

CONEM 2016
CONGRESSO NACIONAL DE
ENGENHARIA MECÂNICA

21-25
AGOSTO DE 2016
FORTALEZA - CEARÁ

BANCADA DIDÁTICA PARA ANÁLISE DA FORÇA AXIAL EM ENGRENAGENS HELICOIDAIS

Jakerson Ricardo Gevinski, jakersong@gmail.com

Universidade Federal de Santa Catarina, Centro de Joinville, Departamento de Engenharia da Mobilidade

Resumo: No engrenamento entre duas rodas dentadas de dentes de perfil evolvente e helicoidal estão presentes as componentes de forças tangencial, radial e axial. A força que transmite o torque e o movimento é a força tangencial. As outras duas componentes geralmente são indesejáveis, pois apenas causam tensões de flexão e axial no eixos que suportam as engrenagens. A componente de força radial é devido ao ângulo de pressão do dente. A força axial surge devido ao ângulo de hélice da engrenagem helicoidal e também é conhecida como força de empuxo. Em relação à força axial, além de se conhecer sua magnitude, é também importante se conhecer seu sentido. O sentido desta força é depende do sentido de giro da engrenagem motora e a inclinação dos dentes helicoidais, para direita ou para esquerda. A literatura carece de informações sobre como se determinar o sentido da força axial, principalmente com figuras ou mesmo, imagens de experimentos que mostram a atuação da força axial no par engrenado. Desta forma, propõe-se o estudo da força axial em uma bancada didática. A bancada didática consiste em um par engrenado com engrenagens helicoidais, onde será possível observar quatro diferentes tipos de transmissão. Engrenagem motriz com dentes à direita e engrenagem movida com dentes à esquerda, engrenagem motriz com dentes à esquerda e engrenagem movida de dentes à direita, além da possibilidade de se alterar o sentido de giro, no sentido horário ou anti-horário. O apoio axial das engrenagens será a partir de molas de compressão. Assim, será possível visualizar o sentido da força axial para cada caso analisado. Os resultados serão mostrados principalmente em formas de figura e imagens, contribuindo no ensino de engenharia e na disciplina de elementos de máquinas.

Palavras-chave: Engrenagem Helicoidal, Força Axial, Bancada didática

1. INTRODUÇÃO

Engrenagens são rodas dentadas utilizadas para transmitir movimento de rotação e potência de um eixo para outro. As primeiras engrenagens foram provavelmente feitas cruamente de madeira e outros materiais fáceis de serem trabalhados. Sendo meramente constituídas por pedaços de madeira inseridos em um disco ou roda. Após um grande desenvolvimento e o advento da revolução industrial, as engrenagens passaram a ser de materiais metálicos muito mais resistentes.

Nas engrenagens o torque é transmitido a partir de uma força na direção tangencial. Em dentes de perfil evolvente, uma componente de força radial surge devido ao ângulo de pressão da engrenagem. Especificamente nas engrenagens helicoidais, além dos esforços radiais (tangencial e radial), está presente uma componente de força na direção axial, devido ao ângulo de hélice da engrenagem.

O conhecimento da amplitude, direção e sentido dessas forças é importante, pois, as forças agem nos eixos onde as engrenagens são montadas, causando flexão no eixo e também reações nos mancais que os suportam. Considerando uma condição de equilíbrio estático, as forças agindo nos eixos e as reações nos mancais podem ser determinadas. No entanto, muitos estudantes de engenharia apresentam dificuldades em fazer o diagrama de corpo livre das engrenagens e determinar corretamente as forças e suas direções. O diagrama de corpo livre é o primeiro passo para análise de forças e tensões presentes no sistema. Muitos livros de projetos de máquinas (Shigley, 1981; Mott, 2003; Norton, 2005; Budynas, e Nisbett, 2008) tipicamente incluem equações para se determinar a amplitude das forças nas engrenagens, mas apresentam exemplos limitados sobre a direção e sentido das forças. Thomas e Hillsman (1993) propuseram regras simples na determinação da direção das forças nas engrenagens. Entretanto, não há muitas ilustrações sobre estas regras.

Neste artigo, mostra-se as regras simples para a determinação do sentido da força axial em engrenagens helicoidais e também um projeto de bancada didática para a observação destas forças. Os resultados serão mostrados principalmente em formas de figura e imagens, contribuindo no ensino de engenharia.

2. FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

Quando duas engrenagens estão transmitindo torque (engrenadas), é importante conhecer qual engrenagem é a motora ou motriz (ligada ao motor) e qual a engrenagem é a movida (ligada ao eixo movido). Nos trens de engrenagens (sistema formado por duas ou mais engrenagens transmitindo torque), geralmente a engrenagem menor é denominada pinhão e as demais simplesmente engrenagem.

Na engrenagem motora de dentes evolventes, o ponto de contato entre a engrenagem movida move-se ao longo de uma linha conforme a engrenagem rotaciona. Esta linha é chamada de linha de ação ou linha de pressão. A força de engrenamento que rotaciona a engrenagem movida será ao longo desta linha de ação. Em qualquer ponto ao longo da linha de ação, esta força criará o mesmo torque em relação à engrenagem. Convencionalmente, utiliza-se um ponto fixo de contato (ponto primitivo) para simplificar a representação das forças durante o engrenamento. O ponto primitivo é a intersecção da linha de ação e a linha que liga os centros das engrenagens. O ângulo entre a direção da velocidade tangencial no ponto primitivo e a linha de ação é chamado ângulo de pressão. A Fig. 1 mostra duas engrenagens em contato. Em cada quadro da figura, é possível se observar que o ponto de contato entre os dentes, marcado em preto, percorre a linha vermelha durante a rotação das engrenagens.

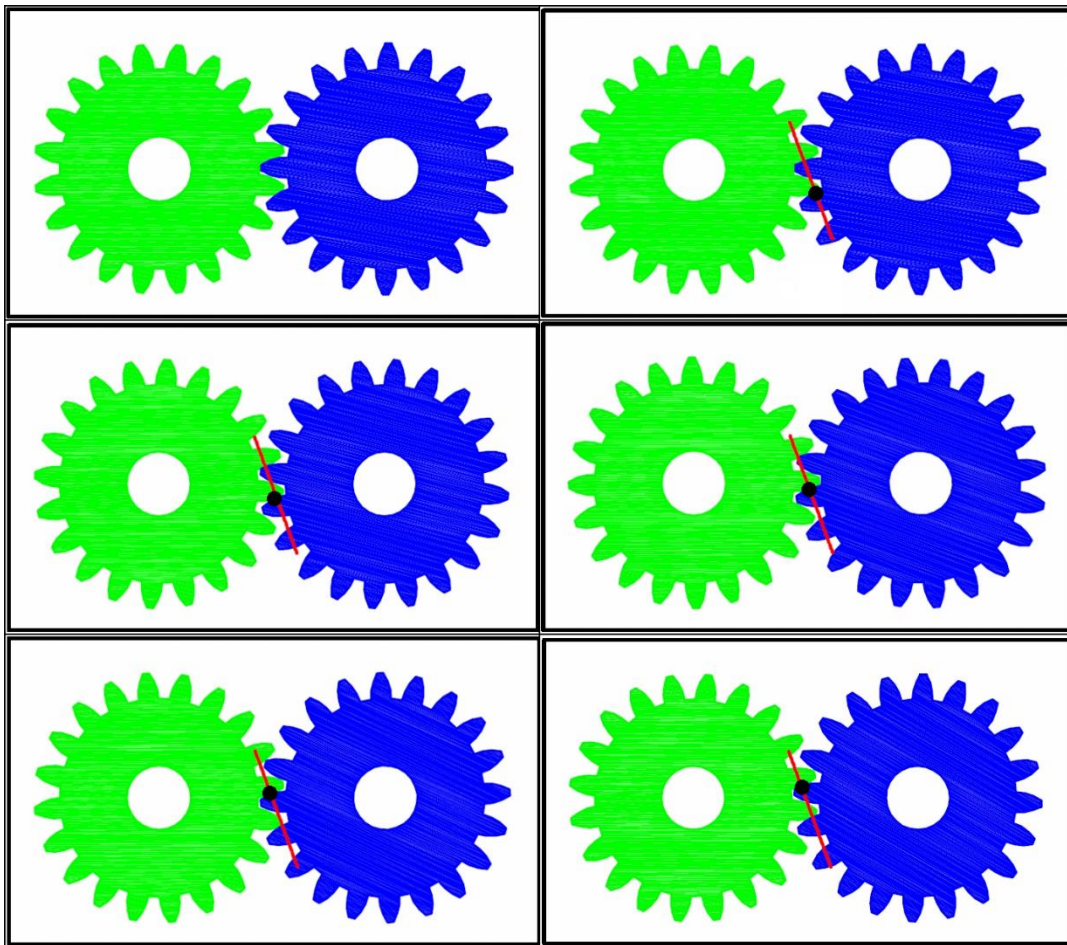


Figura 1. Ponto de contato movendo-se ao longo da linha de ação durante a rotação das engrenagens

A força de engrenamento em engrenagens de dentes evolventes retos, negligenciando o atrito, pode ser decomposta em duas componentes: componente tangencial F_t , a qual é responsável pela transmissão do torque, e a componente radial. A componente radial F_r é na direção radial e sempre no sentido do centro da engrenagem. Isto porque a força de engrenamento é uma força compressiva, sempre “empurrando” o dente da engrenagem.

