



DINCON 2017

CONFERÊNCIA BRASILEIRA DE DINÂMICA, CONTROLE E APLICAÇÕES

30 de outubro a 01 de novembro de 2017 – São José do Rio Preto/SP

Identificação da Dinâmica de um Motor DC por Ajuste Ótimo da Resposta em Frequência

Daniel Henrique Braz de Sousa¹

Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica, IME, Rio de Janeiro, RJ

Marcelo de Araújo Oliveira²

Paulo César Pellanda³

Antonio Eduardo Carrilho da Cunha⁴

Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Defesa, IME, Rio de Janeiro, RJ

Resumo. Neste trabalho, um método para identificação da função de transferência de sistemas dinâmicos, baseado no ajuste da resposta em frequência calculada a partir de dados de resposta temporal, é aplicado a um motor DC. A resposta em frequência do sistema é calculada por meio da aplicação da Transformada Rápida de Fourier nos sinais temporais da entrada e da saída medidos no sistema. Os coeficientes da função de transferência são calculados analiticamente pela solução de um problema de otimização convexa que considera uma função custo de norma quadrática.

Palavras-chave. Identificação, resposta em frequência, *FFT*.

1 Introdução

Identificação de sistemas é uma área da modelagem matemática que estuda técnicas alternativas à modelagem convencional que, em muitos casos, torna-se inviável devido à complexidade do sistema. Uma característica das técnicas de identificação é que pouco ou nenhum conhecimento prévio do sistema é necessário [3]. Os modelos obtidos são avaliados com relação à capacidade de representar dinamicamente o sistema e quanto à sua complexidade.

A identificação de sistemas pode ser realizada tanto no domínio do tempo quanto no domínio da frequência [1,4,7,8]. Apesar de ambas as formas apresentarem bons resultados,

¹braz2012@gmail.com

²oliveira.marcelo@ime.eb.br

³pcpellanda@ieee.org

⁴carrilho@ime.eb.br

a referência [8] cita algumas vantagens da identificação no domínio da frequência, que são: maior facilidade no tratamento do ruído, redução do volume de dados, dispensa do conhecimento das condições iniciais e a fácil validação do modelo. Comumente, procura-se obter soluções analíticas para problemas de identificação, o que normalmente só é possível nos casos de otimização convexa. Um exemplo de método de identificação no domínio da frequência e com solução analítica é apresentada em [1,2].

2 Propósito

O problema abordado consiste na determinação da função de transferência (FT) de um equipamento fabricado pela Quanser, denominado *DC Motor Control* [9], utilizando o método apresentado em [1,2], a partir dos sinais temporais ensaiados da entrada e da saída do sistema. Considera-se que o sistema é linear ou que possua um comportamento linear em torno de seu ponto de operação.

3 Métodos

O método apresentado em [1], aqui chamado de Metodo 1, procura estimar uma família de modelos racionais e bipróprios, $G_e^n(s)$, de ordem n previamente definida, através de uma formulação convexa do problema de identificação. Em [2], foi apresentada uma alteração de [1] (aqui chamado de Método 2), de forma que a expansão de $G_e^n(s)$ possa também contemplar funções racionais estritamente próprias. Um diagrama resumido do método proposto é apresentado na Figura 1. A resposta em frequência do sistema é obtida por meio da aplicação da Transformada Rápida de Fourier (FFT) nos sinais temporais da entrada e da saída medidos. O modelo que melhor se ajusta à resposta em frequência levantada do sistema é escolhido com base em um critério de custo previamente definido. Em seguida, é feita a verificação da possibilidade de redução da ordem via realização balanceada e o modelo estimado é validado.

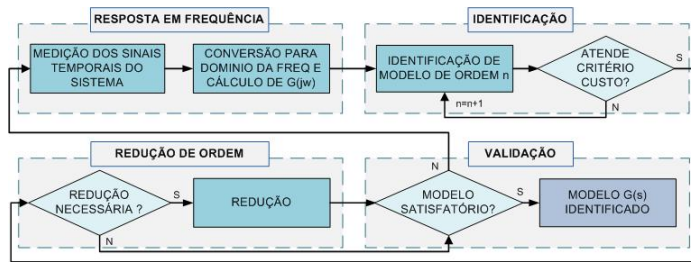


Figura 1: Diagrama da metodologia proposta (adaptado de [1]).

