

**CONEM 2016**  
CONGRESSO NACIONAL DE  
ENGENHARIA MECÂNICA

**21-25**  
**AGOSTO DE 2016**  
**FORTALEZA - CEARÁ**

## MODELAGEM MATEMÁTICA DA PRODUÇÃO DE BIOMASSA DE MICROALGAS CULTIVADAS COM EMISSÕES DE UM MOTOR DIESEL

Wellington Balmant, wbalmant@gmail.com<sup>1</sup>

Diego de Oliveira Corrêa, diego.biodoc@gmail.com<sup>1</sup>

Beatriz Santos, biologia\_bia@yahoo.com.br<sup>1</sup>

Nelson Fernando Herculano Selesu, nefeherse@gmail.com<sup>1</sup>

André Bellin Mariano, andrebmariano@gmail.com<sup>1</sup>

José Viriato Coelho Vargas, vargasjvcv@gmail.com<sup>1</sup>

<sup>1</sup> Universidade Federal do Paraná, Caixa Postal 19011, Curitiba, PR, Brasil, CEP:81531-980

**Resumo:** A utilização de biomassa de microalgas para a produção de biocombustíveis é vista como uma alternativa promissora devido a sua composição química, características da cultura e a capacidade de fixar CO<sub>2</sub> através da fotossíntese, resultando em aumento da produtividade das culturas e no tratamento de diferentes emissões. O objetivo deste trabalho é desenvolver um modelo matemático que descreve o crescimento de microalgas e produção de biomassa em fotobiorreatores suplementadas com gases de combustão de motores diesel, visando assim o tratamento dessas emissões. Para simplificar a análise, considerou-se como parâmetros capazes de influenciar o crescimento de microalgas as concentrações de fósforo e nitrogênio total, o CO<sub>2</sub> presente na mistura gasosa utilizada, bem como a temperatura e a intensidade da luz no período. O sistema modelado é fotobiorreator airlift com recirculação interna alimentado com emissões, que foi dividido em elementos de volume. Foi feita a validação experimental do modelo comparando as simulações com dados experimentais obtidos. O modelo proposto pode ser utilizado como uma ferramenta para a criação e a otimização da produção de biomassa de microalgas em escala industrial.

**Palavras-chave:** modelagem matemática, transferência de massa, microalgas, biocombustíveis

### 1. INTRODUÇÃO

Microalgas são microrganismos unicelulares que utilizam a fotossíntese com fonte de geração de energia (Loureño, 2006). Uma característica importante do cultivo de microalgas é a sua versatilidade, que permite relacionar diferentes aplicações no mesmo processo como o tratamento de águas residuais, a produção de suplementos alimentares, alimentos para animais, produtos farmacêuticos e químicos. Outra característica atrativa do uso de microalgas, em comparação com a utilização de outros micro-organismos, é a sua capacidade fotossintética para converter energia solar em biomassa com composição química atraente do ponto de vista da energia (De La Noue e De Paul, 1988). Microalgas são a única matriz para a produção de biodiesel, que pode substituir o uso de combustíveis fósseis e, ao contrário de outras oleaginosas, tem crescimento rápido, além de ter alto teor lipídico, comumente apresentando conteúdo 20-50%. Elas têm também o crescimento rápido: microalgas comumente duplicação da biomassa ao longo de um período de 24 horas, embora durante a fase de crescimento exponencial este tempo pode ser de até 3,5 h (Chisti, 2007).

Contudo, se faz necessário que os processos de produção de microalgas sejam otimizados para que se tornem economicamente viáveis. Um exemplo disso é o processo de produção de biodiesel de microalgas que ainda não consegue competir com o diesel fóssil (Chisti, 2007).

Entretanto os modelos matemáticos propostos na literatura descrevem apenas parcialmente o processo de cultivo de microalgas e não abordam o processo como um todo. O trabalho Grima et al. (1994), por exemplo, apresenta um modelo de cinética de crescimento de microalgas em fotobiorreatores tubulares, mas não considera a taxa de transferência de espécies gasosas no meio. Em contraste, Sugai (2012) descreve um modelo considera que a transferência de massa das espécies na fase gasosa para a fase líquida, mas não descreve a cinética de crescimento, produção de biomassa e consumo de nutrientes.