A força tangencial na engrenagem motora será na direção e sentido que equilibra o torque de entrada T , ou seja:

$$\sum T = 0 \quad (1)$$

Consequentemente, a componente tangencial F_t na engrenagem motora será no sentido oposto do torque de entrada:

$$T + F_t \frac{d}{2} = 0 \quad (2)$$

onde d representa o diâmetro primitivo da engrenagem.

A componente tangencial da engrenagem movida será no sentido oposto ao da engrenagem motora, respeitando o princípio da ação e reação. O sentido da rotação da engrenagem movida será determinado por esta força, como se esta força é que gira a engrenagem movida. A Fig. 2 mostra três eixos paralelos conectados por engrenagens cilíndricas de dentes retos, a indicação da rotação do eixo de entrada, intermediário e de saída, e também o sentido do torque.

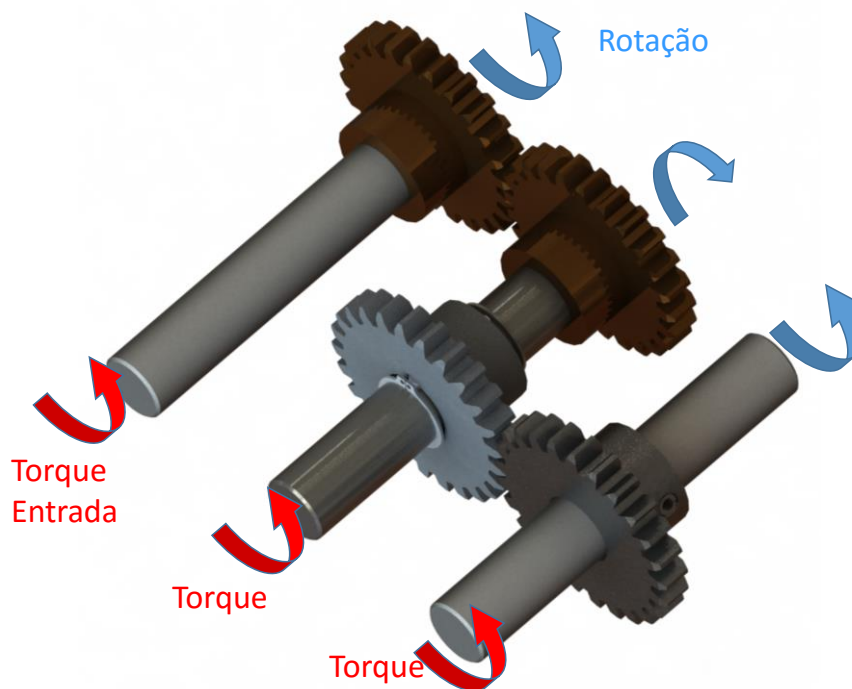


Figura 2. Eixos paralelos transmitindo torque a partir de engrenagens cilíndricas de dentes retos

A Fig. 3 mostra as direções das forças tangenciais e radiais agindo nos pontos de contato das engrenagens. O torque é equilibrado pela componente de força tangencial que age na engrenagem.

