

² fabioch@mat.feis.unesp.br

³ sr.marcotravassos@gmail.com

⁴ peruzzi@fcav.unesp.br

Harvesting Systems - VEHS). VEHS geram menos energia, porém isto não os torna menos importantes dado que muitos dispositivos requerem pequena quantidade de energia para operarem, por exemplo: aparelhos auditivos, marca-passo, estimulador de medula espinhal e sistemas microeletromecânicos. As cirurgias suplementares para trocar a bateria de um marca-passo são caras e expõe o paciente a um novo procedimento. As constantes recargas de um simulador de medula espinhal são incômodas e demanda tempo. Idealmente, esses dispositivos seriam implantados acoplados a um sistema de captação de energia que os tornariam autocarregáveis e funcionariam durante a vida do paciente. Pesquisas estão sendo conduzidas para implementar VEHS dentro do corpo humano, e alguns esforços preliminares indicaram a possibilidade de captar até 20 mW de energia por dia a partir da contração dos vasos sanguíneos [2].

Na vanguarda dos estudos de VEHS estão aqueles que utilizam como transdutor materiais piezoelétricos - materiais piezoelétricos são aqueles que transformam energia mecânica em energia elétrica. Um dos materiais piezoelétrico mais utilizado é o titanato zirconato de chumbo (PZT). As estruturas para este tipo de sistema são diversas, sendo mais comum as vigas engastada-livre parcialmente ou totalmente recobertas por uma camada de PZT [3-5]. Diversos parâmetros de incertezas (amplitude da força de excitação, frequência de excitação, dimensões físicas do sistema) estão presentes neste tipo de sistema e influenciam a potência elétrica gerada. Os estudos atuais se dirigem em analisar a resposta do sistema conforme se modifica os parâmetros de incerteza, visando à maximização da energia elétrica captada. Neste trabalho propomos estudar o sistema de captação de energia piezoelétrico excitado parametricamente abordado por Daqaq et al. [6], e analisar a influência da frequência de excitação paramétrica na potência elétrica final.

2 Modelo Matemático

Um modelo teórico de captação de energia excitado parametricamente é ilustrado na Figura 1 [6]. O material piezoelétrico está ligado ao feixe e a uma carga resistiva com a finalidade de coletar de energia. O modelo matemático é dado pelo sistema de equações diferenciais ordinárias de segunda ordem não linear e com coeficiente periódico:

$$\begin{aligned} \ddot{u} + 2\mu_1\dot{u} + \omega_n^2 u + \mu_2 |\dot{u}| \dot{u} + \alpha u^3 + 2\beta(u^2\ddot{u} + u\dot{u}^2) - u \frac{F}{m} \cos(\omega t) &= \frac{\theta}{m} V \\ \theta \dot{u} + C_p \dot{V} + \frac{1}{R} V &= 0 \end{aligned} \quad (1)$$

onde u é a coordenada generalizada representando a deflexão da viga na direção x , V é a tensão de saída medida no resistor R , μ_1 é o termo de amortecimento viscoso, μ_2 é o amortecimento quadrático representando a resistência do ar, α e β são constantes, θ é o acoplamento eletromecânico, C_p é a capacitância do elemento piezoelétrico, m é a massa da viga, F e ω são as amplitude de excitação por unidade de comprimento do feixe e da frequência, respectivamente. O termo αu^3 é usado para descrever não linearidade geométrica da viga, o termo $2\beta(u^2\ddot{u} + u\dot{u}^2)$ representa a inercia não linear.

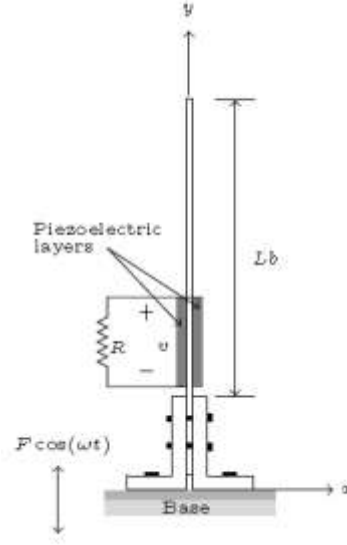


Figura 1: Modelo do Captador de Energia [6].

