



Aquisição de Órbita Utilizando Ruptura de Haste de Sondas Ligadas

Ernesto Vieira Neto¹

Rafael Sfair²

Departamento de Matemática, Unesp, Guaratinguetá, SP

Resumo. Quando duas sondas ligadas por uma haste passa perto de um corpo massivo, é possível usar a ruptura dessa haste para gerar trocas de energia de tal forma que uma das sondas fica presa orbitando o corpo, enquanto que a segunda sonda ganha energia e é ejetada do sistema. Nesse trabalho essa hipótese é testada demonstrando a plausibilidade da manobra.

Palavras-chave. Aquisição de Órbita, Satélites Ligados, Troca de Energias.

1 Introdução

A transferência orbital mais básica é a chamada transferência de Hohmann, onde uma sonda espacial sai de uma órbita circular de raio r_1 para outra órbita circular de raio r_2 . Apesar da aparente trivialidade do problema, apenas aplicando algumas hipóteses mais sofisticadas, essa manobra de transferência foi capaz de levar o homem para a Lua.

A manobra de Hohmann evoluiu utilizando outras cônicas do problema gravitacional, se transformou em bi-elíptica, bi-parabólica, até as cônicas emendadas (“patched conics”). Porém todos esses avanços tiveram como base o problema de dois corpos. Na década de 1990, Belbruno e Miller [1,2,8] sugeriram um novo tipo de transferência usando a dinâmica de três e quatro corpos.

Vários autores demonstraram a viabilidade dessa manobra. Duas importantes missões usaram o método, a Hiten [3] e a SMART-1 [10], com considerável economia de combustível. Essas duas missões usaram técnicas de baixo empuxo para a aquisição da órbita final.

Essa nova manobra se aproveita da captura gravitacional, uma das características do problema de três corpos. A captura gravitacional ocorre quando um corpo se aproxima de outro corpo do sistema solar, com uma velocidade relativa baixa, podendo orbitar esse objeto por algum tempo. Devido à essa configuração, essa captura é apenas temporária [6]. No entanto, existem vários estudos na literatura mostrando que existem satélites dos

¹ernesto@feg.unesp.br

²rsfair@gmail.com

planetas gigantes do sistema solar que foram capturados temporariamente e sofreram processos que tornaram a captura temporária em permanente [4, 5, 7, 9, 12, 13].

Dentre os vários processos propostos para a efetivação da captura gravitacional, o trabalho apresentado por Gaspar e colaboradores [4] mostrou que a ruptura dinâmica da ligação de asteroides binários pode ter sido um dos mecanismos possíveis para efetivar a captura dos satélites irregulares do planeta Júpiter. Asteroides binários são encontrados em várias regiões do sistema Solar e a passagem desses objetos por Júpiter é uma consequência natural.

Neste trabalho usaremos os conhecimentos adquiridos no estudo de captura de asteroides binários e vamos propor uma nova forma de aquisição da órbita sem necessidade de uso de combustível. Será usado a ruptura de uma haste que liga uma sonda dupla (“tether”). Esse método usa trocas de energias para a efetivar a captura gravitacional temporária. Esse trabalho é uma prova de conceito onde validaremos o modelo. No entanto, estamos cientes que no momento não existem tecnologias possíveis para a realização deste tipo de manobra.

2 Modelagem e Aplicação

A modelagem do problema será dividido em etapas. Primeiro será feita a modelagem gravitacional do movimento dos corpos. Em seguida a modelagem das sondas ligadas.

Todo o sistema será adimensionalizado para aumentar a eficiência computacional. A distância entre os dois primários será 1. A massa total dos dois primários será 1, e o período de rotação dos primários, em torno do centro de massa, será 2π . Usando essa adimensionalização, a constante da gravidade G também valerá 1 [11].

Para a parte gravitacional do problema será usado a dinâmica de quatro corpos. Dois primários com massas significantes e as duas sondas com massas muito inferiores as massas dos primários. A escolha da dinâmica de quatro corpos foi feita para que ocorra na integração numérica a maior troca possível de energia entre os corpos. As órbitas iniciais dos primários serão circulares em relação ao centro de massa do par. As equações de movimento é dadas por

$$\ddot{\vec{r}}_i = \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^4 m_j \frac{\vec{r}_j - \vec{r}_i}{|\vec{r}_j - \vec{r}_i|^3} \quad (1)$$

onde $\ddot{\vec{r}}_i$ é o vetor aceleração do corpo i , $\vec{r}_i$ e $\vec{r}_j$ são os vetores posição dos corpos i e j , e m_j é a massa do corpo j .