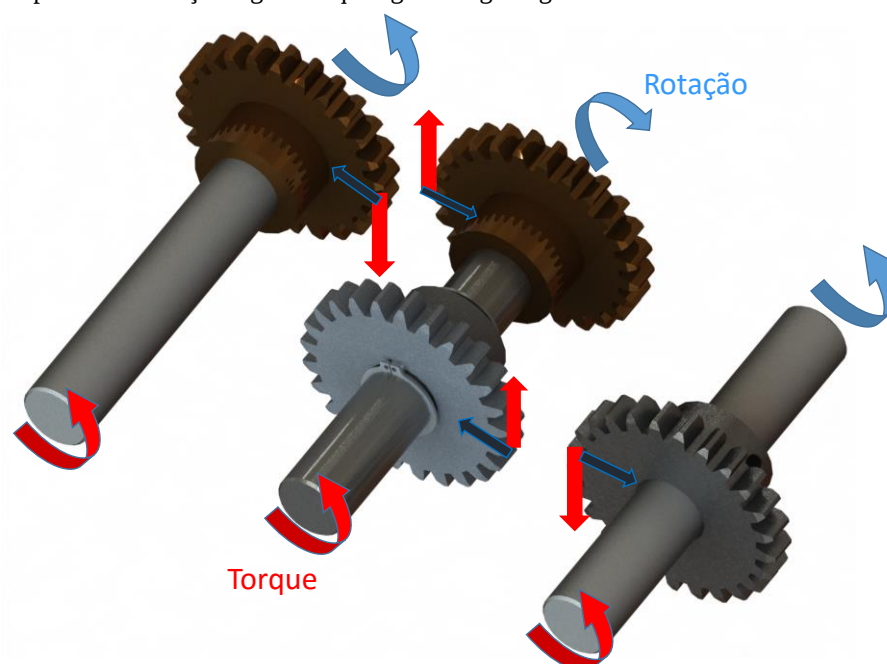


Figura 3. Diagrama de corpo livre o trem de engrenagem. Direção das forças tangenciais (vermelho) e radiais (azul) nos pontos de contato das engrenagens.

2.1. Forças nas Engrenagens Helicoidais

Engrenagens cilíndricas de dentes retos e helicoidais são utilizadas para conectar eixos em paralelos. No caso de engrenagens helicoidais, também podem ser utilizadas para transmissão de torque em eixos não paralelos. Engrenagens de dentes retos possuem dentes paralelos ao eixo, enquanto as engrenagens helicoidais apresentam dentes inclinados em relação ao eixo.

A inclinação dos dentes em relação ao eixo é devido ao ângulo de hélice da engrenagem helicoidal. Geralmente a largura das engrenagens são menores que um passo de hélice, e assim, não é possível perceber que os dentes formam um helicóide em torno do eixo. A Fig. 4 ilustra um eixo com largura superior ao passo de hélice para visualização do helicóide. Os dentes da engrenagem são cortados de modo a formar uma hélice na Engrenagem. Essa hélice pode se desenvolver para direita ou para esquerda.



Figura 4. Eixo com dentes helicoidais para ilustração da hélice (helicóide ou espiral) formada por um dente em uma engrenagem helicoidal direita

A força de engrenamento nos dentes helicoidais tem três componentes: tangencial, radial e axial. A direção e sentido da força tangencial W_t e a força radial W_r são determinadas da mesma forma que nas engrenagens de dentes retos. No entanto, o sentido da força axial W_a depende do arranjo entre as engrenagens, sendo que uma engrenagem helicoidal com dentes inclinados para esquerda deve acoplar com uma engrenagem de dentes inclinados para direita e vice-versa, se o par é montado em eixos paralelos. A Fig. 5 ilustra uma engrenagem helicoidal e as componentes de força agindo no ponto de contato.

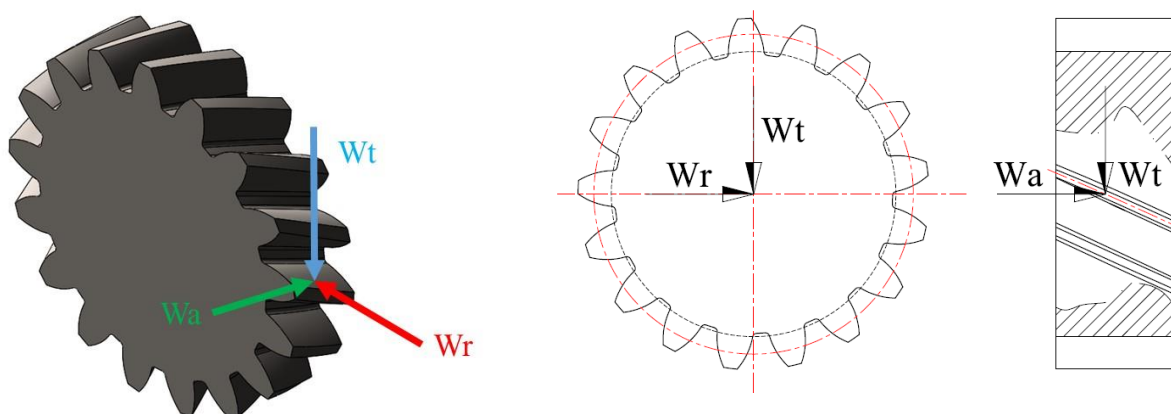


Figura 5. Componentes de força em uma engrenagem helicoidal

O sentido da força axial no eixo pode ser determinado aplicando-se a regra da mão direita ou esquerda na engrenagem motora. Considerando uma engrenagem motora com os dentes inclinados para direita, usa-se a mão direita para a determinação do sentido da força axial. Neste caso, com os dedos da mão direita apontando para o sentido de rotação da engrenagem motora, o dedo polegar apontará no sentido da força axial que age no eixo da engrenagem motora. O sentido das forças axiais e de rotação para este caso pode ser visto na Fig. 6a. O sentido da força axial que age no eixo da engrenagem movida será o oposto ao sentido da força axial que age no eixo motor, respeitando o equilíbrio de forças ou

