

**DINCON 2017**CONFERÊNCIA BRASILEIRA DE DINÂMICA, CONTROLE E APLICAÇÕES
30 de outubro a 01 de novembro de 2017 – São José do Rio Preto/SP

Análise da Influência dos Parâmetros de Otimização de uma Microestrutura na Otimização Topológica de uma Viga MBB

Ederval de Souza Lisboa¹Lucas Micheletto Candido²João Baptista Dias Moreira³Walter Jesus Paucar Casas⁴

Departamento de Engenharia Mecânica, UFRGS, Porto Alegre, RS

Resumo. Nesse trabalho é apresentada a avaliação da influência das características da microestrutura periódica isotrópica na otimização topológica de uma viga MBB, observando se há um ganho ou perda de rigidez na estrutura. Desenvolveu-se um algoritmo, com o qual é possível levar as informações da microestrutura otimizada para a otimização topológica da macroestrutura. Escolheu-se o módulo volumétrico como parâmetro a ser otimizado na microestrutura, já na macroestrutura, a função objetivo buscou a minimização da flexibilidade através da aplicação do método SIMP. Como parâmetros avaliados na microestrutura, escolheram-se a fração volumétrica e o raio de filtragem, variando seus valores e observando o comportamento das soluções. Os resultados comprovaram que a fração volumétrica da microestrutura possui grande influência na maximização da rigidez, já o raio de filtragem apresentou pouca influência, assim como sobre o leiaute da estrutura.

Palavras-chave. Elementos Finitos, Homogeneização, Sistema Multiescala

1 Introdução

Num dos primeiros estudos, a demonstrar a eficiência da utilização de métodos numéricos dentro da otimização topológica, propôs-se um modelo denominado de material sólido isotrópico com penalização (*Solid Isotropic Material with Penalization*) [1], sendo o conceito de uma densidade linearmente variável, a principal mudança em relação aos estudos anteriores. Posteriormente, apresentou-se o método SIMP implementado em 99 linhas, baseado em um método iterativo para a obtenção de soluções de minimização da flexibilidade de uma

¹ ederval.lisboa@yahoo.com.br

² lucasmcmecanica@gmail.com

³ baptista.moreira@ufrgs.br

⁴ walter.paucar.casas@ufrgs.br

determinada estrutura com restrição de volume pré-definida [7]. Os principais aspectos da otimização topológica através do método SIMP estão estabelecidos em [4].

Uma melhoria do código SIMP, com a introdução de um filtro de densidade, para atingir uma melhor eficiência foi apresentado em [2]. Em [1] é desenvolvido uma metodologia, para determinar as propriedades macroscópicas de um material, usando o método de homogeneização. Em [8] é desenvolvido um método, para otimizar a topologia da microestrutura, usando o método de homogeneização para definir as propriedades físicas dos materiais.

Este trabalho visa avaliar a influência da otimização topológica da microestrutura na maximização da rigidez da macroestrutura, aplicado ao problema da viga MBB (Messerschmitt-Bölkow-Blohm), sendo esta uma viga biapoiada com carregamento no centro. A função objetivo busca obter a distribuição ótima de material para garantir a minimização da flexibilidade da viga com uma restrição de volume pré-definida. Na seção 2 é descrita a metodologia utilizada, a implementação do algoritmo e os resultados dos testes computacionais são apresentados na seção 3, e na seção 4 as conclusões do trabalho.

2 Metodologia

O Módulo de Young do material é uma propriedade que relaciona a tensão com a deformação. Dentro do método SIMP modificado, o qual difere do SIMP clássico [3] pela ocorrência do E_{min} , o Módulo de Young é definido a partir da Equação (1):

$$E_e(x_e) = E_{min} + x_e^p (E_0 - E_{min}), \quad x_e \in [0,1] \quad (1)$$

onde E_{min} representa o módulo de Young nos espaços vazios (10^{-9}) para se evitar a singularidade da matriz de rigidez, E_0 representa o módulo de Young inicial do material, p a penalização pré-definida, x_e a densidade elementar, e E_e o Módulo de Young do elemento.

O problema de otimização topológica, para minimização da flexibilidade de uma estrutura, pode ser descrito matematicamente conforme as Equações (2) a (4), [7].

$$\text{Minimizar: } c(\mathbf{x}) = \mathbf{U}^T \mathbf{K} \mathbf{U} = \sum_{e=1}^N E_e(x_e) \mathbf{u}_e^T \mathbf{k}_0 \mathbf{u}_e \quad (2)$$

$$\text{Sujeito à: } \frac{V(\mathbf{x})}{V_0} = f, \quad \mathbf{0} \leq \mathbf{x} \leq \mathbf{1} \quad (3)$$

$$\mathbf{K} \mathbf{U} = \mathbf{F} \quad (4)$$

Nas equações anteriores c é a flexibilidade, $\mathbf{K}$ a matriz de rigidez global, $\mathbf{U}$ o vetor de deslocamento global, $\mathbf{F}$ o vetor global de força, $\mathbf{u}_e$ o vetor deslocamento elementar, $\mathbf{k}_0$ a matriz de rigidez elementar com módulo de Young unitário, $\mathbf{x}$ o vetor de densidades dos elementos, N o número de elementos usados na discretização do domínio, $V(\mathbf{x})$ o volume na última iteração, V_0 o volume inicial do domínio e f a fração de volume pré-determinada.

