

**DINCON 2017**CONFERÊNCIA BRASILEIRA DE DINÂMICA, CONTROLE E APLICAÇÕES
30 de outubro a 01 de novembro de 2017 – São José do Rio Preto/SP

Simulando uma Variação do Jogo do Ultimato

Lucas Brant Vilanova Alves¹

PPGEEC, Universidade Presbiteriana Mackenzie, São Paulo, SP

Luiz Henrique Alves Monteiro²

Escola de Engenharia, Universidade Presbiteriana Mackenzie, São Paulo, SP,

Escola Politécnica, Universidade de São Paulo, São Paulo, SP

Resumo. O jogo do ultimato tem sido usado em estudos teóricos sobre o desenvolvimento do senso de justiça. Nesse jogo, dois jogadores devem dividir uma quantia de dinheiro. Um dos jogadores, o proponente, faz uma oferta de como deve ser a divisão. Se o outro jogador, o respondedor, aceita essa oferta, a quantia é dividida conforme sugerido pelo proponente; porém, se o respondedor a rejeita, os dois jogadores não recebem quantia alguma. Neste trabalho, propõe-se uma variação desse jogo, buscando torná-lo mais próximo de situações de negociação que acontecem no mundo real. Então, realizam-se simulações computacionais, considerando que os jogadores estão distribuídos num reticulado bidimensional. Observa-se que o fator determinante para um jogador sobreviver está relacionado com a estratégia adotada por ele quando atua como respondedor.

Palavras-chave. Jogo do Ultimato, Jogos Espaciais, Teoria de Jogos.

1 Introdução

Em 1982, Güth et al. [2] realizaram experimentos a fim de analisar o comportamento humano num processo de barganha em que: 1) somente um indivíduo toma uma decisão a cada etapa da negociação, 2) a conclusão do processo é restrita a dois resultados. A versão mais simples desses experimentos envolve apenas dois jogadores e duas etapas. Essa versão ficou conhecida como jogo do ultimato. Nesse jogo, há uma quantia de dinheiro a ser dividida entre dois jogadores. Um jogador, denominado “proponente”, faz uma oferta de como deve ser a divisão. Então, o outro jogador, chamado de “respondedor”, decide se aceita ou rejeita. Se o respondedor aceita a oferta, ambos recebem a sua parte; porém, se o respondedor a rejeita, os dois jogadores nada recebem.

Do ponto de vista da Teoria de Jogos [3], um respondedor racional deveria aceitar qualquer quantia oferecida, pois ganhar alguma coisa é melhor do que nada receber; consequentemente, um

¹ lucasbrant.alves@mackenzista.com.br

² luizm@mackenzie.br, luizm@usp.br

proponente racional deveria fazer ofertas em que ficasse com quase tudo para si. Entretanto, nos experimentos de Güth et al. [2], ofertas de 50% eram comuns e ofertas abaixo de 20% eram normalmente rejeitadas pelo respondedor. Esse último comportamento tem sido interpretado [1] como uma forma de punição para proponentes que fazem ofertas muito desiguais, “injustas”. Assim, os comportamentos observados, tanto do proponente quanto do respondedor, desviam-se daqueles considerados racionais pela Teoria de Jogos. Nesse contexto, formulam-se duas questões: 1) Por que proponentes fazem ofertas próximas do meio-a-meio, sabendo que respondedores podem aceitar ofertas menores? 2) Por que respondedores preferem punir um comportamento que eles consideram injusto em vez de maximizar seus lucros?

Há diversos trabalhos teóricos, normalmente baseados em simulação numérica, envolvendo o jogo do ultimato [1]. Por exemplo, Page et al. [5] investigaram os efeitos da estrutura espacial da população, considerando que os jogadores formam um reticulado regular bidimensional e interagem com seus quatro vizinhos mais próximos. Estudos nos quais o acoplamento entre os jogadores forma uma rede aleatória complexa foram realizados, por exemplo, por Sinatra et al. [6] e Ye et al. [7]. Nowak et al. [4] incluíram o conceito de reputação, fazendo com que os jogadores soubessem quais ofertas foram aceitas por seus vizinhos em negociações anteriores. Nesses trabalhos, mostra-se que, dependendo dos valores dos parâmetros, a dinâmica pode favorecer estratégias consideradas “mais justas”.

2 Propósito

A nosso ver, o jogo do ultimato, como tem sido formulado, não representa uma situação de negociação do mundo real, por não se preocupar com duas questões básicas: 1) Qual é a origem dos recursos a serem divididos? 2) Qual é o destino desses recursos?