A deflexão da viga, u , e o tempo, t , são normalizados em relação ao comprimento da viga, L_b , e a resposta de frequência inversa é $1/\omega_n$, respectivamente. Assim,

$$\ddot{x} + 2\mu_1\dot{x} + x + \mu_2|\dot{x}|\dot{x} + \alpha x^3 + 2\beta(x^2\ddot{x} + x\dot{x}^2) - xF \cos(\Omega t) = \frac{\theta}{K}V$$

$$\theta\dot{x} + C_p\dot{V} + \frac{1}{R_{eq}}V = 0 \quad (2)$$

onde

$$x = \frac{u}{L_b}, t = t\omega_n, V = \frac{V}{L_b}, \mu_1 = \frac{\mu_1}{\omega_n}, \mu_2 = \mu_2 L_b, \alpha = \alpha \frac{L_b^2}{\omega_n^2}, \beta = \beta L_b^2$$

$$F = \frac{F}{K}, C_p = C_p, R_{eq} = R\omega_n, \Omega = \frac{\omega}{\omega_n}, K = m\omega_n^2 \quad (3)$$

Os estudos desenvolvidos sobre a captação de energia bem como de excitação paramétrica comprovam que os coletores são mais eficientes quando operam sobre a mesma faixa de frequência natural do sistema ao qual eles estão acoplados bem como quando a excitação externa possui variações periódicas (funções senoidais ou cossenoidais), não sendo apenas um valor fixado [9]. Assim o uso de vigas como elemento base se mostra muito conveniente. A frequência natural de um corpo rígido pode ser determinada pela equação

$$\omega_n = \sqrt{\frac{K}{m}} \quad (4)$$

Nas quais o termo K representa a rigidez do corpo e m a massa do mesmo. Para uma viga, o coeficiente K é expresso como:

$$K = \frac{3EI}{l^3} \quad (5)$$

Em que E é o módulo de Young ou de elasticidade, é um coeficiente próprio de cada material que avalia a rigidez do material, influenciando em propriedades tais como tensão de escoamento, tensão de ruptura e mesmo a tendência do material trincar sob determinadas variações de temperatura. I é o momento de inércia de área da seção transversal e L é o comprimento do corpo. O conhecimento da frequência natural do sistema permite a otimização do circuito elétrico a ela acoplado. Por meio da seguinte relação:

$$R_{pico} = \frac{1}{\omega_n} \quad (5)$$

Ou seja, a resistência implantada no circuito possui uma relação inversamente proporcional com a frequência natural. Dessa maneira pode-se avaliar com as alterações na configuração da viga irá influir no circuito bem como com a quantidade de energia gerada pelo dispositivo.

A simulação numérica do sistema de Equações (2) foi implementado um programa no código Octave, utilizando-se o integrador Runge Kutta de 4ª Ordem.

3 Simulação

Os primeiros projetos de captadores de energia baseados em vibração possuem respostas consideradas eficientes somente se a frequência da vibração de excitação for coincidente com a frequência natural do sistema excitado, causando o efeito chamado de ressonância ou até mesmo caos. Considerando-se os valores numéricos para as condições iniciais, $x_1 = 0.01$, $x_2 = 0$ e $x_3 = 0$ e parâmetros nessas condições se encontram na tabela 1 [6].

Tabela 1: Valor dos parâmetros [6].

Parâmetro	Valor
μ_1	0.01
μ_2	0.01
C_p	570nF
L_b	400mm
ω_r	16.76
θ	0.0002

O comportamento do sistema dinâmico com as projeções dos planos de fases e históricos no tempo para o modelo abordado são mostrados nas Figuras 2-4. sendo que o ponto de equilíbrio do sistema possui dois autovalores conjugados ($\lambda_{1,2} = 0.0010 \pm 0.0477i$) e possuem módulo positivo, caracterizando como um ponto instável.

A Figura 2 apresenta o plano de fase e mapa de Poincaré, que é a relação entre as coordenadas generalizadas, velocidade e deslocamento, comprovando o sistema retornando a um único ponto.