Sendo assim o objetivo deste trabalho é propor um modelo matemático para o processo de cultivo de microalgas em fotobiorreator piloto, modelo airlift, utilizando como gases provenientes de um motor diesel na alimentação do

fotobiorreator. O modelo avalia o consumo de nutrientes, a influência da luz e da temperatura na velocidade de crescimento da alga e as trocas gasosas no fotobiorreator. O modelo foi validado experimentalmente a partir dos dados experimentais obtidos na dissertação de mestrado Corrêa (Corrêa, 2015).

## 2. MATERIAIS E MÉTODOS

O fotobiorreator airlift foi dividido em 38 elementos de volume como ser observado na Fig. 1. Este fotobiorreator tem 300 cm de comprimento e tem diâmetro do tubo igual a 5 cm. Em cada elemento de volume foi realizado o balanço de massa para cada componente do sistema, exceto no elemento 38 onde o balanço de massa foi feito apenas para os componentes gasosos do sistema. No elemento 1 e 22 há uma transferência de massa na interfase entre a fase líquida e gasosa que foi descrita segundo a lei de Henry. Assumiu-se que a pressão no elemento 38 é constante, mudando apenas sua composição com o tempo. Através da técnica de elementos de volume cada elemento pode ser tratado como tendo propriedades homogêneas e ser descrito através de equações diferenciais ordinárias. Esse método é proposto por Vargas et al. (2001). O modelo matemático vai ser descrito em duas partes: Modelo cinético e balanço de massa.

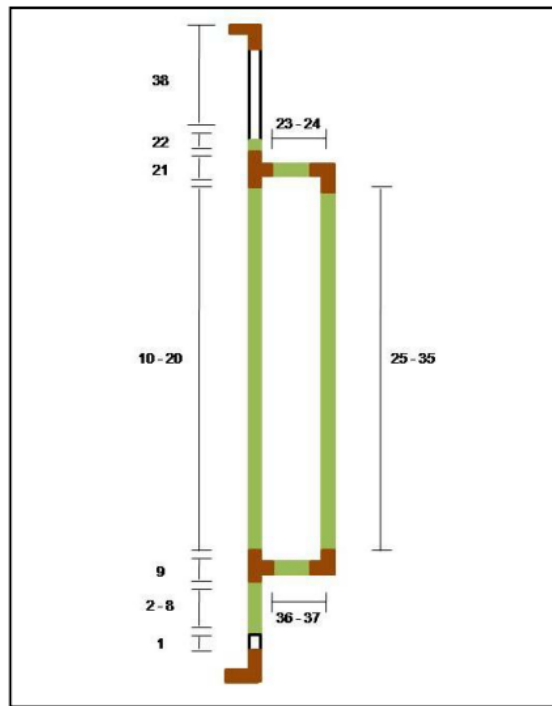


Figura 1. Elementos de volume do fotobiorreator airlift.

### 2.1. Cinética de crescimento

O crescimento foto-autotrófico das microalgas pode ser descrito simplificadaamente através da Eq. (1). Os nutrientes junto com o dióxido de carbono são convertidos em biomassa através do fornecimento de energia proveniente da luz e gerando oxigênio.



A velocidade de específica de crescimento de microalgas e produção de biomassa foram definidas de acordo com o trabalho de Balmant et al., (2011), como mostrado na Eq. (2). Nessa equação é possível observar que a velocidade de crescimento é um função que depende da temperatura, intensidade luminosa, concentração de dióxido de carbono, nitrogênio total e fósforo total.

$$\mu = \mu_{max} \cdot \mu(T) \cdot \mu(I_0) \cdot \mu(CO_2) \cdot \mu(N_{tot}) \cdot \mu(P_{tot}) \quad (2)$$

A equação (3) apresenta o efeito da temperatura sobre a taxa de crescimento específica de cultivo de microalgas, em que há um intervalo de temperaturas ótima para o crescimento.

$$\mu(T) = a.T^2 + b.T + c \quad (3)$$

A equação (4), descrita por Aiba (1982), descreve o efeito da luz sobre a velocidade de crescimento da microalga. Como pode ser observado embora as microalgas necessitem de luz para o crescimento o excesso de luz solar é lesivo as microalgas inibindo o crescimento (Chisti, 2007).