o princípio de ação e reação. Analogamente, para engrenagem motora de dentes inclinados para esquerda, utiliza-se a mão esquerda na determinação do sentido da força axial, conforme Fig. 6b.

A força axial move o eixo lateralmente carregando os mancais. Se os mancais não são corretamente especificados, pode haver possibilidade de falha do equipamento. Em um trem de engrenagens helicoidais, composto, por exemplo, por engrenagem de entrada, saída e uma intermediária, a força axial resultante na engrenagem intermediária é nula. Outra forma de se evitar a força axial é utilizando-se engrenagens helicoidais dupla, com metade da largura da engrenagem com dentes para direita e a outra para esquerda.

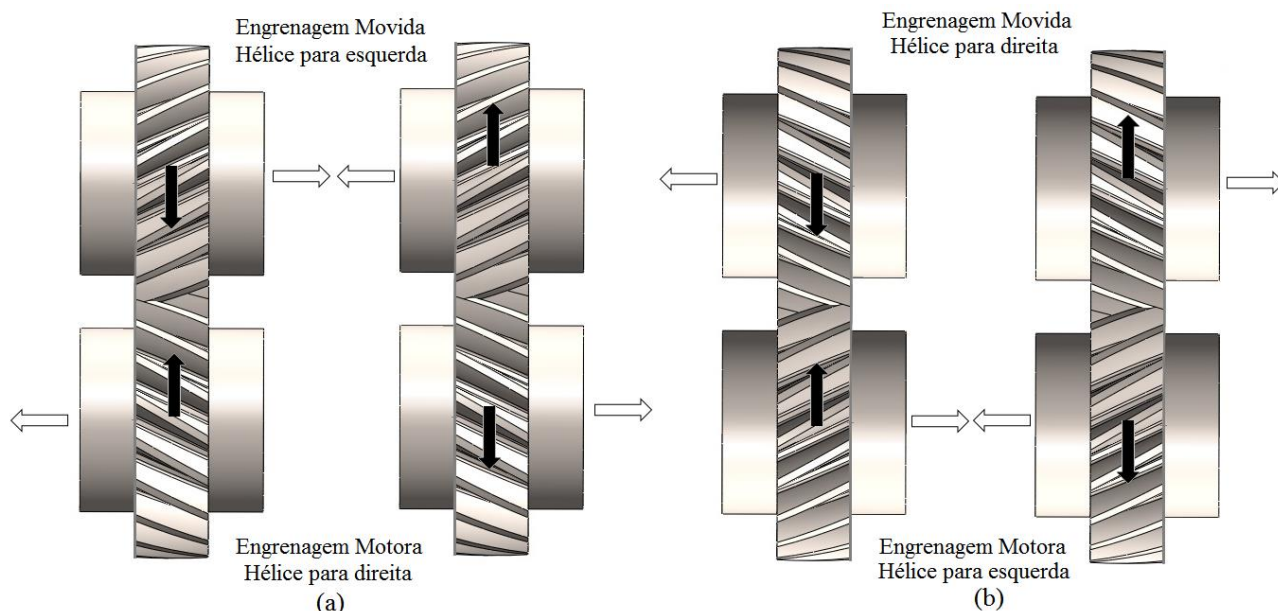


Figura 6. Sentido das forças axiais em engrenagens helicoidais
(a) Engrenagem motora hélice direita (b) Engrenagem motora hélice esquerda.
 Seta horizontais indicam o sentido da força axial e setas verticais indicam o sentido de rotação

3. BANCADA DIDÁTICA

A bancada didática em questão está relacionada à análise do sentido da força axial em um trem de engrenagem helicoidal. A bancada didática consiste em um par engrenado paralelamente com engrenagens helicoidais, onde será possível observar quatro diferentes tipos de transmissão. Engrenagem motora com dentes à direita e engrenagem dentes à esquerda, engrenagem motora com dentes à esquerda e dentes à direita, além da possibilidade de se alterar o sentido de giro no sentido horário ou anti-horário.