2.1 Atualização das densidades elementares

A atualização das densidades elementares para se resolver o problema de otimização proposto

nas Equações (2) a (4) é realizada através do método de critério ótimo, o qual é baseado numa atualização heurística da variável densidade x_e [1], conforme a Equação (5).

$$\begin{cases} \max(0, x_e - m) & , \text{ caso } x_e B_e^\eta \leq \max(0, x_e - m) \\ \min(1, x_e + m) & , \text{ caso } x_e B_e^\eta \geq \min(1, x_e + m) \\ x_e B_e^\eta & , \text{ caso diferente} \end{cases} \quad (5)$$

Adota-se η , que representa o coeficiente de amortecimento numérico, igual a $\frac{1}{2}$, e m o limite de movimento positivo. Já B_e é obtido da Equação (6), onde se avalia a variação da flexibilidade com relação ao volume, tendo λ como o multiplicador de Lagrange, definido pelo método da bisseção, e escolhido de forma que a restrição de volume seja satisfeita.

$$B_e = -\frac{\partial c}{\partial x_e} \left(\lambda \frac{\partial V}{\partial x_e} \right)^{-1} \quad (6)$$

As sensibilidades da função objetivo flexibilidade e do volume do material, ambas com relação à densidade elementar, são definidas pelas Equações (7) e (8):

$$\frac{\partial c}{\partial x_e} = -p x_e^{p-1} (E_0 - E_{\min}) \mathbf{u}_e^T \mathbf{k}_0 \mathbf{u}_e \quad (7)$$

$$\frac{\partial V}{\partial x_e} = 1 \quad (8)$$

2.2 Filtro de densidade

Para garantir a convergência das soluções, se usa o filtro de densidade, conforme Equação (9).

$$x_e^* = \frac{1}{\sum_i^{N_e} H_{e_i}} \sum_i^{N_e} H_{e_i} x_i \quad (9)$$

onde x_i é a densidade associada a cada elemento i do conjunto N_e de elementos, cuja distância entre centros $\Delta(e,i)$ dos elementos i ao elemento e é menor que o raio do filtro $r_{\min}$, e H_{ei} é a função peso conforme Equação (10), [2].

$$H_{e_i} = \max(0, r_{\min} - \Delta(e,i)) \quad (10)$$

2.3 Matriz constitutiva

A fim de se transferir as informações da microestrutura para a macroestrutura, foi utilizado o método da homogeneização [5-6], considerando uma microestrutura periódica.

Num material isotrópico, com suas propriedades mecânicas independentes da direção, a matriz constitutiva é apresentada pela Equação (11), com as definições da Equação (12).

$$[\mathbf{D}] = \begin{bmatrix} E' & E'\nu & 0 \\ & E' & 0 \\ Sim & & G \end{bmatrix} \quad (11)$$

$$E' = \frac{E}{1-\nu^2} \quad G = \frac{E}{2(1+\nu)} \quad (12)$$

E representa o módulo de Young do material e ν o coeficiente de Poisson. Já a matriz constitutiva proveniente da microestrutura, é obtida a partir das Equações (13) e (14), [8].

$$Q_{ij} = \frac{1}{|Y|} \sum_{e=1}^N q_e^{(ij)} \quad (13)$$

$$q_e^{(ij)} = (\mathbf{u}_e^{A(i)})^T \mathbf{k}_e \mathbf{u}_e^{A(j)} \quad (14)$$

Y representa o volume do domínio da célula base, e Q_{ij} a soma das energias mútuas elementares. No cálculo da nova matriz de rigidez elementar da macroestrutura, é utilizada a matriz constitutiva proveniente da Equação (13), transferindo-se as informações da microestrutura topologicamente otimizada para a obtenção da flexibilidade da macroestrutura.

2.4 Módulo volumétrico

O projeto de um material elástico possibilita a obtenção de materiais cujas constantes elásticas tenham valores extremos, como Poisson negativo [5], ou módulo de cisalhamento extremamente alto. Neste trabalho o módulo volumétrico, é utilizado como constante elástica a ser otimizada na microestrutura, o qual representa a taxa de incompressibilidade de um material. Informações adicionais sobre a função objetivo da microestrutura podem ser encontradas em [8].