Transportando o jogo para o mundo real, dificilmente haverá uma situação em que recursos surgem sem explicação. Também soa irrealista a consequência da recusa de uma oferta: no jogo do ultimato, o recurso simplesmente desaparece.

Em grande parte dos estudos realizados com o jogo do ultimato [1], considera-se “justiça” um jogador dividir igualmente, ou próximo disso, os recursos entre ele e um segundo jogador, e a partir dessa ideia tenta-se compreender como se propagam comportamentos “justos”. Porém, essa noção de justiça torna-se questionável quando não se define a origem dos recursos, pois não pode ser considerado injusto um jogador que não deseja dividir os recursos que foram conquistados mediante esforço próprio. Não se costuma explicitar também a finalidade dos recursos obtidos.

Não há aqui a pretensão de definir justiça, nem de dar uma resposta definitiva para o desenvolvimento do chamado senso de justiça. Neste trabalho, propõe-se uma variação do jogo do ultimato em que a quantidade total de recursos é fixa e igualmente distribuída entre todos os jogadores no instante inicial. A partir daí, os recursos existentes são redistribuídos entre os jogadores, em função das disputas realizadas entre eles. E, caso a oferta de um proponente seja rejeitada, os recursos não são perdidos; eles continuam com o jogador proponente. Dessa forma, não são gerados novos recursos ao longo do jogo, nem há o desaparecimento dos recursos existentes. Ainda, os recursos obtidos são úteis para se ganhar vidas. Apesar de simples, essas modificações tornam o modelo mais próximo de situações de barganha existentes no mundo real.

Na próxima seção, nossa versão do jogo do ultimato é descrita. Na seção 4, apresentam-se os resultados obtidos por meio de simulações numéricas. Esses resultados são discutidos na seção 5. As conclusões deste trabalho são destacadas na seção 6.

3 Métodos

No nosso modelo, cada jogador corresponde a um nó de um reticulado regular bidimensional com dimensões $N \times N$ e com condição de contorno periódica (assim, a borda de cima está conectada à borda de baixo e as bordas laterais também estão conectadas, formando uma superfície toroidal). A cada passo de tempo, cada indivíduo disputa o jogo do ultimato com os seus quatro vizinhos mais próximos (os vizinhos a norte, a sul, a leste e a oeste). Logo, a vizinhança é do tipo von Neumann de raio unitário. Devido à condição de contorno, todos os nós têm o mesmo número de vizinhos.

Nosso modelo é do tipo minijogo do ultimato [1], em que proponente e respondedor têm, cada um, somente duas opções. Cada jogador é caracterizado pelo seu par de estratégias (P_i, R_j) com $i, j = 1, 2$. Ou seja, cada jogador adota uma de duas estratégias quando atua como proponente (estratégia $P1$ ou estratégia $P2$) e uma de duas estratégias quando atua como respondedor (estratégia $R1$ ou estratégia $R2$). O par (P_i, R_j) não se altera enquanto o jogador estiver vivo. Essas estratégias são assim definidas:

- $P1$: O proponente oferece a cada vizinho respondedor metade do seu recurso Q_p dividido pela quantidade V_R de respondedores que existem na sua vizinhança;
- $P2$: O proponente oferece a cada vizinho respondedor o percentual b do seu recurso Q_p dividido pela quantidade V_R de vizinhos respondedores (obviamente, $P1 = P2$ se $b = 0,5$);
- $R1$: O respondedor somente aceita a oferta OF do proponente caso ela seja igual ou maior que o percentual c do seu recurso Q_R ;
- $R2$: O respondedor aceita qualquer oferta OF (obviamente, $R1 = R2$ se $c = 0$).

As recompensas obtidas na interação entre um jogador que atua como proponente e outro que atua como respondedor estão apresentadas nas Tabelas 1 e 2. Na Tabela 1, mostram-se as recompensas de uma disputa realizada entre um proponente qualquer e um respondedor que adota a estratégia $R1$; na Tabela 2, o respondedor adota a estratégia $R2$.

Além disso, nosso modelo possui as seguintes características:

- Como mencionado, a soma dos recursos de todos os jogadores se mantém fixa e todos os jogadores iniciam o jogo com a mesma quantidade de recursos.
- O jogador precisa negociar para sobreviver. Cada jogador recebe inicialmente um determinado número de vidas e, a cada negociação concretizada, os dois jogadores que concretizaram essa negociação recebem uma vida. Porém, a cada negociação rejeitada pelo respondedor, ambos perdem uma vida. O jogador que perder todas as suas vidas é considerado “morto”. Em seu lugar, nasce um jogador novo, que herda os recursos do seu “pai” e adota o par de estratégias do vizinho que possui o maior número de vidas.
- Há um valor mínimo para ofertar, denominado de a . Para evitar negociações com valores muito próximos de zero, foi estabelecido esse valor mínimo a ser negociado. O

jogador que não possui esse mínimo de recursos para oferecer em uma negociação não pode atuar como proponente. Ele só pode jogar como respondedor.

