



DINCON 2017

CONFERÊNCIA BRASILEIRA DE DINÂMICA, CONTROLE E APLICAÇÕES
30 de outubro a 01 de novembro de 2017 – São José do Rio Preto/SP

Identificação de Sistemas Multivariáveis no Domínio da Frequência: Aplicação de um Método Iterativo Baseado em Dados Temporais

Marcelo de Araújo Oliveira¹

Paulo César Pellanda²

Antonio Eduardo Carrilho da Cunha³

Roberto Ades⁴

Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Defesa, IME, Rio de Janeiro, RJ

Resumo. Este trabalho mostra os resultados da aplicação de um método iterativo para obtenção da matriz resposta em frequência de uma planta linear multivariável, a partir de dados medidos no domínio do tempo. O método inclui um procedimento iterativo até a convergência da resposta em frequência. A matriz função de transferência do sistema é então obtida pela solução de um problema de otimização convexa com base em um critério de norma quadrática. Um exemplo acadêmico e um exemplo realístico são apresentados para atestar a eficácia do método.

Palavras-chave. Identificação, resposta em frequência, *FFT*, *MIMO*.

1 Introdução

Em algumas situações reais de identificação de sistemas, a interferência no funcionamento da planta, para fins de obtenção de dados, pode ser de difícil implementação ou mesmo inviável, notadamente pela impossibilidade de excitação com sinais específicos. O caso da identificação de modelos da dinâmica eletromecânica em usinas hidrelétricas de grande porte é um exemplo típico em que há dificuldades de obtenção de dados de campo com o sistema operando em malha fechada [4]. Neste artigo, apresenta-se um método que permite calcular a Matriz de Resposta em Frequência (MRF) de sistemas MIMO (*Multiple-Input Multiple-Output*) a partir da medição simultânea das entradas e saídas da planta,

¹oliveira.marcelo@ime.eb.br

²pcpellanda@ieee.org

³carrilho@ime.eb.br

⁴rades@ime.eb.br

sem que haja necessidade de interferência em sua operação, para posterior aplicação em técnica de identificação no domínio da frequência. Em diversas abordagens do problema de identificação, observa-se também a preocupação em obter soluções analíticas, o que normalmente só é possível em alguns problemas convexos em relação às variáveis de decisão. Um exemplo de método de identificação no domínio da frequência e com solução analítica é apresentado em [1, 2]. Esse método procura estimar uma família de modelos racionais e próprios, $G_e^n(s)$, com ordem n previamente escolhida, a partir de uma formulação convexa do problema de identificação. O modelo, pertencente a essa família, que melhor se ajusta ao diagrama de resposta em frequência levantado é escolhido com base em um critério de erro.

2 Propósito

O problema abordado consiste em determinar a resposta em frequência dos vários canais de um sistema MIMO em um conjunto de valores de frequência numa faixa de interesse. De posse desses dados, é possível aplicar um determinado método de identificação no domínio da frequência, a fim de obter um modelo expresso sob a forma de Matriz Função de Transferência (MFT). Admite-se que o sistema a ser identificado é linear ou possui um comportamento que permite a linearização em torno de seu ponto de operação.

3 Métodos

Um procedimento para obtenção da resposta em frequência de um sistema SISO (*Single-Input Single-Output*), linear e assintoticamente estável, é a aplicação da FFT (*Fast Fourier Transformer*) nos sinais de entrada $u(kT)$ e de saída $y(kT)$ da planta, medidos durante sua operação [3, 5], em que T é o período e $k \in \mathbb{N}^+$ é o passo de amostragem:

$$U(j\omega) = FFT[u(kT)]; \quad Y(j\omega) = FFT[y(kT)]; \quad G(j\omega_i) = \frac{Y(j\omega_i)}{U(j\omega_i)}; \quad e \quad i = 1, 2, \dots, m. \quad (1)$$

Em sistemas MISO (*Multiple-Input Single-Output*), a saída está relacionada com mais de uma entrada. Para um sistema com p entradas, a saída pode ser escrita como:

$$Y(j\omega_i) = G_{11}(j\omega_i)U_1(j\omega_i) + G_{12}(j\omega_i)U_2(j\omega_i) + \dots + G_{1p}(j\omega_i)U_p(j\omega_i); \quad i \in \{1, 2, \dots, m\} \quad (2)$$