3 Resultados e Discussões

Na Figura 1, é apresentado o fluxograma do processo de otimização conforme implementado. Ensaio numéricos foram realizados e comparados com os resultados obtidos pelo algoritmo que aborda a otimização topológica somente da macroestrutura [7], mantendo-se os mesmos dados de entrada na otimização topológica da macroestrutura. Todos os testes foram realizados para uma viga MBB, com a matriz constitutiva homogeneizada desenvolvida conforme [8].

3.1 Microestrutura com diferentes frações volumétricas

Neste exemplo, os dados de entrada utilizados na macroestrutura foram: número de elementos em $x = 100$, número de elementos em $y = 50$, fator de penalização = 3, raio de filtragem = 4, volume prescrito = 0,5 e filtro de densidade = 2.

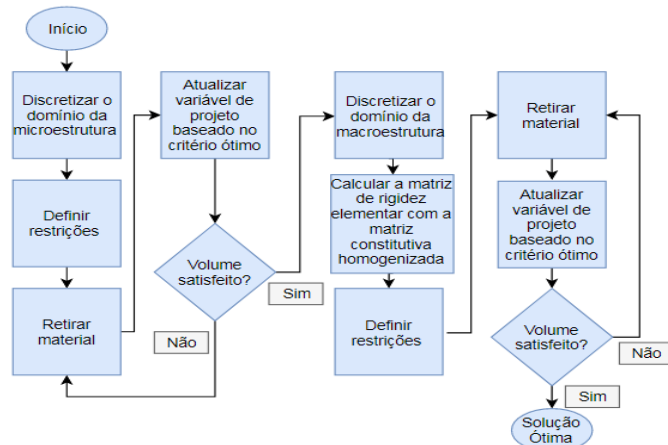


Figura 1: Fluxograma do algoritmo implementado.

Já os dados de entrada utilizados para a otimização da microestrutura foram: número de elementos em $x = 100$, número de elementos em $y = 100$, fator de penalização = 3, raio de filtragem = 4, fração volumétrica = 0,6 e filtro de densidade = 2.

As Figura 2(a) e (b) mostram os leiautes obtidos com a microestrutura não otimizada e otimizada, respectivamente.

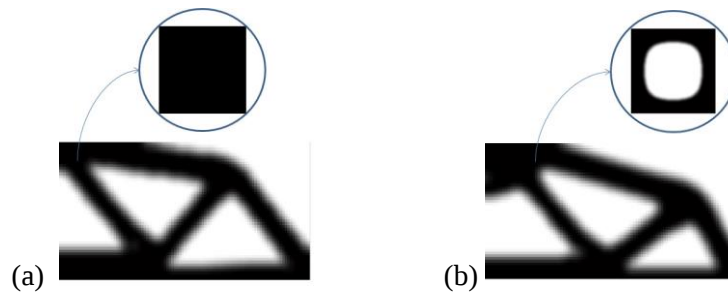


Figura 2: Viga MBB - microestrutura: (a) não otimizada; (b) otimizada, fração volumétrica 0,6.

Foram realizados ensaios numéricos com diferentes valores da fração volumétrica da microestrutura otimizada. Na Figura 3 são apresentados os resultados alcançados.

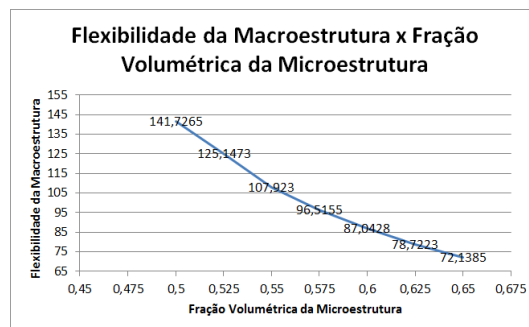


Figura 3: Variação da flexibilidade em função da fração volumétrica da microestrutura.

Em materiais com frações volumétricas da microestrutura menores que 0,6, a estrutura se torna mais flexível, apresentando uma menor rigidez, pois há uma retirada excessiva nessas condições. O maior valor de fração volumétrica da microestrutura alcançado foi 0,65, acima disso a microestrutura tende a não convergir os resultados. Com uma fração volumétrica microestrutural de 0,59, foi obtido 91,2 de flexibilidade, valor muito próximo ao encontrado através da otimização somente da macroestrutura, este passará a ser o valor atribuído ao parâmetro fração volumétrica para os próximos exemplos.

3.2 Microestrutura com diferentes raios de filtragem

Os dados de entrada para a otimização da macroestrutura foram os mesmos aplicados na seção 3.1. Já os dados de entrada para a otimização da microestrutura foram: número de elementos em $x = 100$, número de elementos em $y = 100$, fator de penalização = 3 e fração volumétrica = 0,59. Para o raio de filtragem, foram atribuídos valores entre 2 e 5. Os resultados obtidos são mostrados na Figura 4.