A bancada possui duas engrenagens helicoidais, uma com hélice para direita e outra para esquerda. Essas engrenagens são montadas em eixos os quais são bi apoiados por mancais. Entre os mancais e as engrenagens são colocadas molas com baixa rigidez, suficiente para gerar uma certa deflexão devido à força axial promovida pelas engrenagens. Em uma extremidade dos dois eixos são colocadas manivelas para que o torque seja transmitido manualmente. Em outra extremidade dos dois eixos são colocadas travas para impedir o movimento do eixo movido. Esse travamento cria resistência ao movimento e a força axial gerada nas engrenagens acaba comprimindo uma das molas, indicando assim, o sentido da força axial. Os movimentos e travamentos podem ser feitos de forma alternada avaliando as diferentes possibilidades para o sentido da força axial.

A Fig. 8 mostra o projeto da bancada didática.

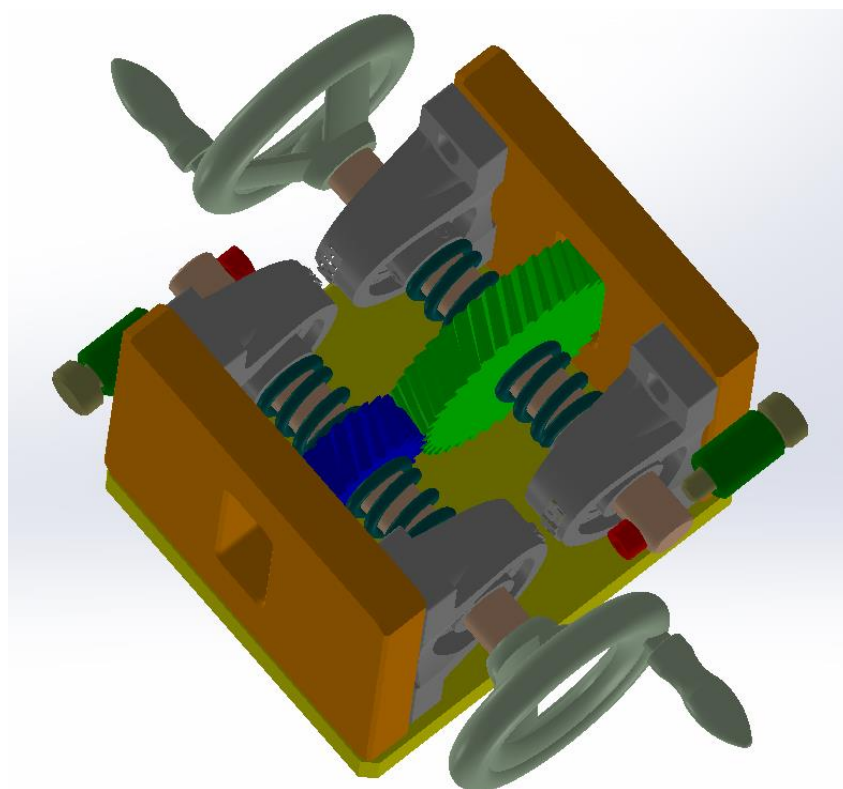


Figura 8. Projeto bancada didática para estudo da força axial em engrenagem helicoidal

O dimensionamento prévio dos elementos que compõe a bancada pode ser feito considerando a disponibilidade de algumas peças. O diâmetro dos eixos escolhido inicialmente foi de 20 mm. Considerando que os eixos sejam de aço e o critério de falha seja o escoamento, para os esforços adicionados, o eixo é sobre dimensionado, pois a bancada didática será acionada manualmente. No entanto, espera-se maior rigidez dos eixos para melhor observação da força axial. Eixos mais flexíveis poderiam permitir também a observação das forças radiais e tangenciais atuando, mas poderia prejudicar a observação da força axial.

Dentre os elementos da bancada que necessitam atender alguns requisitos específicos estão as molas. Molas com elevada rigidez implicariam em grandes esforços e prejudicando a visualização do deslocamento axial das engrenagens. Para um projeto de mola compatível à bancada de baixa rigidez, é essencial se conhecer o torque aplicado e também os diâmetros das engrenagens.