Consequentemente, a determinação dos valores de $G_{11}(j\omega_i)$, $G_{12}(j\omega_i)$, $\dots$, $G_{1p}(j\omega_i)$, por meio da aplicação de (1), está condicionada à possibilidade de se trabalhar com apenas uma entrada por vez, ou seja, de se anular $p - 1$ entradas em cada ensaio, para cada valor de frequência ω_i escolhido. Essa abordagem tradicional fundamenta-se no princípio da superposição e, para ser aplicada, é necessário que as entradas possam ser manipuladas. No caso de existir apenas a possibilidade de observação e medição dos sinais de entrada e de saída da planta sob estudo, sem interferência na sua operação, propõe-se dividir o conjunto de amostras de entrada e de saída em subconjuntos com a mesma quantidade de pontos, a fim de obter a resposta em frequência por meio da resolução de um sistema de equações lineares (SEL). O procedimento baseia-se em monitorar as entradas e a saída do sistema em tempo real, de modo que o modelo identificado se aproxime da solução

iterativamente. Por exemplo, para um sistema MISO com duas entradas, fracionam-se os sinais de entrada e saída em duas janelas no tempo, a e b (Figura 1), e em seguida aplica-se a FFT nestes sinais, o que leva a um SEL para cada valor de frequência ω_i :

$$\begin{cases} G_{11}(j\omega_i)U_1^a(j\omega_i) + G_{12}(j\omega_i)U_2^a(j\omega_i) = Y^a(j\omega_i) \\ G_{11}(j\omega_i)U_1^b(j\omega_i) + G_{12}(j\omega_i)U_2^b(j\omega_i) = Y^b(j\omega_i) \end{cases} \quad (i \in \{1, 2, \dots, m\}) \quad (3)$$

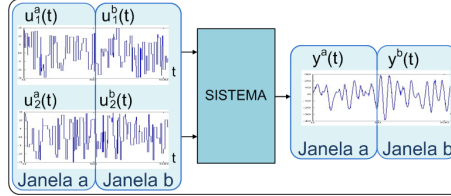


Figura 1: Fracionamento dos sinais temporais das entradas e da saída.

A Figura 2 ilustra o processo resumido do método para obtenção dos dados de resposta em frequência de sistemas MISO proposta em [7]. A primeira fase do processo de obtenção da MRF consiste basicamente em obter uma matriz tridimensional com os dados relativos aos espectros de frequências das entradas e da saída do sistema, a partir da observação dos sinais temporais. A segunda fase, em montar um sistema de equações lineares e resolvê-lo numa certa quantidade de iterações. Por fim, determinar a MRF por meio da média dos resultados. Inicialmente, medem-se os sinais temporais, por meio de conver-

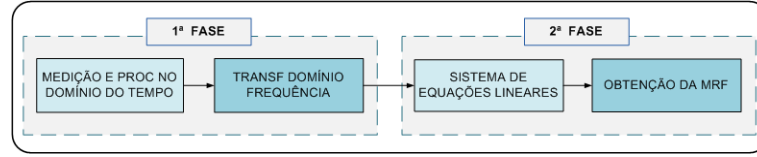


Figura 2: Processo resumido de obtenção da MRF.

sores A/D, com um período de amostragem T adequado às características dinâmicas da planta. Em seguida, os dados medidos são fracionados em janelas de tempo, numa quantidade no mínimo igual ao número de entradas e com dimensões que preservem a qualidade das informações no domínio da frequência. Na implementação computacional desta fase, armazenam-se os vetores de tempo, dos sinais de entrada e de saída nas colunas de uma matriz. Em seguida, estes dados são fracionados e dispostos em uma matriz tridimensional, tomando o formato de um conjunto de fichas. Uma nova matriz tridimensional é então obtida a partir da aplicação da FFT nas colunas das fichas. Em cada ficha, a coluna do vetor de tempo é substituída por valores de frequência com espaçamento linear, resultado da aplicação da FFT. Visando a redução do esforço computacional e também a fim de evitar cálculos que considerem dados irrelevantes, é realizada a seleção de valores de frequência para processamento considerando critérios de pontos de máximo, de limite mínimo de corte e de limite proporcional à média do sinal [7]. O algoritmo segue então para a determinação da resposta em frequência através da resolução de vários Sistemas de Equações Lineares (SEL). Em cada iteração, obtém-se um SEL selecionando a quantidade de fichas necessárias. Como os coeficientes em (3) são números complexos, visando

reduzir erros numéricos na resolução do SEL, é feita a transformação deste sistema com coeficientes complexos em outro com coeficientes reais [6]. O procedimento supracitado é repetido até que o número de iterações atinja um valor máximo previamente estabelecido. No caso de um sistema MIMO, com p entradas e q saídas, o problema pode ser resolvido, decompondo-o em q problemas MISO, referentes à cada uma das q saídas.