- A cada passo de tempo, cada jogador é definido de modo aleatório como proponente ou como respondedor. Quando sorteado para atuar como proponente, se $Q_P \geq a$, o jogador faz uma oferta para os V_R vizinhos sorteados como respondedores.

Tabela 1: Recompensas dos jogadores quando o respondedor adota a estratégia $R1$, sendo Q_P a quantidade de recursos do proponente, Q_R a quantidade de recursos do respondedor e V_R o número de vizinhos respondedores do proponente no instante que faz a oferta OF . Ofertas só são possíveis se $Q_P \geq a$.

			Respondedor com estratégia $R1$		
			se $OF \geq c \times Q_R$	se $OF < c \times Q_R$	
Proponente	$P1$	$\frac{0,5 \times Q_P}{V_R}$	$\left(-\frac{0,5 \times Q_P}{V_R}, +\frac{0,5 \times Q_P}{V_R}\right)$	$(0, 0)$	Recompensa
			$(+1, +1)$	$(-1, -1)$	Vida
	$P2$	$\frac{b \times Q_P}{V_R}$	$\left(-\frac{b \times Q_P}{V_R}, +\frac{b \times Q_P}{V_R}\right)$	$(0, 0)$	Recompensa
			$(+1, +1)$	$(-1, -1)$	Vida

Tabela 2: Recompensas dos jogadores quando o respondedor adota a estratégia $R2$.

			Receptor com estratégia $R2$	
Proponente	$P1$	$\frac{0,5 \times Q_P}{V_R}$	$\left(-\frac{0,5 \times Q_P}{V_R}, +\frac{0,5 \times Q_P}{V_R}\right)$	Recompensa
			$(+1, +1)$	Vida
	$P2$	$\frac{b \times Q_P}{V_R}$	$\left(-\frac{b \times Q_P}{V_R}, +\frac{b \times Q_P}{V_R}\right)$	Recompensa
			$(+1, +1)$	Vida

4 Resultados

Foram realizadas simulações tomando $N=100$ (assim, há 10000 jogadores), recurso inicial igual a um para cada jogador (portanto, a soma de todos os recursos vale 10000). Uma simulação consiste de 1000 passos de tempo, que são suficientes para que o atrator do sistema seja atingido. No instante inicial, a cada jogador é atribuído, aleatoriamente, um par (P_i, R_j) (ou seja, a estratégia que adota como proponente e a estratégia que adota quando respondedor). E cada jogador possui inicialmente três vidas. Ainda, toma-se $a=b$.

A Figura 1 apresenta a evolução temporal das quantidades normalizadas de jogadores que empregam os pares de estratégias $(P1,R1)$, $(P1,R2)$, $(P2,R1)$ e $(P2,R2)$, com $b = 0,01$ e $c = 0,4$. Cada estratégia inicia com 25% de indivíduos. As estratégias dominantes (aquelas que, em regime permanente, têm mais jogadores que as adotam) foram $(P1,R2)$ e $(P2,R2)$. Note que ambas usam $R2$; isto é, aceitam qualquer oferta, como respondedor.

