

**DINCON 2017**CONFERÊNCIA BRASILEIRA DE DINÂMICA, CONTROLE E APLICAÇÕES
30 de outubro a 01 de novembro de 2017 – São José do Rio Preto/SP

Aplicação das Transformadas Wavelet em Identificação de Sistemas

Rogério Solda¹

Escola Politécnica da Universidade de São Paulo, São Paulo, Brasil

Fernando Fernandes Neto²

Escola Politécnica da Universidade de São Paulo, São Paulo, Brasil

Claudio Garcia³

Escola Politécnica da Universidade de São Paulo, São Paulo, Brasil

Resumo. Este trabalho tem como objetivo aplicar e analisar técnicas de filtragem de sinais na pré-identificação de uma planta de neutralização do pH. Neste estudo, são utilizados filtros FIR e IIR e filtros usando Transformada Wavelet. A identificação é feita através da aplicação da estrutura ARMAX com diferentes ordens e os modelos resultantes são comparados ao se utilizar diferentes filtros nos sinais adquiridos.

Palavras-chave. Filtro FIR, Filtro IIR, Transformada Wavelet, Identificação de Sistemas.

1 Introdução

A aquisição de modelos que representem um processo ou que se aproximem da realidade, e que sejam de fácil implementação, pode fazer a diferença no desenvolvimento de projetos de alto desempenho em aplicações de controle. Deste modo, a precisão e a acurácia do modelo obtido refletem diretamente no desempenho do processo a ser controlado, possibilitando ao sistema trabalhar mais próximo do seu ponto de rendimento ótimo, tornando-o mais robusto.

A identificação de sistemas visa determinar o modelo matemático que melhor represente um dado processo, que é aplicado para desenvolver projetos de controle [1] e [7]. Embora esta seja uma ferramenta valiosa, ainda é difícil obter métodos confiáveis e robustos, que possam ser aplicados em situações reais complexas, como no caso de processos industriais. Neste contexto, foram publicados diversos estudos acerca do pré-processamento de sinais antes da etapa de identificação, com o intuito de gerar modelos mais confiáveis [3].

Neste trabalho é feita a identificação de uma planta piloto de neutralização de pH, na qual

¹ s_sold@ymail.com

² nando.fernandes.neto@gmail.com

³ clgarcia@lac.usp.br

se altera o pH do fluido de entrada mediante a adição de uma base, de modo que este apresente o pH desejado na saída [2]. No processo proposto, além do pH, busca-se também estimar o nível no reator de neutralização, pois esta é outra variável a ser controlada.

Esta planta foi escolhida, pois o processo de neutralização de pH apresenta alta não-linearidade em relação à malha de pH e linearidade quanto à malha de nível. Outros fatores preponderantes são os ruídos de medição e tempo morto. Em face destas características (processos linear e não-linear), este estudo dedica-se a aplicar técnicas de filtragem pré-identificação utilizando filtros IIR e FIR, além de filtros baseados na Transformada Wavelet, no processamento de sinais amostrados de nível e de pH.

A planta piloto de neutralização de pH estudada neste trabalho é composta por:

- um tanque para armazenamento da solução de ácido clorídrico (HCl);
- um tanque para armazenamento da solução de base de hidróxido de sódio (NaOH), que possibilita um controle da vazão de entrada no reator; e
- o tanque principal do processo (tanque reator), em que a neutralização do pH ocorre.

O sinal de entrada (GBN) da malha de pH é enviado a uma bomba dosadora, que manipula a vazão de base e o sinal de entrada (GBN) da malha de nível é enviado a uma válvula solenoide na saída do tanque reator.

2 Filtros FIR e Filtros IIR

Os filtros mais usados em processamento digital de sinais são classificados em dois tipos: filtros não-recursivos, cuja característica principal é a resposta de duração finita ao impulso (FIR); e filtros recursivos, de resposta infinita ao impulso (IIR) [4] e [5].

Os filtros FIR só adicionam zeros ao sistema, portanto, são estáveis, embora o comprimento do filtro seja muito maior, exigindo grande esforço computacional. A função de transferência dos filtros FIR é dada por:

$$H(z) = \sum_{k=0}^{N-1} b(k)z^{-k} \quad (1)$$

onde b representa os coeficientes do filtro.