Admite-se que a FT estimada de ordem n , $G_e^n(s)$, possa ser escrita como:

$$G_e^n(s) = \frac{N(\underline{\alpha}, s)}{D(\underline{\beta}, s)}, \quad (1)$$

onde $N(\underline{\alpha}, s)$ e $D(\underline{\beta}, s)$ são polinômios em s . $G_e^n(s)$ deve representar *FTs* estritamente próprias e bipróprias. Assim, as funções estimadas serão representadas através de uma expansão sob a forma de conjuntos geradores apresentada abaixo:

$$G_e^n(\underline{\theta}, s) = \sum_{i=0}^n \alpha_i P_i(s) = \frac{N(\underline{\alpha}, s)}{D(\underline{\beta}, s)} = \frac{\alpha_0 s^n + \alpha_1 s^{n-1} + \dots + \alpha_{n-1} s + \alpha_n}{s^n + \beta_1 s^{n-1} + \dots + \beta_{n-1} s + \beta_n},$$

em que: $P_i(s) = \frac{s^{n-i}}{s^n + \beta_1 s^{n-1} + \dots + \beta_{n-1} s + \beta_n}$, $\underline{\alpha} = [\alpha_0 \ \alpha_1 \ \dots \ \alpha_n]^T \in \mathbb{R}^{n+1}$,
 $\underline{\beta} = [\beta_1 \ \beta_2 \ \dots \ \beta_n]^T \in \mathbb{R}^n$ e $\underline{\theta} = [\underline{\alpha}^T \ \underline{\beta}^T]^T \in \mathbb{R}^{2n+1}$.

Define-se o critério de erro $J(\underline{\theta})$, baseado em norma quadrática:

$$J(\underline{\theta}) = \|D(\underline{\beta}, j\omega)G(j\omega) - N(\underline{\alpha}, j\omega)\|_2 \quad (2)$$

sendo $N(\underline{\alpha}, j\omega)$ e $D(\underline{\beta}, j\omega)$ as respostas em frequência do numerador e do denominador de $G_e^n(s)$ e $\underline{\theta} = [\underline{\alpha}^T \ \underline{\beta}^T]^T$ o vetor de parâmetros a ser determinado.

Definindo-se a ordem n de $G_e^n(s)$, o seguinte problema de otimização é estabelecido para $\underline{\theta} \in \mathbb{R}^{2n+1}$, a partir do critério de erro definido na Equação (2):

$$\min_{\underline{\theta}} J(\underline{\theta}) = \min_{\underline{\theta}} \|D(\underline{\beta}, j\omega)G(j\omega) - N(\underline{\alpha}, j\omega)\|_2. \quad (3)$$

As referências [1,2] mostram que o problema (3) possui uma solução analítica.

4 Resultados

O objeto de estudo desse trabalho é o sistema *DC Motor Control* fabricado pela Quanser [9], o qual consiste de um motor *DC* instrumentado com um *encoder* e que é alimentado por um amplificador linear. Os sinais de entrada e saída do sistema estão disponíveis em conectores padronizados para controle através de uma placa de aquisição de dados (*DAQ*), o que confere ao sistema a possibilidade de ser controlado usando um computador externo equipado com uma placa *DAQ*. O sistema também possui um micro controlador *PIC* (*Peripheral Interface Controller*) que pode medir as saídas do *encoder*, aplicar voltagens ao amplificador linear e se comunicar com um computador através de um cabo *USB*. Para comunicação com o sistema através de um computador, o fabricante fornece um software chamado *USB QICii* que permite o controle do sistema em tempo real. A entrada do sistema corresponde à tensão em *Volts* aplicada ao motor e a saída à velocidade angular em *rad/s* do rotor medida através do *encoder*. Para se realizar a medição dos dados temporais de entrada e saída, utilizados na identificação do modelo, foram inseridos sinais senoidais na entrada do sistema e mediram-se as respostas. Foram realizadas 100 medições, variando-se a frequência da onda senoidal de 0,10Hz até 10Hz (valores mínimo e máximo permitidos pelo software). O tempo total de aquisição para cada medição foi de 10s, com um período de amostragem de 0,01s, que gerou 1000 pontos para cada medida de entrada e saída do sistema. A partir dos dados temporais de entrada e saída do sistema, calculou-se a resposta do sistema no domínio da frequência através da aplicação da *FFT*.