$$\mu(I_o) = \frac{I_o}{\left( K_{I_o} + I_o + \frac{I_o^2}{K_{i_{I_o}}} \right)} \quad (4)$$

A equação (5) descreve a influência do CO<sub>2</sub> sobre o crescimento de microalgas e o seu efeito inibidor quando presente em excesso no meio (Andrews, 1968).

$$\mu(CO_2) = \frac{CO_2}{\left( K_{CO_2} + CO_2 + \frac{CO_2^2}{K_{i_{CO_2}}} \right)} \quad (5)$$

A influência de concentrações de nitrogênio e de fósforo total presentes no meio de cultura e disponíveis para a absorção pelas algas, é descrito nas Eq.(6) e Eq. (7) (Araújo et al., 2009).

$$\mu(N_{tot}) = \frac{N_{tot}}{(K_{N_{tot}} + N_{tot})} \quad (6)$$

$$\mu(P_{tot}) = \frac{P_{tot}}{(K_{P_{tot}} + P_{tot})} \quad (7)$$

## 2.2. Balanço de massa

Com as equações que descrevem a cinética de crescimento de microalgas é possível deduzir o balanço de massa das espécies presentes na fase aquosa e a fase gasosa no topo em diferentes volumes de controle do fotobiorreator. O balanço de massa para a biomassa seca (X<sub>i</sub>) pode ser descrito pela diferença entre o fluxo de biomassa seca nos elementos de volume e o aumento de biomassa produzido no interior do elemento de volume (EV) analisado. O termo produção considera a concentração de biomassa no elemento de volume e a velocidade de específica de crescimento (μ). O balanço de massa para a produção de biomassa para dentro do fotobiorreator nos EV 2-20 e 23-37 é dada pelas equações com base no modelo proposto por Balmant et al. (2011) como mostrado na Eq. (8):

$$\frac{dX_i}{dt} = \frac{v_{liq} \cdot (X_{i-1} - X_i)}{L_i} + \mu \cdot X_i \quad (8)$$

Da mesma forma, o balanço de massa de nutrientes é fornecida pela Eqs. (9), (10), (11) e (12) que descreve o comportamento dos substratos e produtos nos EV 2-20 e 23-37, de acordo com o trabalho Balmant et al. (2011):

$$\frac{dN_{tot_i}}{dt} = \frac{v_{liq} \cdot (N_{tot_{i-1}} - N_{tot_i})}{L_i} - Y_{N_{tot}/x} \mu \cdot X_i \quad (9)$$

$$\frac{dP_{tot_i}}{dt} = \frac{v_{liq} \cdot (P_{tot_{i-1}} - P_{tot_i})}{L_i} - Y_{P_{tot}/x} \mu \cdot X_i \quad (10)$$

$$\frac{dCO_{2_i}}{dt} = \frac{v_{liq} \cdot (CO_{2_{i-1}} - CO_{2_i})}{L_i} - Y_{CO_2/x} \mu \cdot X_i \quad (11)$$

$$\frac{dO_{2_i}}{dt} = \frac{v_{liq} \cdot (O_{2_{i-1}} - O_{2_i})}{L_i} + Y_{O_2/x} \mu \cdot X_i \quad (12)$$

É importante ressaltar que cada termo das Eqs. (9), (10), (11) e (12) possuem um Y que pode ser denotado como coeficiente de rendimento. Esse coeficiente de rendimento significa o quanto essa espécie será consumida ou produzida para produção de uma grama de biomassa seca. Por exemplo, o Y<sub>CO<sub>2</sub></sub> possui o valor de 1,88, logo são necessários 1,88 gramas de dióxido de carbono para produção de uma grama de biomassa seca de microalga. Do mesmo modo o Y<sub>O<sub>2</sub></sub> possui o valor de 1,96, o que indica que cada grama de biomassa produzida gera 1,96 gramas de oxigênio gasoso. Nesse caso é importante ressaltar que o sinal na frente do Y<sub>O<sub>2</sub></sub> é positivo indicando a produção de oxigênio conforme a biomassa vai aumentando, contudo o sinal na frente dos demais Y é negativo indicando o consumo daqueles substratos conforme a biomassa seca aumenta. Isso está explicado e mais detalhe na Eq. (1), onde são mostrados quais são os substratos consumidos e os produtos gerados durante a produção de biomassa.