Os filtros IIR não só adicionam zeros, mas também polos ao sistema, desta forma, podem ser instáveis ou ainda alterar a sua dinâmica, embora o comprimento do filtro seja muito menor em comparação com os filtros FIR, de modo que sua implementação não exige muito esforço computacional. A função de transferência dos filtros IIR é dada por:

$$H(z) = \frac{\sum_{k=0}^M b(k)z^{-k}}{\sum_{k=1}^N a(k)z^{-k}} \quad (2)$$

onde a e b representam os coeficientes do filtro.

Considera-se o comprimento do filtro como o número de coeficientes da resposta ao pulso unitário de um filtro digital FIR ou IIR [4].

3 As Transformadas Wavelet

As Transformadas Wavelet foram concebidas com o intuito de expandir a tradicional análise em frequência de Fourier (feita via Transformada de Fourier), de maneira a permitir

enxergar como a decomposição espectral das variáveis muda ao longo do tempo. Ou seja, é possível visualizar como o espectro de fenômenos não estacionários evolui ao longo do tempo – uma limitação que a Transformada de Fourier não consegue contornar.

Para tal, ao invés de decompor uma função em bases ortogonais não localizadas no tempo (como as funções seno e cosseno), as Transformadas Wavelet decompõem uma função utilizando bases localizadas no tempo, ou seja, dentro de um conjunto suporte os valores são diferentes de zero e fora deste conjunto suporte, os valores são iguais ou tendem a zero. A Transformada Wavelet compara um sinal com cópias deslocadas e escaladas (esticadas ou encolhidas) de uma Wavelet base $\psi(t)$. Tendo isto em mente, a escolha da base $\psi(t)$ deve ser feita de acordo com as características do sinal a ser filtrado. Em termos matemáticos, a Transformada Wavelet pode ser definida por uma transformada da forma [6]:

$$X(a, b) = |a|^{-\frac{1}{2}} \int_{-\infty}^{\infty} \Psi_{a,b}(t) \cdot x(t) \cdot dt \quad (3)$$

onde:

- $\Psi_{a,b}(t)$ denota uma função Wavelet;
- $x(t)$ denota a função a ser analisada;
- a denota o coeficiente de escala, tal que $a=2^j$;
- b denota o instante de tempo a ser analisado, tal que $b=k \cdot 2^j$.

Por sua vez, a função Wavelet $\Psi_{a,b}(t)$ é uma função tal que:

$$\Psi_{a,b}(t) = |a|^{-\frac{1}{2}} \cdot \Psi\left(\frac{t-b}{a}\right) \quad (4)$$

Em outras palavras, as funções $\Psi_{a,b}(t)$ são dilatações (compressões) binárias e translações diáticas de uma única função Ψ , de modo a cobrir o conjunto dos números reais. Maiores detalhes em [3-6]. Não obstante, vale destacar que $x(t)$ pode ser reescrita como:

$$x(t) = \sum_{j,k=-\infty}^{\infty} c_{j,k} \cdot \Psi_{j,k}(t) \quad (5)$$

A filtragem do ruído ocorre por meio do encolhimento da magnitude dos coeficientes da Transformada Wavelet. Este procedimento equivale a uma operação de suavização do sinal e é chamado limiarização (*thresholding*). Esta limiarização preserva as componentes harmônicas relevantes do sinal, enquanto que elimina (ou reduz) o ruído. Isso significa que o filtro pode ser descrito por um número pequeno de coeficientes da Transformada Wavelet [6].

4 Metodologia

Para realizar este trabalho, foi utilizado o programa MATLABTM no processamento e análise dos sinais estudados (nível de água e valor do pH).

Sinais do tipo GBN aplicados nas entradas do processo de neutralização de pH e os intervalos de amostragem foram retirados de ensaios feitos em [2].

O processamento se inicia pela normalização dos sinais de entrada e saída de ambas as malhas, aplicando-se a técnica de normalização pelo valor máximo sem média.

No estudo dos filtros IIR e FIR, o foco foi direcionado à análise do comprimento dos filtros, sendo que, em relação a cada ordem do modelo, para cada uma das ordens do modelo ARMAX, o comprimento do filtro é diferente, portanto, depende de análise empírica.

Os filtros analisados neste estudo foram:

Filtros FIR: Kaiser, Hann, Retangular, Gaussiano, Mínimos Quadrados, Turkey e Chebyshev.

Filtros IIR: Elliptic e Chebyshev Tipo II.

O estudo dos filtros Wavelet foi dedicado à análise das diferentes bases da Transformada Wavelet e da variação do nível de detalhamento da decomposição do sinal. As bases Wavelet empregadas neste estudo são: Haar, Daubechies, Symlets, Coiflets, BiorSplines, ReverseBior e Fejer-Korovkin, em suas diversas estruturas.