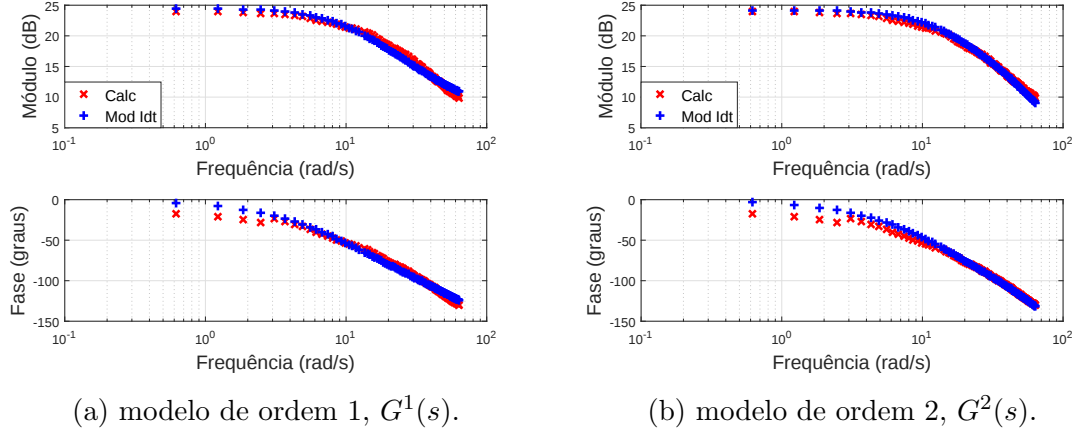


Figura 2: Comparação da resposta no domínio da frequência.

Com os dados de entrada e saída do sistema no domínio da frequência, aplicaram-se os métodos descritos em [1, 2] para a identificação do modelo. Para efeito de determinação do custo de ajuste no bloco *Identificação* da Figura 1, considerou-se o seguinte critério:

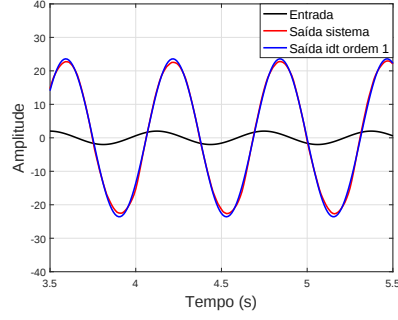
$$J = \|G(j\omega) - G_e^n(j\omega)\|_2, \quad (4)$$

em que $G(j\omega)$ representa os dados de resposta em frequência calculados e $G_e^n(j\omega)$ os dados de resposta em frequência do modelo identificado.

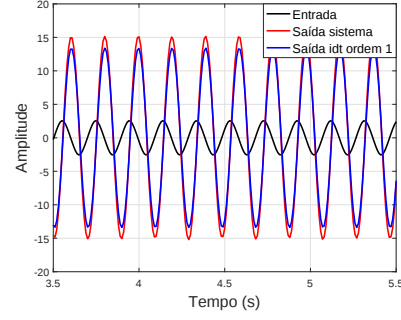
Tabela 1: Custos (4) dos modelos identificados.

Ordem	Método 1	Método 2
1	9,5228	9,5228
2	16,9645	11,7559
3	10,2140	9,8721

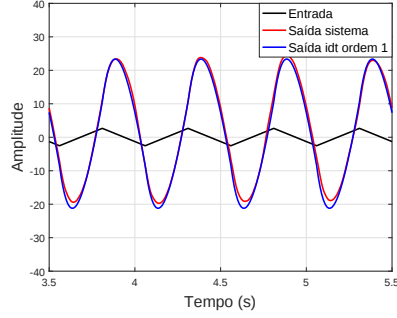
Na Tabela 1 são apresentados os custos de ajuste, calculados a partir da Equação (4), para os modelos até ordem 3 obtidos por ambos os métodos. Cabe ressaltar que para ordem 1, a *FT* obtida nos dois métodos são bipróprias, ou seja, iguais, e por isso apresentam o mesmo valor de custo. Levando-se em consideração o menor custo e a menor complexidade matemática do modelo como critérios de escolha, o modelo selecionado foi o de ordem 1. Na Figura 2, são apresentados os diagramas da resposta em frequência do sistema calculada e da resposta em frequência dos modelos identificados de ordem 1 e 2. Para a validação, comparou-se a resposta temporal do sistema e do modelo identificado para três tipos de sinais de entrada (senoidal, triangular e quadrada). Na Figura 3, mostra-se essa comparação para diferentes frequências. Percebe-se que a resposta do modelo apresenta um *undershooting* inicial nos pontos de mudança do sinal da onda quadrada. Devido a esse resultado, comparou-se também os outros modelos obtidos, encontrando, por avaliação