Pelas proporções dimensionais do projeto, escolheu-se módulo normal das engrenagens helicoidais $m_n = 2$ mm. Este módulo se refere ao plano normal aos dentes da engrenagem. Nas engrenagens helicoidais paralelas é comum a utilização do ângulo de hélice entre 5° a 35° . Neste caso, preferiu-se utilizar um ângulo de $\psi = 35^\circ$ para que a componente de força axial seja a maior possível, pois a força axial depende deste ângulo. Na Tab. 1 estão os parâmetros definidos ou calculados para as engrenagens:

Tabela 1. Parâmetros utilizados para as engrenagens helicoidais

<i>Parâmetro</i>	<i>Calculado / Definido</i>	<i>Valor</i>
Módulo normal m_n	Definido	2 mm
Ângulo de pressão ϕ	Definido	20°
Ângulo de hélice ψ	Definido	35°
Número de dentes Z motora	Definido	20 dentes
Número de dentes Z movida	Definido	40 dentes
Módulo transversal m_t	$m_t = m_n / \cos(\psi)$	2,44 mm
Diâmetro primitivo D_p motora	$D_p = m_t Z$	48,83 mm

A força que será aplicada à manivela foi estimada conforme a recomendação em Protec (1982). Para uma manivela com braço de $b = 100$ mm, uma pessoa aplica convencionalmente uma carga $F = 140$ N. Conhecida a força e o braço da manivela, o torque T adicionado ao eixo de entrada é calculado pela Eq. (3):

$$T = F/b$$

$$T = (140)/0,100 = 14\text{Nm} \quad (3)$$

Assim, as forças tangenciais, radiais e axiais nas engrenagens helicoidais são determinadas por:

$$F_t = 2T/D_p = 2(14)/48,83 = 0,573\text{ N}$$

$$F_r = F_t \tan(\phi) = 0,573 \tan(20^\circ) = 0,208\text{ N}$$

$$F_a = F_t \tan(\psi) = 0,573 \tan(35^\circ) = 0,401\text{ N} \quad (4)$$

Conhecida a componente axial da força de engrenamento, foi determinada a geometria das molas. As molas necessitam ser ajustadas aos eixos. Desta forma, o diâmetro interno das mesmas foi definido aproximadamente $d_i = 20$ mm. Conforme Norton (2005), o diâmetro do fio ou arame da mola deve ser de 4 a 12 vezes menor que o diâmetro primitivo D da mola. Estes valores referem-se ao índice de mola C , o qual é a razão entre o diâmetro primitivo e o diâmetro do arame ou fio da mola. Índices de mola muito pequeno dificultam a fabricação da mola, e índices de mola elevado, torna a mola instável quanto à flambagem. Como as molas ficarão ajustadas aos eixos, foi desconsiderada a recomendação para se evitar a flambagem e foi utilizado um índice de mola $C = 21$. Desta forma, o diâmetro do fio de mola resulta em $d = 1$ mm. Considerando uma deflexão da mola aproximadamente de $x = 7,5$ mm, a constante de mola k pode ser calculada por:

$$k = F_a/x = 0,401/0,0075 = k \approx 54\text{ N/m} \quad (5)$$

Não necessitando de grandes resistências e também buscando um material de baixo custo para o fio da mola de $d = 1$ mm, optou-se pelo aço A227 de resistência à tração S_{ut} de 1753 MPa e resistência ao cisalhamento $S_{us} = 0,67S_{ut}$ (Norton, 2005). O módulo de elasticidade transversal G do fio de mola foi considerado igual a 80 GPa.

Com a constante de mola conhecida, pode-se calcular o número de espiras ativas N_a pela Eq. (6):

$$N_a = \frac{Gd^4}{8kD^3} = \frac{80 \cdot 10^9 (0,001)^4}{8(54)(0,021)^3} \approx 20 \text{ espiras} \quad (6)$$

Para melhor assentamento da mola entre as engrenagens e o suporte lateral, as extremidades das molas serão esquadrejadas e esmerilhadas, tornando-as paralelas. Assim, o número total de espiras é $N_t = N_a + 2$ e o comprimento sólido ou fechado da mola é $L_s = N_t d = 22$ mm. Prevendo uma deflexão inicial da mola, o comprimento livre L_f da mola adotado foi de 34 mm. A Fig. 9 mostra as dimensões da mola.

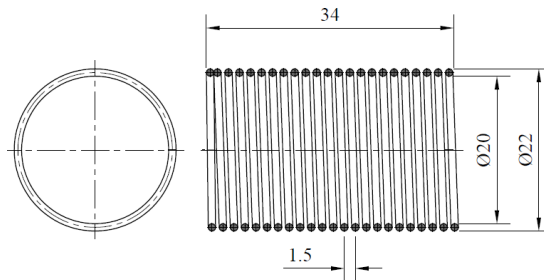


Figura 9. Dimensões básicas previamente definidas para as molas da bancada

As dimensões da mola mostrada na Fig. 9 são dimensões previamente definidas, estas para atender a condição da constante k desejada. Conforme a disponibilidade comercial das molas, a mesma pode ser redefinida, desde que não seja necessário muito esforço para compressão da mola. O diâmetro interno da mola pode ser maior para atender a recomendação de folga entre a mola e o eixo, a qual deve ser de $0,05D$ (Norton, 2005).