A identificação foi realizada com modelos ARMAX. As estruturas de interesse abrangem ordens na , nb e nc de 1 a 4, totalizando 64 modelos possíveis para cada um dos filtros estudados, gerando uma grande massa de dados para análise.

Usando funções do MATLAB, foi criado um algoritmo de busca, por tentativa e erro, dos parâmetros ótimos para o tempo morto nk e para o comprimento N dos filtros, no caso dos filtros IIR e FIR; e para o nível de detalhamento L e base, no caso dos filtros Wavelet. Tal busca consiste em encontrar os parâmetros que gerem o maior índice fit na validação cruzada de cada modelo, tal que o foco da análise deixa de ser a identificação em si e passa a ser a filtragem dos sinais na pré-identificação.

5 Resultados

Os resultados geraram a Tabela 1 com quatro áreas representando cada filtro, com 64 modelos ARMAX. Para cada filtro usado, mostram-se os indicadores de avaliação, sendo um qualitativo e o outro quantitativo.

Na avaliação qualitativa, são somadas as diferenças de desempenho de cada um dos modelos que não é descartado, em relação ao modelo sem filtro normalizado (como descrito nas Equações (6) e (7)).

$$V_d(j) = fit_{mf} - fit_{ms} \quad (6)$$

$$IQ_i = \sum_{i=1}^4 \frac{V_q(j)}{64} \quad (7)$$

onde fit_{mf} e fit_{ms} representam, respectivamente, os índices fit dos modelos com filtro e sem filtro; V_d é um vetor diferença do filtro, e IQ_i é o índice qualitativo normalizado. Este índice permite identificar a capacidade do filtro em obter melhores modelos em relação ao modelo não filtrado e normalizado.

Para os índices quantitativos, são somados os casos onde o modelo com o filtro apresenta melhor desempenho que o caso sem filtro (normalizado), comparando o índice fit diretamente. Em seguida, este é dividido pelo número total de modelos estudados, ou seja, 64 para cada filtro (como descrito nas Equações (8) e (9)).

$$F_d(k) = \begin{cases} se V_d > 0, & 1 \\ se V_d < 0, & 0 \end{cases} \quad (8)$$

$$IQ_n = \sum_{k=1}^{64} \frac{F_q(k)}{64} \quad (9)$$

onde F_d representa a função de desempenho do filtro e IQ_n é o índice quantitativo normalizado.

Esta análise permite verificar quão melhor é o desempenho de cada filtro, independentemente da ordem do modelo, ou seja, são selecionados os casos em que os modelos com filtro apresentam *fit* maior que os sem filtro.

As Figuras 1 e 2 representam graficamente os resultados dos índices qualitativos e quantitativos.

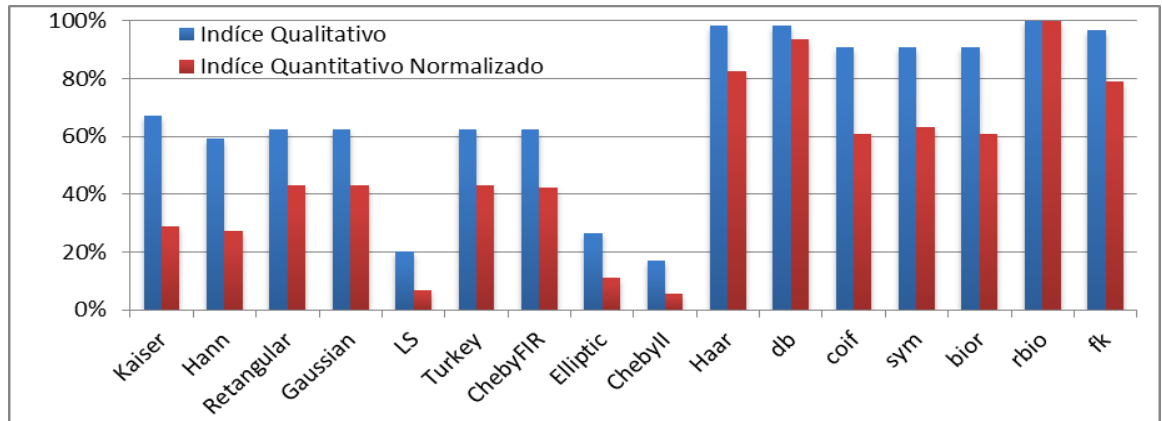


Figura 1: Comparação dos modelos de pH.