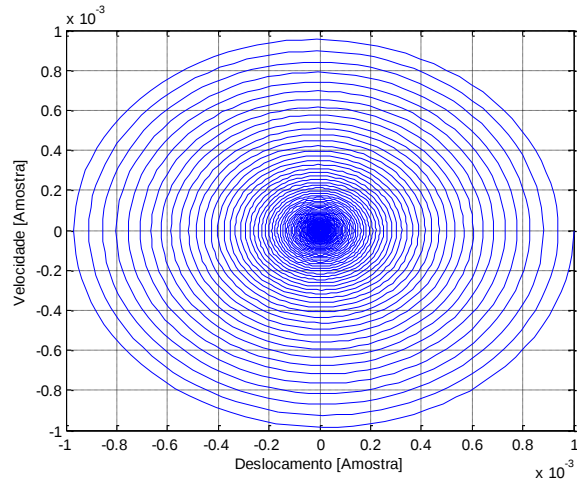


Figura 2: Plano de Fase.

A Figura 3 apresenta o deslocamento e a velocidade em função do tempo, mostrando que após uma perturbação inicial, o sistema que tem comportamento que para as condições aplicadas, o mesmo retorna a posição de origem, ou ponto de equilíbrio.

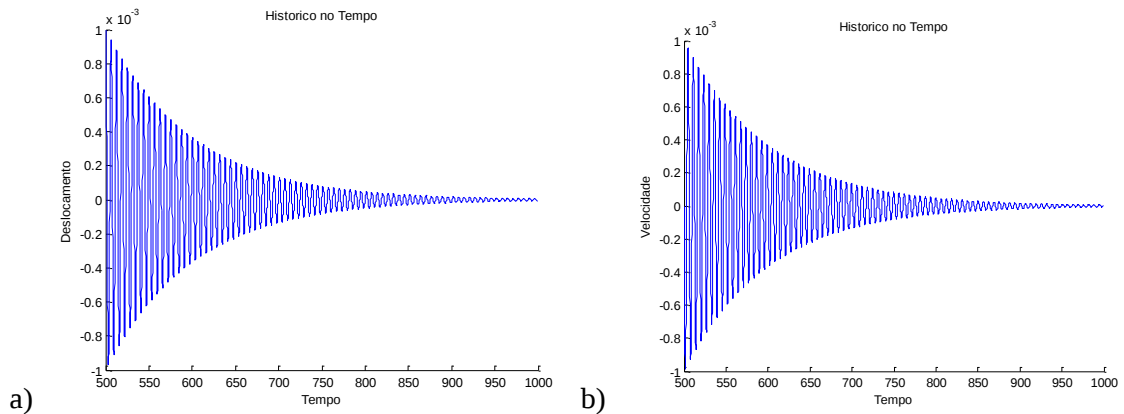


Figura 3: Histórico no Tempo. (a) Deslocamento e (b) Velocidade

Com o objetivo de verificar a presença de caos no sistema, foi calculado os expoentes de Lyapunov [7], sendo que os coeficientes para esse caso foram: $\lambda_1=0.011661$, $\lambda_2=0.0091807$ e $\lambda_3= -16.3577$. O valor de λ_1 é positivo, que segundo Savi [8] isto implica que a trajetória diverge exponencialmente da órbita original, indicando um sistema não estável, do tipo caótico, a Figura 4 mostra a evolução temporal dos expoentes de lyapunov caracterizando a presença de caos.

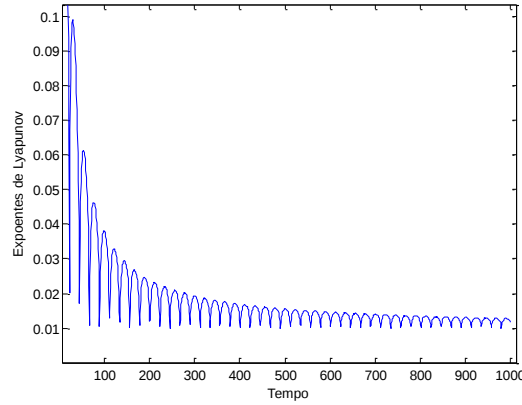


Figura 4: Dinâmica do Expoente de Lyapunov λ_1 .

4 Resultados.

Sistemas de captação aproveitam a energia do ambiente, sendo que grande parte dos projetos de sistemas de captação de energia por vibração utilizam excitação periódica em ressonância com a frequência natural do sistema para que a amplitude de vibração seja máxima, resultando em uma quantidade de energia desejável para transdução, mas a vibração do ambiente, em geral, não permanece em uma única faixa, variando constantemente. Assim, avalia-se a potência gerada variando a faixa de frequência de 0.1 até 20 Hz. A Figura 5 mostra o que segue.