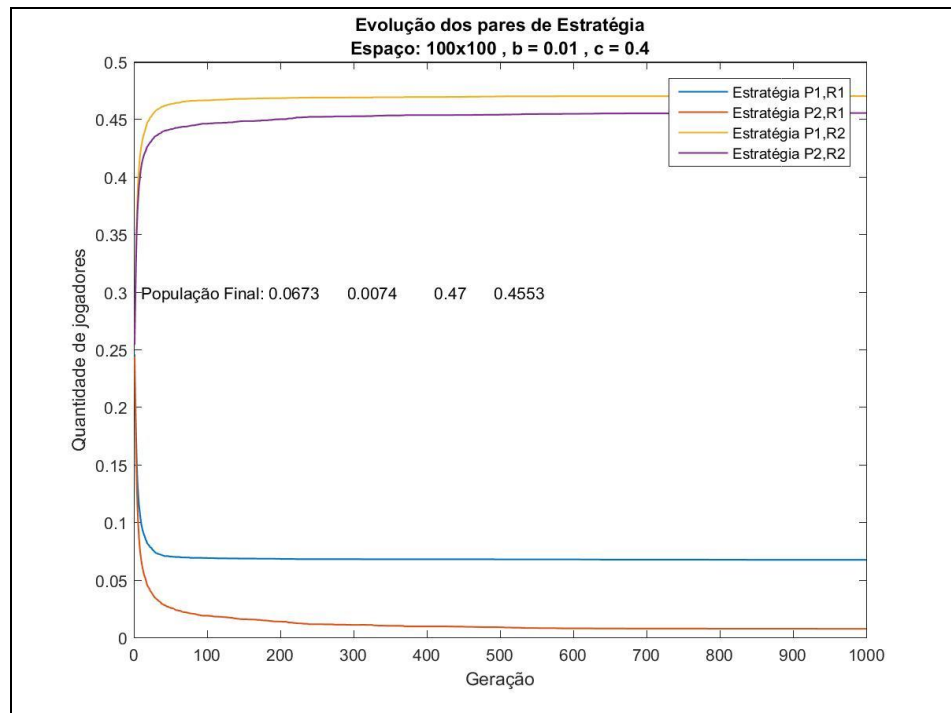


Figura 1: Evolução das porcentagens de jogadores $(P1,R1)$, $(P1,R2)$, $(P2,R1)$ e $(P2,R2)$.

Foram realizadas simulações variando o valor da oferta feita pelos proponentes que adotam a estratégia $P2$, tomando $1\% \leq b \leq 50\%$. A Figura 2 mostra a porcentagem de jogadores que adotam (P_i,R_j) com $i,j=1,2$ após 1000 passos de tempo, para $a=b$ e $c = 40\%$. Observe que, para qualquer valor de b , as duas estratégias dominantes usam $R2$.

A fim melhor analisar os resultados, dividiu-se a população em quatro grupos, aqui chamados de “classes sociais”. A alocação de um indivíduo numa classe social está relacionada com a quantidade de recursos Q que ele possui. Após 1000 passos de tempo, identificou-se qual indivíduo possuía a maior quantidade de recursos, chamada de “quantidade máxima” (Q_{max}). Então, classificou-se a população em função dos recursos de cada indivíduo. A classe A é formada por indivíduos com recurso Q tal que $0,75 < Q/Q_{max} \leq 1$; para a classe B, $0,5 < Q/Q_{max} \leq 0,75$; para a classe C, $0,25 < Q/Q_{max} \leq 0,5$; e para a classe D, $0 \leq Q/Q_{max} \leq 0,25$. A Tabela 3 mostra como os indivíduos se distribuem entre as quatro classes para $b = 0,01$ e $b = 0,5$. Claramente, quanto maior o valor de b , mais indivíduos estão na classe D.

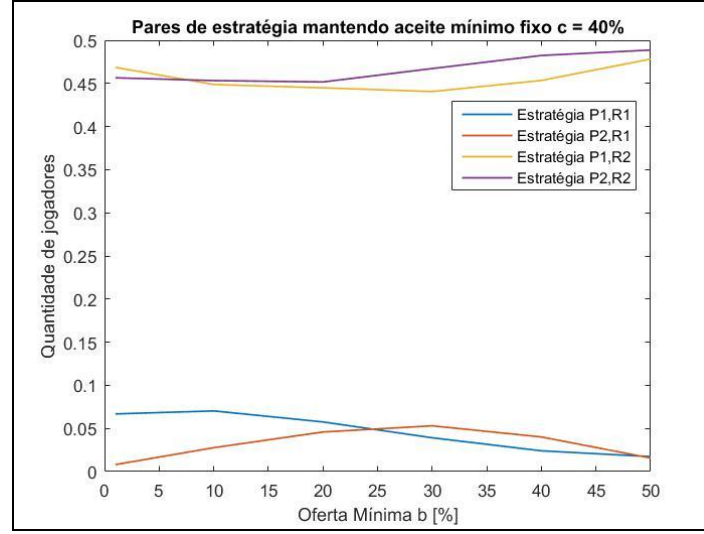


Figura 2: Porcentagens de jogadores $(P1,R1)$, $(P1,R2)$, $(P2,R1)$ e $(P2,R2)$ em função de b .

Tabela 3: Distribuição dos indivíduos entre quatro classes sociais para $b = 0,01$ e $b = 0,5$.