A força máxima para compressão total da mola é calculada considerando a diferença entre o comprimento livre da mola L_f e o comprimento fechado da mola L_s da seguinte forma:

$$F_{\max} = k(L_f - L_s) \approx 54(0,034 - 0,022) = 0,648\text{ N} \quad (7)$$

A tensão de cisalhamento na qual a mola estará submetida após sua compressão total é calculada por (Norton, 2005):

$$\tau_{\max} = K_s \frac{8DF_{\max}}{\pi d^3} \quad (8)$$

onde K_s é o fator de cisalhamento direto determinado por:

$$K_s = 1 + 0,5 \frac{D}{d} \quad (9)$$

Sendo assim, a tensão de cisalhamento máxima na mola totalmente comprimida será de $\tau = 35,45\text{MPa}$, inferior ao limite de cisalhamento S_{us} para o material escolhido.

4. CONCLUSÃO

Neste artigo foi apresentado o projeto da bancada didática para análise da força axial em engrenagens cilíndricas helicoidais montadas em eixos paralelos. Além disso, foi mostrado uma regra simples para a determinação do sentido da força axial em engrenagens helicoidais. Utilizando a mão direita para engrenagens motoras com hélice inclinadas para direita e a mão esquerda para engrenagens motoras com hélice inclinadas para esquerda. Essa regra simples ajuda o aluno de engenharia ou mesmo o projetista na hora de decidir, por exemplo, quais serão os rolamentos necessários para apoiar o eixo que contém as engrenagens e quais suas posições. Caso não seja previsto corretamente o mancal de apoio, o equipamento pode apresentar falhas, pois alguns rolamentos não devem receber cargas axiais elevadas. Os resultados preliminares da bancada estão de acordo com os esperados em relação ao sentido das forças axiais.

5. AGRADECIMENTOS

O autor gostaria de agradecer a Universidade Federal de Santa Catarina pelo apoio.

6. REFERÊNCIAS

- Budynas, R., Nisbett, J. K., 2008, “*Shigley’s Mechanical Engineering Design*” Ed. McGraw-Hill.
 Mott, R. L., 2003, “*Machine Elements in Mechanical Design*”, Ed. Prentice Hall.
 Norton, R. L., 2005, “*Machine Design: An Integrated Approach*”, Ed. Prentice Hall.
 Protec. 1982 “*Projetista de Máquinas*”. Ed. F. Provenza.
 Shigley, J. E., Uicker J. J. Jr., 1981, “*Theory of Machines and Mechanisms*”, Ed. McGraw-Hill.
 Spotts, M. F., Shoup, T. E., 2003, “*Design of Machine Elements*”, Ed. Prentice Hall.
 Thomas, R. C., Hillsman, V. S. “*Simple Word Rules for the Determination of Gear Force Direction*”, Proceedings of Frontiers in Education Conference pp. 682-5.

7. RESPONSABILIDADE AUTORMAL

“O autor é o único responsável pelo conteúdo deste trabalho”.

DIDATIC BENCH FOR ANALYSIS OF AXIAL FORCE IN HELICAL GEARS

Jakerson Ricardo Gevinski, jakersong@gmail.com

Universidade Federal de Santa Catarina, Centro de Joinville, Departamento de Engenharia da Mobilidade

Abstract. When two gears of involute and helical profile teeth are meshed, the components force are; tangential, radial and axial forces. The only force that transmits the torque and the movement is the tangential force. The radial force is due to tooth pressure angle. The axial force is due to the helix angle of the helical gear and is also known as thrust force. In relation to this force, the problem is in determining the direction, it is due to the direction of rotation of the driver gear and inclination of the teeth: to right or left. The literature lacks information on how to determine the direction of the axial force, mainly with pictures or images of experiments that show the action of the axial force on the gear pair. Thus, it is proposed the study of axial force in a didactic bench. The didactic bench consists of a pair meshed helical gears, where it is possible to observe four different types of transmission. The results will be mainly shown in figure shapes and images, contributing in engineering education and discipline of machine elements.

Keywords: Helical Gear, axial force, transformation matrix.