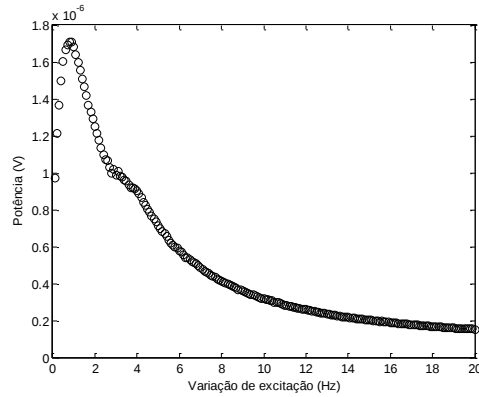


Figura 5: Captação de Energia, Potencia Elétrica Final.

A potência máxima que o sistema pode gerar no caos para esse caso é de $1.7098\mu\text{V}$.

5 Conclusões.

A captação de energia é um ramo com foco crescente já que é possível se criar dispositivos autossustentáveis. Este trabalho teve como objetivo estudar o sistema de captação de energia piezoelétrico excitado parametricamente através da Equação (2), onde analisou-se a influência da frequência de excitação paramétrica na potência elétrica final captada.

Os gráficos contidos nas Figuras 1 a 5 comprovam que ao se levar em conta não-linearidades da estrutura, comportamento caótico e frequência de excitação, o circuito elétrico captador, capta uma maior quantidade de energia potencializando assim esses mecanismos.

Agradecimentos

Os autores agradecem ao Laboratório de Sistemas Complexos (SISPLEXOS) onde o projeto foi desenvolvido e ao auxílio financeiro concedido pela Fundação de Amparo à Pesquisa do Estado de São Paulo – FAPESP, através do Proc. FAPESP No. 2016/07887-9)

Referências

- [1] B. Andò, S. Baglio, C. Trigona, N. Dumas, L. Latorre, P. Nouet, Nonlinear mechanism in MEMS devices for energy harvesting applications. *Journal of Micromechanics and Microengineering*. IOP Publishing, v. 20, n. 12, p. 125020 DOI:10.1088/0960-1317/20/12/125020, 2010.
- [2] J. Sohn, S.B. Choi, D. Lee. An investigation on piezoelectric energy harvesting for mems power sources. *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part C: Journal of Mechanical Engineering Science*, SAGE Publications Sage UK: London, England, v. 219, n. 4, p. 429–436, 2005.
- [3] V. R. Challa, M.G. Prasad, Y. Shi, F.T. Fisher. A vibration energy harvesting device with bidirectional resonance frequency tunability. *Smart Materials and Structures*, IOP Publishing, v. 17, n. 1, p. 015035, 2008, doi:10.1088/0964-1726/17/01/015035, 2008.
- [4] C. Eichhorn, F. Goldschmidtboeing, Y. Porro, P. Woias, A Piezoelectric Harvester with an Integrated Frequency-tuning Mechanism. *PowerMEMS*, Washington DC, EUA, p. 45–48, 2009.
- [5] D. Zhu. Vibration energy harvesting: machinery vibration, human movement and flow induced vibration. [S.l.]: InTech, 2011.
- [6] M.F. Daqaq, C. Stabler, Y. Qaroush, T. Seuaciuc-Osório. Investigation of power harvesting via parametric excitations. *Journal of Intelligent Material Systems and Structures*, Sage Publications Sage UK: London, England, v. 20, n. 5, p. 545–557, 2009.
- [7] A. Wolf, J.B. Swift, H.L. Swinney and J.A. Vastano. Determining lyapunov exponents from a time series. *Physica D: Nonlinear Phenomena*, Vol. 16, n. 3, p. 285–317, 1985.
- [8] M. A. Savi, *Dinâmica Não-linear e Caos*, 2006. E-PAPERS, ISBN 9788576500629. Disponível em: <<http://books.google.com.br/books?id=AlKlJk9zz0oC>>.
- [9] R. Singiresu, *Vibrações Mecânicas*, Pearson Prentice Hall, 4ª EDIÇÃO. São Paulo: Pearson/prentice Hall, 2008.