Os dois primários serão representados pelas massas m_1 e m_2 e a sonda dupla será representada pelas massas m_3 e m_4 . Essas sondas sofrem interações gravitacionais com os primários e uma com a outra, como indicado na equação (1). Para modelar a ligação entre as sondas m_3 e m_4 será usada uma mola rígida cuja força de tensão é dada pela equação

$$\vec{T} = -Kd \frac{\vec{r}_4 - \vec{r}_3}{|\vec{r}_4 - \vec{r}_3|}; \quad (2)$$

onde K é o coeficiente de restituição da mola, d é o quanto as sondas se afastaram da distância de equilíbrio (se a mola não estiver distendida, temos $d = 0$). Note que o vetor $\vec{T}$ age na direção da partícula 3 para a partícula 4. Logo, essa aceleração é somada na equação (1) quando $i = 3$ e subtraída quando $i = 4$.

Para verificar a parte gravitacional, as trajetórias foram integradas com a ligação entre as sondas desligada, ou seja, sem a atuação dos termos apresentados na equação (2). Para saber se as integrações numéricas ocorreram sem falhas, foi calculada a constante de Jacobi de cada uma das sondas. A constante de Jacobi é uma integral do problema de três corpos e não é constante no problema de quatro corpos. Mas como as sondas têm massas pequenas a interação entre elas é pequena, e a constante varia muito pouco. Como observamos na figura (1) onde não é possível observar variações devido à escala. Uma informação importante é que a constante de Jacobi que abre o ponto lagrangiano L_1 vale 3.168, ou seja, valores da constante de Jacobi abaixo desse valor mantêm aberto o gargalo que liga os dois primários. É o caso dessas sondas. Ou seja as sondas têm energia para transitar entre os dois primários.

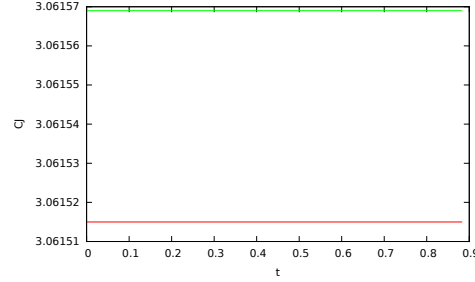


Figura 1: Sistema livre. Constante de Jacobi das sondas m_3 (vermelha) e m_4 (verde).

Com esse resultado foi possível verificar que a parte puramente gravitacional (equação (1)) está de acordo com o esperado. Agora vamos verificar o que ocorre quando é feita a ligação entre as duas sondas usando a mola rígida apresentada na equação (2).

As trajetórias dos quatro corpos foram integradas usando as mesmas condições iniciais das trajetórias apresentadas na figura (1), porém com uma mola rígida ligando as sondas m_3 e m_4 . Essas trajetórias estão apresentadas na figura (2). A parte inicial das trajetórias é bem parecida com as da figura (1), mas devido à ligação entre as sondas, a trajetória apresentada no painel a é diferente do sistema livre. Na continuação das trajetórias, que não é apresentada na figura, as sondas se afastam do secundário.

Ao verificarmos a trajetória das sondas m_3 e m_4 em relação ao secundário (m_2), apresentadas na figura (2b), observamos que as sondas deram uma volta em torno do secundário. No caso anterior, sem a ligação das sondas, havia ocorrido uma passagem rápida próximo de m_2 , mas sem orbitá-lo.

Com a ligação entre as sondas, devido à ação da mola, a trajetória de m_4 em relação à m_3 é uma circunferência, como mostra a figura (2c). Devido à rigidez da mola apresentada na equação (2) a distância entre as duas sondas não pode ser maior que um certo valor (0.001 nesse caso) o que faz uma sonda girar em torno da outra.