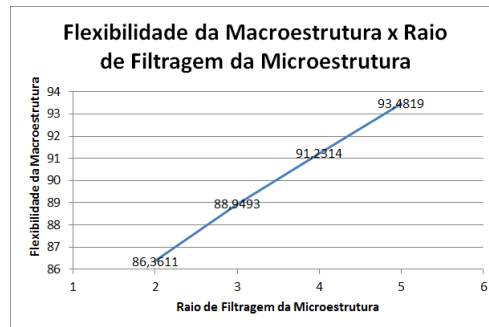


Figura 4: Variação da flexibilidade em função do raio de filtragem da microestrutura.

Nota-se que, diferente da fração volumétrica, o raio de filtragem da microestrutura tem pouca influência sobre o valor da flexibilidade da macroestrutura de uma viga MBB.

As Figura 5(a), (b), (c) e (d) apresentam os leiautes da macroestrutura da viga. Para valores do raio de filtragem iguais a 2, 3, 4 e 5, as flexibilidades resultantes foram de 86,3, 88,9, 91,2 e 93,4, respectivamente.

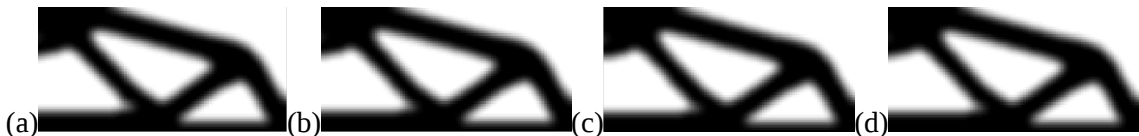


Figura 5: Viga MBB com microestrutura otimizada, raio de filtragem: (a) 2; (b) 3; (c) 4; (d) 5.

4 Conclusões

Os resultados obtidos comprovam a eficiência da implementação realizada na avaliação da influência da otimização topológica da microestrutura na maximização da rigidez da macroestrutura através do método SIMP, gerando resultados do comportamento das soluções para diferentes parâmetros de fração volumétrica e raio de filtragem da microestrutura.

A fração volumétrica da microestrutura tem uma grande influência sobre a flexibilidade da macroestrutura da viga MBB; para frações volumétricas da microestrutura com valores entre 0,6 e 0,65, é possível se obter uma estrutura com menos material e maior rigidez, isso porque o material com a microestrutura otimizada apresenta uma distribuição de material que o torna mais resistente quanto a sua deformação perante um esforço aplicado.

Já o raio de filtragem da microestrutura apresenta pouca influência sobre o valor da flexibilidade da macroestrutura, sendo pouco relevante na maximização da rigidez da viga MBB.

Agradecimentos

Os autores deste trabalho tiveram o suporte financeiro do CNPq, Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico, do Ministério da Ciência Tecnologia e Inovação do Brasil, através dos Processos de Números 148895/2016-6 e 140081/2015-1.

Referências

- [1] E. Andreassen and S. Casper, How to determine composite material properties using numerical homogenization, *Comp. Mater. Sci.*, vol. 83, 488–495, (2014), DOI: 10.1016/j.commatsci.2013.09.006.
- [2] E. Andreassen, A. Clausen, M. Schevenels, B. S. Lazarov and O. Sigmund, Efficient topology optimization in matlab using 88 lines of code, *Struct. Multidiscip. O.*, vol. 46, 1–16, (2011), DOI: 10.1007/s00158-010-0594-7.
- [3] M. P. Bendsøe, Optimal shape design as a material distribution problem, *Struct. Optimization*, vol. 1, 193–202, (1989), DOI: 10.1007/BF01650949.
- [4] M. P. Bendsøe and O. Sigmund, *Topology Optimization: Theory, Methods, and Applications*, Springer-Verlag, (2004).
- [5] B. Hassani, B. and E. Hinton, A review of homogenization and topology optimization I - homogenization theory for media with periodic structure, *Comput. Struct.*, vol. 69, 707–717, (1998). DOI: 10.1016/S0045-7949(98)00131-X.
- [6] B. Hassani and E. Hinton, A review of homogenization and topology optimization II - analytical and numerical solution of homogenization, *Comput. Struct.*, vol. 69, 719–738, (1998), DOI: 10.1016/S0045-7949(98)00133-3.
- [7] O. Sigmund, A 99 line topology optimization code written in matlab. *Struct. Multidiscip. O.*, vol. 21, 120 –127, (2001), DOI: 10.1007/s001580050176.
- [8] L. Xia and P. Breitkopf, Design of materials using topology optimization and energy-based homogenization approach in Matlab, *Struct. Multidiscip. O.*, vol. 52, 1229–1241, (2015), DOI: 10.1007/s00158-015-1294-0.