4 Resultados

Nesta seção serão utilizados dois exemplos, com o objetivo de explorar a aplicação do método proposto, procurando explicitar suas limitações e vantagens.

4.1 Exemplo Acadêmico

Este primeiro exemplo serve para avaliar a segunda fase da técnica proposta. Trata-se de um sistema MISO, com três entradas e uma saída. Os espectros dos sinais das entradas e de saída (final da primeira fase), foram gerados na faixa de 10^{-1} a 10^1 rad/s , inicialmente sem ruído, a partir da MFT estipulada. A Figura 3(a) ilustra o resultado obtido, com apenas uma iteração, para o canal $G_{11}(s)$. Os valores calculados com o método proposto estão semelhantes aos originais. Contudo, ocorreram descontinuidades nos resultados, decorrentes do fato do algoritmo desprezar valores de frequência, cujos SEL apresentem mal condicionamento. Com três iterações, a descontinuidade foi eliminada (Figura 3(b)). Com a introdução de ruído (gerado aleatoriamente, com distribuição uniforme, média nula e amplitude máxima igual a 1% do valor do sinal) nos dados relativos aos espectros de frequência das entradas e da saída, ao solucionar o problema com apenas uma iteração, percebe-se que ocorreu uma degradação do resultado (Figura 4(a)). Contudo, com 500 iterações, o resultado melhorou significativamente (Figura 4(b)), mas em algumas faixas de frequências ainda existem dispersões nos valores calculados, devido às diferenças relativas dos valores entre os canais. Este problema também é atenuado à medida que aumenta-se o número de iterações.

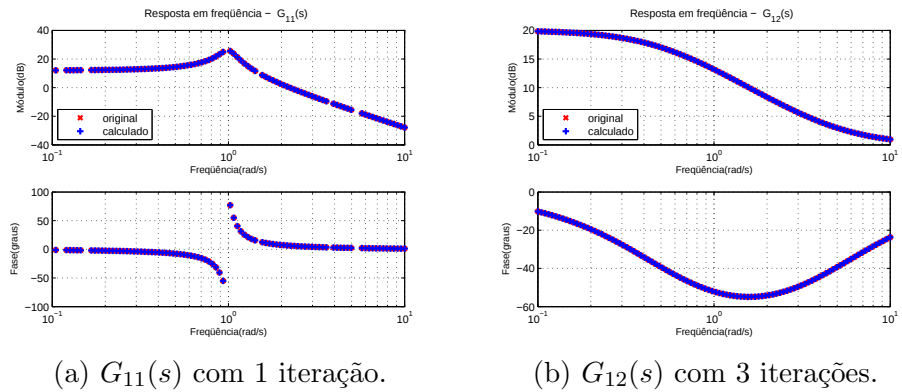


Figura 3: Diagrama de resposta em frequência dos dados originais e calculados sem ruído.

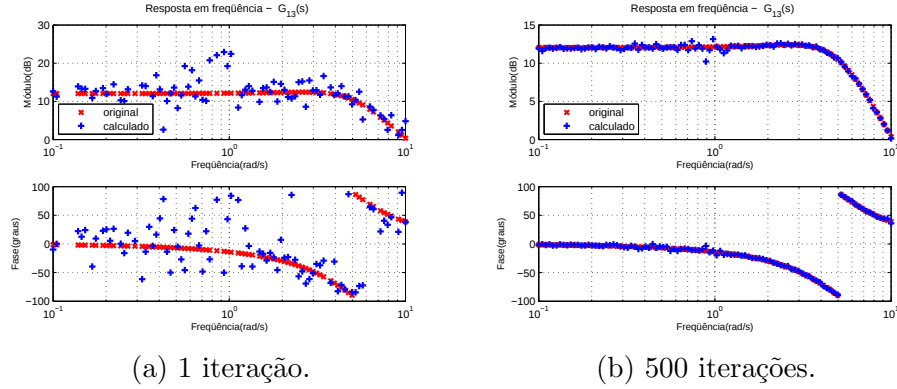


Figura 4: Diagrama de resposta em frequência de $G_{13}(s)$ com ruído.