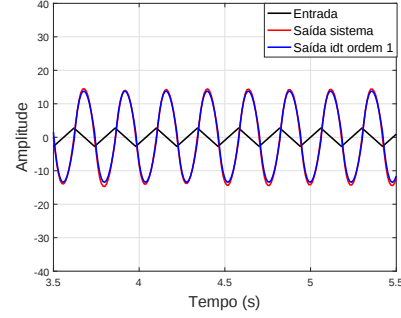
(a) Entrada senoidal de 1,60 Hz.



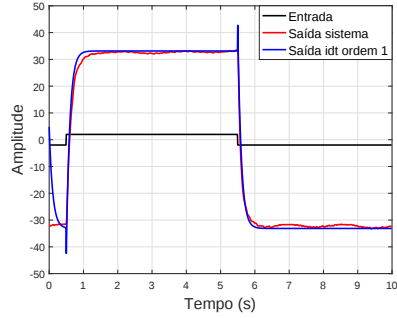
(b) Entrada senoidal de 5,00 Hz.



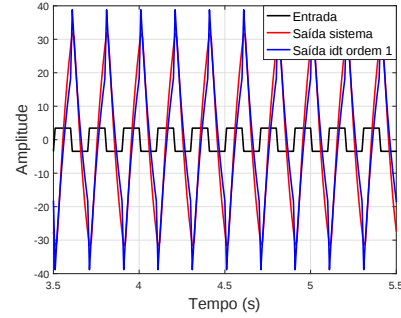
(c) Entrada triangular de 2,10 Hz.



(d) Entrada triangular de 4,20 Hz.



(e) Entrada degrau de 0,10 Hz.



(f) Entrada degrau de 5,00 Hz.

Figura 3: Resposta temporal para diferentes sinais de entradas ($G^1(s)$).

gráfica do comportamento dinâmico, como melhor ajuste para a entrada onda quadrada, o modelo de ordem 2 obtido pelo Método 2. A comparação entre a resposta desse modelo e o sistema em estudo, para entrada de onda quadrada, é mostrada na Figura 4. Na Tabela 2, são mostrados os coeficientes das funções de transferência obtidas para os dois modelos escolhidos, $G^1(s)$ e $G^2(s)$, de ordem 1 e 2, respectivamente.

5 Discussões

Nota-se pela Figura 3 que o modelo identificado de ordem 1 apresenta bons resultados para entradas senoidais e triangulares, porém este apresenta um *undershooting* inicial

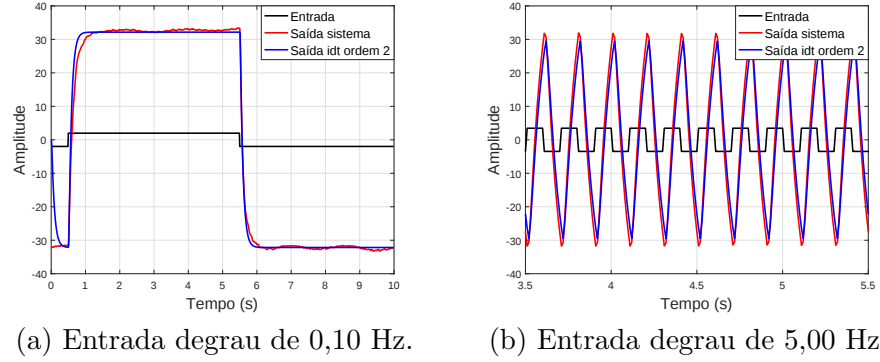


Figura 4: Resposta temporal para entrada de onda quadrada ($G^2(s)$).