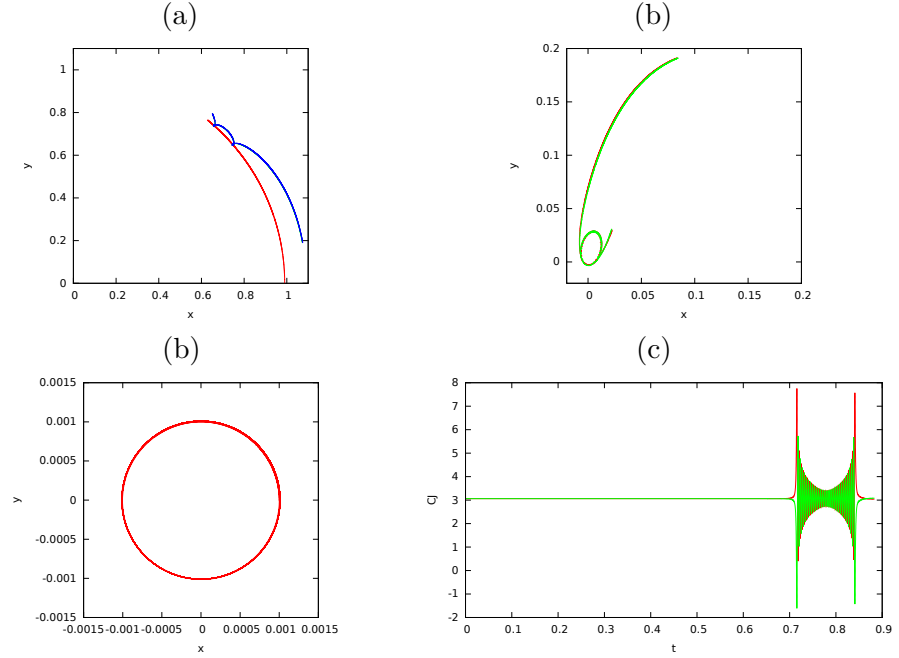


Figura 2: Sondas ligadas. Painei a: Trajetórias das massas m_2 (vermelha), m_3 (verde) e m_4 (azul) em relação ao centro de massa. Painei b: Trajetórias das massas m_3 (vermelha) e m_4 (verde) em relação ao secundário. Painei c: Trajetória da sonda m_4 em relação à m_3 . Painei d: Constante de Jacobi das sondas m_3 (vermelha) e m_4 (verde).

Quando as sondas não estavam ligadas praticamente não havia variação da constante de Jacobi individual de cada sonda. Com a ligação ocorre uma grande reação no momento em que as sondas estão passando próximas do secundário, essa reação provoca variações notáveis nas constantes de Jacobi das sondas, como pode ser visto na figura (2d). É interessante notar aqui que, até bem perto do secundário, os valores individuais das constantes de Jacobi são próximos dos valores apresentados na figura (1) e também que os valores finais, 3.0397 para m_3 e 3.0833 para m_4 , são inferiores ao valor da constante de Jacobi em L_1 (3.168), mantendo aberto o gargalo que une os primários.

Com esses resultados é possível dizer que a ligação, usando uma mola de grande rigidez, representa muito bem o comportamento de duas sondas ligadas por uma haste rígida. Agora vamos verificar a hipótese dos uso do rompimento desta haste para efetivar a captura gravitacional.

Usando as mesmas condições iniciais que geraram as trajetórias da figura (1), mas agora usando a ligação entre as sondas m_3 e m_4 e, diferente do caso anterior, a ligação será desligada quando o binário passar próximo do secundário. O resultado pode ser observado na figura (3) onde vemos que a trajetória é basicamente a mesma do caso anterior até o momento da ruptura da haste. Quando ocorre a ruptura da haste a sonda m_3 perde energia enquanto a sonda m_4 ganha energia. Essa troca faz com que a sonda m_3 fique em órbita do secundário e a sonda m_4 é ejetada.