4.2 Exemplo Real - 2DOF Helicopter

Este exemplo visa apresentar a aplicação do método proposto em uma planta real, para isto foi utilizado um equipamento fabricado pela Quanser, denominado 2DOF Helicopter [8]. Representa um helicóptero montado em base fixa, com dois graus de liberdade: rotação em torno dos eixos de arfagem e guinada. Em malha fechada, as entradas do sistema são os ângulos de referência em arfagem e guinada e as saídas, esses mesmos ângulos medidos no sistema real. Foram identificados os dois canais relativos às duas entradas e à saída correspondente ao ângulo de arfagem medido. A identificação foi feita em torno de um ponto de operação, correspondente a zero grau nas duas entradas. Como neste sistema é possível manipular as entradas, inicialmente foi utilizada a abordagem tradicional, para fins de comparação, introduzindo apenas uma senoide em cada entrada por vez. Além disto, foi possível definir a faixa de frequência de operação (22 valores diferentes de frequência, entre 0,125 a 18 rad/s) e os valores das amplitudes das entradas. Estes devem ser pequenos para que as não-linearidades do sistema não sejam excitadas e suficientemente grandes para que a amplitude da resposta tenha uma relação sinal/ruído adequada. Em seguida, para aplicar o método, foram introduzidos sinais senoidais simultaneamente nas duas entradas, nos mesmos valores de frequência citados e com amplitudes distintas, mas próximas às definidas. O resultado obtido por este método foi semelhante ao obtido pelo tradicional. Na abordagem proposta, para cada valor de frequência, foram introduzidos seis diferentes valores de amplitude nas duas entradas senoidais. Os dados gravados foram processados duas vezes, sendo realizadas 730 iterações com três fichas e 1020 iterações com duas fichas, totalizando 1750 iterações. O tamanho das janelas temporais variou com a frequência. Com a resposta em frequência dos dois canais calculada, foi utilizado o método de identificação no domínio da frequência apresentado em [1, 2]. A Figura 5 apresenta os dados de resposta em frequência calculados e os do modelo identificado. Considerando um critério de custo e a complexidade envolvida, foram adotados o modelo de ordem três para o primeiro canal, $G_{11}(s)$, e o de ordem dois para o segundo canal, $G_{12}(s)$. Para fins de validação do modelo obtido na identificação, o sistema real, o modelo não-linear com o controlador em malha fechada [8] e o modelo identificado, foram submetidos a diferen-

tes entradas, distintas das utilizadas no processo de identificação, e suas respostas foram comparadas graficamente. A Figura 6 apresenta detalhes das respostas temporais do sistema real, do modelo não-linear em malha fechada e do modelo identificado, submetidos a diferentes entradas. A Figura 6(a) ilustra as respostas relativas às entradas, com amplitudes distintas, na forma de onda quadrada. A Figura 6(b) ilustra as respostas relativas às entradas, com amplitudes distintas, na forma de função *chirp*. O comportamento da resposta temporal do modelo identificado é semelhante à resposta do sistema real.

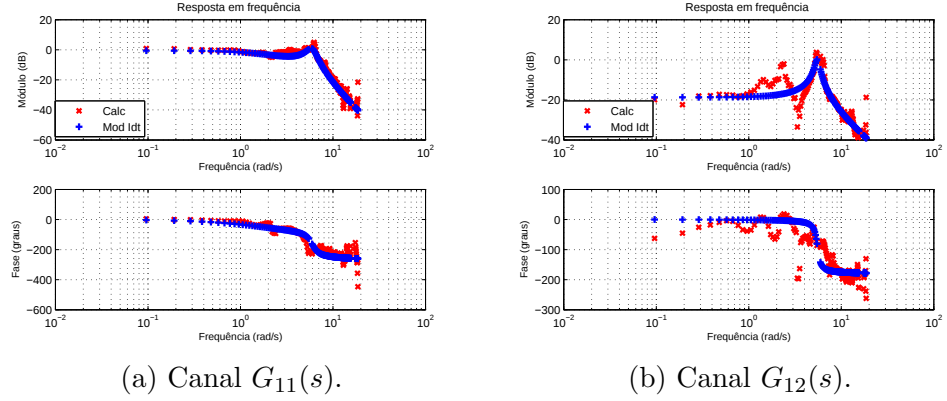


Figura 5: Resposta em Frequência Calculada e do Modelo Identificado.