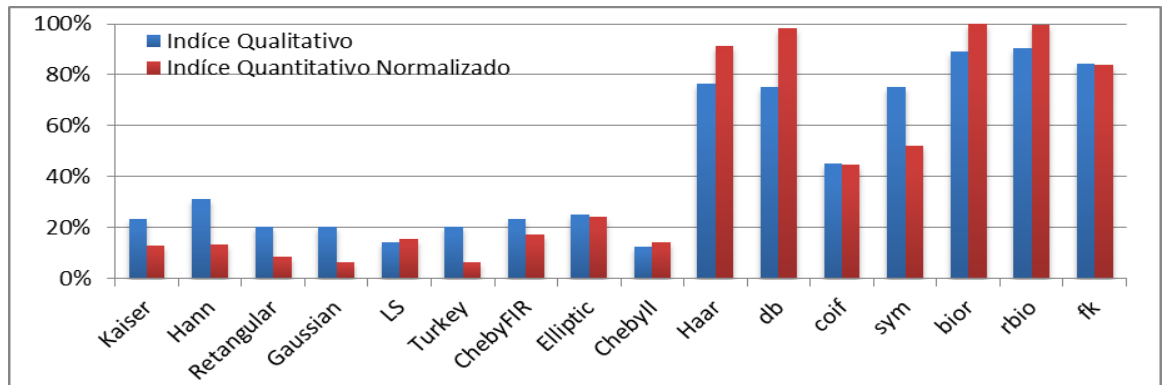


Figura 2: Comparação dos modelos de nível.

Das Figuras 1 e 2 nota-se que os filtros baseados na Transformada Wavelet apresentam resultados melhores, tanto qualitativamente quanto quantitativamente, quando comparados aos filtros convencionais IIR e FIR.

Para uma análise mais completa dos resultados dos filtros convencionais (IIR e FIR) e dos filtros *Wavelet* em relação às diferentes ordens do modelo ARMAX, calculou-se a diferença do *fit* dos modelos com filtro e sem filtro. A Tabela 1 apresenta as médias (das diferenças) para os filtros convencionais e *Wavelet* de cada modelo. As cores representam a comparação em relação a modelos sem filtro. As células em vermelho (mais quentes) indicam onde os modelos gerados pelo sinal filtrado resultaram em *fit* superior aos modelos sem filtro. As células em verde (mais frias) indicam onde os modelos com filtro resultaram em *fit* inferior a modelos sem filtro.

A Tabela 1 é dividida em quatro áreas relativas aos mapas de calor dos modelos utilizando filtros *Wavelet* e filtros convencionais, obtidos a partir dos índices qualitativos dos modelos das

malhas de nível e de pH.

Tabela 1: Mapa de calor dos filtros Wavelet para os diferentes modelos ARMAX.