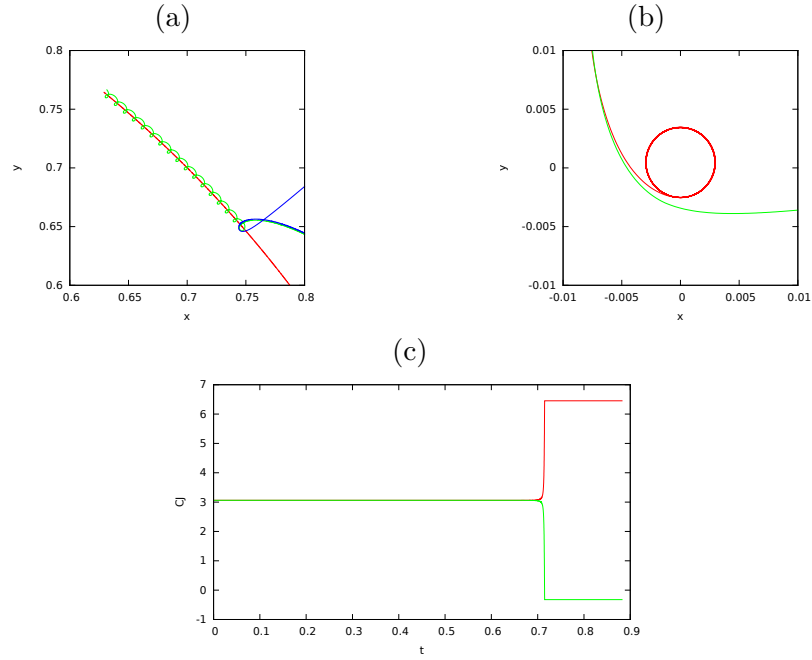


Figura 3: Efetivação da Captura Gravitacional. Painel a: Trajetórias das massas m_2 (vermelha), m_3 (verde) e m_4 (azul) em relação ao centro de massa. Painel b: Trajetórias das massas m_3 (vermelha) e m_4 (verde) em relação ao secundário. Painel c: Constante de Jacobi das sondas m_3 (vermelha) e m_4 (verde).

Quando olhamos a figura (3b) que mostra a trajetória com o referencial no secundário, a captura fica explícita. A trajetória da sonda m_3 , ao passar nas proximidades do secundário, ocorre a ruptura da ligação entre as sondas. essa ação provoca uma variação abrupta da energia desta sonda fazendo com que ela perca energia e fique presa em torno do secundário. A energia perdida pela sonda m_3 é transferida para a sonda m_4 colocando ela em uma trajetória hiperbólica em relação ao secundário. O método proposto é eficiente na aquisição da órbita.

Na figura (3c) é apresentado o comportamento das constantes de Jacobi das sondas m_3 e m_4 . Até o momento do rompimento da haste, o comportamento desse parâmetro é o mesmo apresentado nas figuras (2d) e (1). O rompimento da haste no momento em que ocorre a variação da constante de Jacobi, faz com que a causa de variação seja interrompida, e as sondas permanecem com o último valor adquirido. O valor para fechar o gargalo definido pela curva de velocidade zero do ponto lagrangiano L_1 é de 3.168. sondas com valores de constante de Jacobi acima desse valor não tem energia para afastar-se do primário e não podem transitar entre um e outro. sondas com valores abaixo desse valor podem transitar entre um primário e outro. Como a sonda m_3 adquiriu uma constante de Jacobi muito maior que o valor citado, podemos dizer que esta sonda está bem presa em uma órbita em torno do secundário. Enquanto que a sonda m_4 tem energia suficiente para transitar livremente por todo o sistema.

Os resultados apresentados mostram a grande eficiência do modelo de aquisição de órbita. É importante ressaltar que o custo desse tipo de aquisição de órbita é zero por não haver a necessidade de usar nenhum combustível na mudança de trajetória.

O uso desse mecanismo, junto com outras estratégias de transferência de órbita, é capaz de provocar uma grande economia em missões espaciais. Em especial, uma utilização bem interessante para esse mecanismo é o de busca de asteroides próximos da Terra para prospecção de terras raras. Uma sonda poderia capturar mecanicamente um asteroide, trazê-lo para uma órbita de captura em torno da Lua, romper a haste efetivando a captura do asteroide e enviando novamente a sonda para a busca de um outro asteroide. Com muito pouco consumo de combustível a sonda seria capaz de trazer vários asteroides de forma muito barata, quando comparada com outras estratégias.

3 Considerações Finais

Os resultados apresentados na seção anterior demonstram que o rompimento da ligação entre duas sondas é um método eficiente de aquisição de órbita a um custo aparentemente pequeno. A implementação da mola é próxima da realidade pois, por mais rígida que seja a haste de ligação entre as sondas, sempre haverá vibrações envolvidas. Essas vibrações, por pequenas que sejam, influenciam nas trocas de energia.