quando sujeito a entrada onda quadrada, comportamento que difere da saída medida. A partir da análise da Tabela 2, constata-se que a FT do modelo de primeira ordem apresenta um número ímpar de zeros no semiplano positivo do plano s , ou seja, um zero no semiplano positivo do plano s , o que, segundo teorema apresentado em [5], é condição necessária e suficiente para a saída de um sistema estável apresentar *undershooting* inicial para uma entrada em degrau. A Tabela 2 mostra que o modelo de ordem 2 também possui um zero no semiplano positivo do plano s , satisfazendo as condições do teorema em [5] e, portanto, apresentando também um *undershooting* inicial. Porém a amplitude do *undershooting* do modelo de ordem 2 é muito menor que o do modelo de ordem 1. Isso é explicado [6] pelo fato de o zero do sistema de segunda ordem estar mais afastado do eixo imaginário que o do sistema de primeira ordem. Comparando-se as Figuras 3 e 4, nota-se que o modelo de

Tabela 2: Coeficientes de $G^1(s)$ e $G^2(s)$.

Grau em s	$G^1(s)$		$G^2(s)$	
	Num	Den	Num	Den
s^2	—	—	—	1
s^1	-2,425	1	-103,8	105,2
s^0	165,7	9,902	19510	1201

ordem dois possui um comportamento dinâmico mais próximo do sistema para a entrada onda quadrada, apesar de ser mostrado na Tabela 1 que o modelo de ordem 1 apresenta melhor ajuste para as medições adquiridas a partir de entradas senoidais. Isso se explica pelo fato de que a onda quadrada excitou o sistema em frequências mais altas onde o modelo de segunda ordem se ajusta melhor, como mostra a Figura 2b. De fato, o erro médio quadrático entre a resposta do sistema e do modelo nas Figuras 4a e 4b são 2,91 e 4,93, respectivamente, enquanto que nas Figuras 3e e 3f são 3,02 e 6,24, respectivamente.

6 Conclusões

Neste trabalho, os métodos de identificação propostos em [1] e [2] foram testados em um sistema real do tipo motor DC. O modelo identificado de ordem 1 apresentou bons resultados para entradas senoidais e triangulares. Já para onda quadrada este teve um bom ajuste, exceto na região onde há a mudança de sinal da onda em que o modelo apresentou um *undershooting* acentuado. O modelo de ordem 2, para o caso de entrada onda quadrada, mostrou melhor ajuste para o sistema. Essa nuance poderia ser resolvida se, durante o processo de identificação, o sistema fosse excitado com um espectro de frequências maior, abrangendo pontos de frequências mais elevadas, o que não foi possível devido às limitações de software. Os coeficientes da função de transferência são calculados analiticamente pela solução de um problema de otimização convexa que considera uma função custo de norma quadrática, o que gerou, para o espectro utilizado para a identificação do sistema, um sistema de ordem 1 como melhor resposta. Os métodos propostos em [1] e [2] geraram bons resultados para o caso em estudo, o qual se constitui de um sistema *SISO*. Apesar da simplicidade do sistema, os métodos propostos podem ser aplicados na identificação de sistemas mais complexos.

Referências

- [1] R. Ades e B. P. Silveira, Identificação de sistemas por ajuste da resposta em frequência utilizando conjuntos geradores otimizados, VIII SBAI, (2006).
- [2] R. Ades, B. P. Silveira e M. A. Oliveira, Identificação de sistemas por ajuste da resposta em frequência a partir de modelos estritamente próprios, VIII SBAI, (2006).
- [3] L. A. Aguirre, Introdução à Identificação de Sistemas, Editora UFMG, (2007).
- [4] J. Cooper, V. S. R. Pappu, Y. Liu, and J. F. Horn, Vehicle Modeling for Flight Test Measurements of Ship Airwake Disturbances, (2016).
- [5] T. Damm, L. N. Muhirwa, Zero Crossings, Overshoot and Initial Undershoot in the Step and Impulse Responses of Linear Systems, IEEE Transactions on Automatic Control, Vol. 59, No. 7, (2014).
- [6] K. Lau, R. H. Middleton, J. H. Braslavsky, Undershoot and Settling Time Tradeoffs for Nonminimum Phase Systems, IEEE Transactions on Automatic Control, Vol. 48, No. 8, (2003).
- [7] E. R. Morelli, Transfer Function Identification using Orthonormal Fourier Transform Modeling Functions, (2013).
- [8] R. Pintelon, P. Guillaume, Y. Rolain, J. Schoukens and H. Van Hamme, Parametric identification of transfer functions in frequency domain - a survey, IEEE Trans on Automatic Control, vol. 39, 2245-2260, (1994).
- [9] QUANSER, DC Motor Control Reference Manual, Technical Report, (2009).