ARMAX			Mapa de calor da malha de pH				Mapa de calor da malha de nível				
			na								
Filtros Wavelet	nb	Nc	1	2	3	4	1	2	3	4	
	1	1	25,2066	19,0400	13,6189	14,7164	16,5721	19,7354	15,9226	15,9788	
		2	24,6757	17,7842	11,8910	12,5977	16,4871	17,1304	15,4052	15,7075	
		3	26,3311	17,4556	16,0011	12,1060	16,4688	16,5903	16,0156	15,3432	
		4	25,4864	15,1740	17,7787	14,1511	16,5638	15,7397	15,8234	14,5983	
	2	1	23,6506	6,9061	11,5359	12,4627	14,0125	0,0615	0,1776	0,2907	
		2	22,3952	14,4833	13,5507	18,1063	13,8360	0,0855	1,1958	0,6078	
		3	21,6242	12,1312	13,7553	1,1688	13,6671	0,3031	1,7536	1,0008	
		4	20,2137	18,5535	16,6795	14,6878	14,2013	0,3473	1,0034	1,1947	
	3	1	23,6007	8,1693	14,0352	13,9739	13,8345	0,1337	0,0299	0,5162	
		2	22,6712	15,0193	18,6482	19,5178	14,1955	0,0934	1,6277	0,7547	
		3	22,8036	17,5717	19,6455	18,3844	14,5078	0,3687	1,3468	1,4956	
		4	20,9975	16,9218	19,7587	17,8134	13,5470	0,7184	0,9589	1,3133	
	4	1	23,7389	0,1689	13,3745	14,9336	13,5711	0,1677	0,0426	0,3437	
		2	22,3830	15,1745	19,9358	18,6926	13,9215	0,3146	0,7208	0,8977	
		3	22,8223	18,5417	20,4376	15,5865	15,8529	0,2113	0,8689	1,4386	
		4	21,3587	17,5813	20,0355	19,5569	15,1537	0,4491	0,1845	1,1599	
	Filtros convencionais	1	1	0,0000	17,5202	12,7421	21,9190	0,0000	13,2705	3,4935	9,7170
			2	0,0000	17,7306	9,9598	22,3670	0,0000	5,9734	1,7849	9,4097
			3	0,0000	14,3841	14,8155	19,4983	0,3022	5,6511	3,3790	10,8407
4			3,2636	16,7595	19,8703	20,0650	0,5935	5,3196	7,0337	10,0981	
2		1	5,2874	0,0000	4,7069	14,2177	1,4450	0,0000	0,0000	0,5465	
		2	0,0000	0,0000	12,5778	6,8779	0,0085	0,7926	0,0000	0,0000	
		3	2,3357	0,0000	17,8851	0,0000	0,4487	0,0000	0,2650	0,0000	
		4	0,0000	0,2867	15,8075	9,1184	0,0000	0,0000	0,0000	0,3299	
3		1	3,4418	0,0000	8,3417	13,7685	0,1978	0,0000	0,1953	0,5770	
		2	0,4031	14,6142	12,6144	12,2935	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	
		3	2,5937	0,6476	13,9067	15,3286	0,0000	0,8821	0,0000	0,0000	
		4	0,0000	10,5256	14,3548	16,1634	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	
4		1	5,6199	0,0000	13,9445	12,6068	0,9914	0,0000	0,0000	0,5762	
		2	0,0000	0,0000	19,3161	9,7268	0,3427	0,0000	0,0000	0,0000	
		3	9,6093	0,5912	16,5527	14,3144	0,3912	0,0000	0,0000	0,0000	
		4	0,0000	3,0010	17,0609	13,4754	0,0000	0,1556	0,0000	0,0000	

Ao analisar a Tabela 1, verifica-se que os filtros *Wavelet*, em média, resultam em estruturas ARMAX mais simples, ou seja, modelos com apenas um polo garantem bons resultados, enquanto que os filtros tradicionais sugerem estruturas ARMAX mais complexas. O uso de modelos de ordem mais baixa, é uma característica desejada na identificação de qualquer sistema, pois reduz a possibilidade de sobre-parametrização e diminui as chances de obter oscilações espúrias na previsão, em decorrência de potenciais raízes imaginárias em razão do tamanho do polinômio AR.

6 Conclusões

Neste trabalho foi realizada a análise comparativa das técnicas de filtragem convencionais (filtros IIR e FIR) com as de filtragem aplicando a Transformada Wavelet, como metodologia de pré-identificação dos processos de uma planta de neutralização de pH.

Os resultados da identificação das malhas de nível (linear) e pH (não-linear) indicam significativa melhora nos modelos obtidos aplicando os filtros *Wavelet*. Além disto, os modelos ARMAX com estruturas mais simples geraram ótimos resultados, quando gerados com dados pré-filtrados por filtros Wavelet, tornando mais fácil a implementação de projetos de controle.

Uma continuação deste estudo consiste no uso de outras estruturas de modelo (ARX, OE e BJ), para comparar o efeito do uso de filtros convencionais e filtros Wavelet empregando essas estruturas.

Referências

- [1] L. A. Aguirre, Introdução à Identificação de Sistemas. 4ª Edição, UFMG, (2015).
- [2] C. S. M. Alvarado, Identificação e Controle Preditivo de uma Planta Piloto de Neutralização de pH, Dissertação de Mestrado em Engenharia de Sistemas, Escola Politécnica da USP, (2013).
- [3] O. W. R. Rodríguez, Pré-processamento de dados na Identificação de processos industriais, Dissertação de Mestrado em Engenharia de Sistemas, Escola Politécnica da USP, (2014).
- [4] W. K. Chen, Passive, Active, and Digital Filters. CRC Press, ISBN 978-1-4200-5885-7 (2009).
- [5] C. M. Close, D. K. Frederick e J. C. Newell, Modeling and analysis of dynamic systems. John Wiley & Sons, New York, 3rd edition (2001).
- [6] P. A. Morettin, Ondas e Ondaletas da Análise de Fourier à Análise de Ondaletas de Séries Temporais. EDUSP, 2ª Edição, (2014).
- [7] T. S. Soderström, P. G. Stoica, System identification. Prentice Hall, 1989