As condições de captura gravitacional é importante nesse processo. Não é qualquer geometria de captura que provoca a efetivação da captura. Dependendo da geometria da captura ambas as sondas são ejetadas ou colisão com o secundário. É necessário um processo minucioso para encontrar as condições iniciais favoráveis à efetivação da captura. Porém um controle na trajetória, ao longo da passagem do par pelo pericentro da órbita, pode corrigir esse aspecto. Mas a ideia preliminar aqui é a prova de conceito, e para tanto é importante que haja a efetivação da captura somente com o rompimento da haste.

Outros parâmetros do problema também são muito importante para ocorrer a efetivação da captura. Entre eles a distância entre as sondas e suas massas. O processo de trocas de energia depende do momento angular do par e das energias cinéticas individuais, além do potencial do corpo principal. A distância entre as sonda e suas massas é um parâmetro relevante para uma troca eficiente. E aqui que encontramos um problema. As capturas obtidas nesse trabalho quando feita uma dimensionalização dos parâmetros, o processo é inviável tecnologicamente. Colocando dimensões compatíveis com o sistema Terra-Lua, as sondas teriam massas de 10^{12} kg e a distância entre elas estariam em torno de 350 km.

Como esses parâmetros foram encontrados via tentativa e erro, além de existirem outros parâmetros importantes que influenciam nos números acima, é necessário que se faça um estudo mais aprofundado do problema, só assim será possível chegar em números viáveis em algum momento.

É necessário o uso de métodos de otimização para a busca dos parâmetros viáveis. Como se trata de um otimização multiobjetivo com parâmetros muito diversos uns dos outros, essa tarefa não é simples e faz parte de um outro trabalho.

Referências

- [1] E. A. Belbruno, Lunar capture orbits, a method of constructing Earth Moon trajectories and the lunar GAS mission, AIAA, DGLR, and JSASS, International Electric Propulsion Conference, 19th, Colorado Springs, CO, May 11-13, 10 p., (1987).
- [2] E. A. Belbruno, Ballistic lunar capture transfers using the fuzzy boundary and solar perturbations: A survey, *Journal of the British Interplanetary Society*, vol. 47, 73–80, (1994).
- [3] E. A. Belbruno and J. K. Miller, Sun-perturbed Earth-to-Moon transfers with ballistic capture, *Journal of Guidance Control Dynamics* vol. 16, 770–775, (1993).
- [4] H. S. Gaspar, O. C. Winter and E. Vieira Neto, Irregular satellites of Jupiter: capture configurations of binary-asteroids, *Monthly Notices of the RAS*, vol. 415, 1999–2008, (2011).
- [5] B. J. Gladman, P. D. Nicholson, J. A. Burns, J. Kavelaars, B. G. Marsden, G. V. Williams and W. B. Offutt, Discovery of two distant irregular moons of Uranus, *Nature*, vol. 392, 897–899, (1998).
- [6] E. Hopf, Zwei Sätze über den wahrscheinlichen Verlauf der Bewegungen dynamischer Systeme, *Mathematische Annalen*, vol. 103, 710–719, (1930).
- [7] D. Jewitt and N. Haghighipour, Irregular Satellites of the Planets: Products of Capture in the Early Solar System, *Annual Review of Astron and Astrophys*, vol. 45, 261–295, (2007).
- [8] V. Krish, E. A. Belbruno and W. M. Hollister, An investigation into critical aspects of a new form of low energy lunar transfer, the Belbruno-Miller trajectories, *AIAA/AAS Astrodynamics Conference*, 435–444, (1992).
- [9] J. B. Pollack, J. A. Burns and M. E. Tauber, Gas drag in primordial circumplanetary envelopes - A mechanism for satellite capture, *Icarus*, vol. 37, 587–611, (1979).
- [10] G. D. Racca, New Challenges to Trajectory Design by the Use of Electric Propulsion and Other New Means of Wandering in the Solar System, *Celestial Mechanics and Dynamical Astronomy*, vol. 85, 1–24, (2003).
- [11] V. Szebehely, *Theory of Orbits: The Restricted Problem of Three Bodies*, (1967).
- [12] E. Vieira Neto, O. C. Winter and T. Yokoyama, The effect of Jupiter’s mass growth on satellite capture. Retrograde case, *Astronomy and Astrophysics*, vol. 414, 727–734, (2004).
- [13] E. Vieira Neto and O. C. Winter, Gravitational Capture of Asteroids by Gas Drag, *Mathematical Problems in Engineering* vol. 2009, 1–12, (2009).