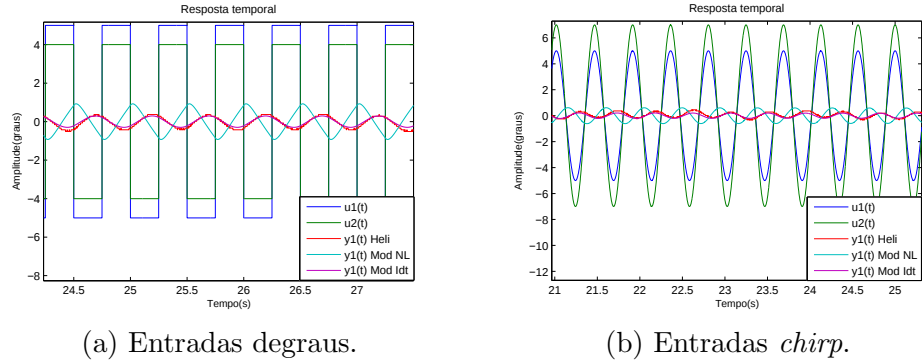


Figura 6: Detalhes de resposta temporal.

5 Discussões

Por meio dos resultados obtidos no primeiro exemplo, nota-se que o procedimento proposto em [7] funciona muito bem com poucas iterações, para os casos em que os dados não possuem ruídos. Quando há presença de ruídos, o resultado fica comprometido quando são executadas poucas iterações. Isto é decorrente do fato do algoritmo ser executado de forma determinística, sem levar em conta características estocásticas dos dados empregados. Entretanto, percebe-se que é possível melhorar os resultados com o aumento

do número de iterações, pois o erro existente em cada iteração tende a se anular à medida que é calculada a média dos resultados. Nota-se ainda, que apesar do aumento do número de iterações realizadas, em algumas faixas de frequências ainda existem dispersões nos valores calculados. Este fato está relacionado às grandes diferenças de amplitudes existentes, nestas faixas, entre os valores de resposta em frequência dos três canais. O ruído de um canal com altos valores de ganho de resposta em frequência faz com que os resultados encontrados, para os outros canais relacionados à saída considerada, tornem-se significativamente elevados em relação às respostas destes canais. No segundo exemplo, é possível constatar que o método pode ser empregado em sistemas reais, onde estão presentes não-linearidades e ruídos decorrentes do processo de aquisição de dados. Apesar da relativa baixa ordem escolhida para o modelo identificado, o comportamento da saída temporal do modelo identificado sujeito a diferentes entradas se comportou de maneira semelhante à resposta do sistema real.

6 Conclusões

O método proposto em [7] é adequado à identificação multivariável, por meio do processamento dos sinais temporais das entradas e saídas, medidos durante a operação normal do sistema, sem a necessidade de manipulação das entradas. Nos exemplos apresentados, foram evidenciadas algumas vantagens e limitações do método proposto.

Referências

- [1] R. Ades e B. P. Silveira, Identificação de sistemas por ajuste da resposta em frequência utilizando conjuntos geradores otimizados, VIII SBAI, (2006).
- [2] R. Ades, B. P. Silveira e M. A. Oliveira, Identificação de sistemas por ajuste da resposta em frequência a partir de modelos estritamente próprios, VIII SBAI, (2006).
- [3] L. A. Aguirre, Introdução à Identificação de Sistemas, Editora UFMG, (2007).
- [4] T. H. Bossa, S. N. Martins, R. J. G. C. da Silva and P. C. Pellanda, A field test to determine PSS effectiveness at multigenerator power plants IEEE Transactions on Power Systems, IEEE, 2011, vol. 26, 1522-1533, (2011).
- [5] L. Ljung, System Identification: theory for the user, P. Hall (1999).
- [6] R. Militaru and I. Popa, On the Numerical Solving of Complex Linear Systems International Journal of Pure and Applied Mathematics, vol. 76, 113-122, (2012).
- [7] M. A. Oliveira, R. Ades e P. C. Pellanda, Método Iterativo de Identificação de Modelos Dinâmicos Multivariáveis no Domínio da Frequência a partir de Sinais Temporais, XIII SBAI (2017).
- [8] QUANSER, 2DOF Helicopter Reference Manual, Technical Report, (2009).