	Classe A	Classe B	Classe C	Classe D
$b=1\%$	1%	19%	26%	54%
$b=50\%$	0%	3%	20%	77%

5 Discussões

A Figura 1 mostra que, à medida que jogadores vão morrendo e os que nascem passam a adotar o par de estratégias do vizinho com mais vidas, jogadores $(P1,R2)$ e $(P2,R2)$ tornam-se maioria, indicando que a estratégia adotada como respondedor é a que determina a permanência ou não do par (Pi,Rj) . Esse resultado é confirmado pela Figura 2, que mostra que $(P1,R2)$ e $(P2,R2)$ dominam a população para qualquer valor de b . A Tabela 3 revela que o valor de b afeta fortemente a distribuição de indivíduos pelas classes sociais: quanto maior b , maior é a parcela que se encontra na classe D, aquela formada por indivíduos com recursos entre 0 a 25% de Q_{max} . Esses resultados foram obtidos para $a=b$; isto é, quanto mais a estratégia P2 é “generosa” (quanto maior b), maior é o valor que um jogador precisa ter para atuar como proponente.

No nosso estudo, os jogadores precisam negociar (“trabalhar”) para sobreviver, para ganhar vidas. “Aceitar qualquer trabalho”, isto é, adotar R2 como respondedor, favorece a sobrevivência do jogador. A alegada “oferta justa”, aqui correspondente a P1, por si só, não garante o sucesso de quem a usa nem favorece uma distribuição mais uniforme dos indivíduos pelas classes sociais (lembre que $P1=P2$ para $b=0,5$). Nosso modelo tende a favorecer jogadores que, como respondedor, aceitam qualquer oferta, porque isso se traduz em vidas. Nos experimentos feitos em laboratório, essa tradução não acontece, mas no mundo real, talvez sim.

6 Conclusões

A Teoria de Jogos tem sido usada para investigar como surgem e se mantêm comportamentos altruístas numa população formada por indivíduos egoístas, que visam maximizar seus lucros [3]. O dilema do prisioneiro e o jogo do ultimato são comumente empregados nessas investigações.

Neste trabalho, foi apresentada uma variação do jogo do ultimato, em que os recursos não são criados nem destruídos ao longo do tempo, apenas transferidos entre os jogadores. Ainda, os jogadores devem concretizar negociações, oferecendo e aceitando recursos, a fim de ganhar vidas. Isso favoreceu os jogadores que aceitam qualquer oferta, que são aqueles que adotam $R2$ como respondedor. Aumentar o valor da oferta como proponente, aumentando o valor de b , por si só, não garante a sobrevivência nem propicia um aumento na classe A. Talvez, a abordagem que o jogo do ultimato faz do conceito de “senso de justiça” deva levar em conta, em sua elaboração, o esforço que o indivíduo teve para obter seus recursos e a necessidade de ele sobreviver.

Em breve, pretende-se investigar como a dinâmica do modelo varia em função dos valores dos parâmetros a e c .

Agradecimentos

Luiz H. A. Monteiro agradece ao CNPq pela bolsa de produtividade.

Referências

- [1] S. Debove, N. Baumard, and J. B. André, Models of the evolution of fairness in the ultimatum game: a review and classification, *Evol. Hum. Behav.*, vol. 37, 245-254, (2016), DOI: 10.1016/j.evolhumbehav.2016.01.00.
- [2] W. Güth, R. Schmittberger, and B. Schwarze, An experimental analysis of ultimatum bargaining, *J. Econ. Behav. Organ.*, vol. 3, 367-388, (1982), DOI: 10.1016/0167-2681(82)90011-7.
- [3] L. H. A. Monteiro, *Sistemas Dinâmicos Complexos*, Editora Livraria da Física, 2ª edição, (2014).
- [4] M. A. Nowak, K. M. Page, and K. Sigmund, Fairness versus reason in the Ultimatum Game, *Science*, vol. 289, 1773-1775, (2000), DOI: 10.1126/science.289.5485.1773.
- [5] K. M. Page, M. A. Nowak, and K. Sigmund, The spatial ultimatum game, *Proc. R. Soc. Lond. Ser. B-Biol. Sci.*, vol. 267, 2177-2182, (2000), DOI: 10.1098/rspb.2000.1266.
- [6] R. Sinatra, J. Iranzo, J. Gómez-Gardeñes, L. M. Floría, V. Latora, and Y. Moreno, The ultimatum game in complex networks, *J. Stat. Mech.-Theory Exp.*, vol. 2009, P09012, (2009), DOI: 10.1088/1742-5468/2009/09/P09012.
- [7] S. Q. Ye, L. Wang, M. C. Jones, Y. Ye, M. Wang, and N. G. Xie, Effect of network topology on the evolutionary ultimatum game based on the net-profit decision, *Eur. Phys. J. B*, vol. 89, 93, (2016), DOI: 10.1140/epjb/e2016-70043-5.