Com relação ao balanço de massa no EV1, este fica um pouco modificado, pois não há entrada de líquido e há uma troca gasosa na interfase entre o gás que esta sendo injetado no sistema e o EV1. Logo as equações modificadas para o EV1 ficam:

$$\frac{dX_1}{dt} = -\frac{v_{liq} \cdot X_i}{L_1} + \mu \cdot X_1 \quad (13)$$

$$\frac{dN_{tot1}}{dt} = -\frac{v_{liq} \cdot N_{tot1}}{L_1} - Y_{N_{tot/x}} \mu \cdot X_1 \quad (14)$$

$$\frac{dP_{tot1}}{dt} = -\frac{v_{liq} \cdot P_{tot1}}{L_1} - Y_{P_{tot/x}} \mu \cdot X_1 \quad (15)$$

$$\frac{dCO2_1}{dt} = -\frac{v_{liq} \cdot CO2_1}{L_1} - Y_{CO2/x} \mu \cdot X_1 + kla_{CO2ent} \cdot (CO2^* - CO2_1) \quad (16)$$

$$\frac{dO2_1}{dt} = -\frac{v_{liq} \cdot O2_1}{L_1} + Y_{O2/x} \mu \cdot X_1 + kla_{O2ent} \cdot (O2^* - O2_1) \quad (17)$$

Como pode ser observado as Eqs. (16) e (17) possuem um termo que representa a transferência de massa entre o gás que está sendo injetado no sistema e fase líquida contida no EV1. A concentração de equilíbrio é descrita através da equação de Henry, como mostra as Eqs. (18) e (19).

$$CO2^* = H_{CO2} \cdot P_{CO2ent} \quad (18)$$

$$O2^* = H_{O2} \cdot P_{O2ent} \quad (19)$$

Logo a concentração de equilíbrio depende apenas da pressão de entrada e da constante de Henry.

O balanço de massa no EV22 também sofre modificações, pois há uma troca gasosa entre o EV22 e o EV38. As equações ficam na forma:

$$\frac{dX_{22}}{dt} = +\frac{v_{liq} \cdot X_{21}}{L_{22}} + \mu \cdot X_{22} \quad (20)$$

$$\frac{dN_{tot22}}{dt} = +\frac{v_{liq} \cdot N_{tot21}}{L_{22}} - Y_{N_{tot/x}} \mu \cdot X_{22} \quad (21)$$

$$\frac{dP_{tot22}}{dt} = +\frac{v_{liq} \cdot P_{tot21}}{L_{22}} - Y_{P_{tot/x}} \mu \cdot X_{22} \quad (23)$$

$$\frac{dCO2_{22}}{dt} = +\frac{v_{liq} \cdot CO2_{21}}{L_{22}} - Y_{CO2/x} \mu \cdot X_{22} - kla_{CO2out} \cdot (CO2_{22} - CO2_{22}^*) \quad (24)$$

$$\frac{dO2_{22}}{dt} = +\frac{v_{liq} \cdot O2_{21}}{L_{22}} - Y_{O2/x} \mu \cdot X_{22} - kla_{O2out} \cdot (O2_{22} - O2_{22}^*) \quad (25)$$

A concentração de equilíbrio é descrita através da equação de Henry, como mostra as Eqs. (26) e (27).

$$CO2_{22}^* = H_{CO2} \cdot P_{CO2} \quad (26)$$

$$O2_{22}^* = H_{O2} \cdot P_{O2} \quad (27)$$

Onde  $P_{CO2}$  e  $P_{O2}$  são as pressões parciais de dióxido de carbono e oxigênio no EV38. Nota-se que aqui o sinal da transferência de massa é negativo nas Eqs. (24) e (25) pois aqui há uma saída dos gases para o EV38.

Por fim o ultimo balanço de massa a ser realizado é o balanço no EV38 que se trata de um volume gasoso. No EV38 a variação da pressão parcial para o dióxido de carbono e para o oxigênio pode ser descritas como:

$$\frac{dP_{CO2}}{dt} = \frac{R.T}{V_g \cdot M_{CO2}} \cdot \left[ kla_{CO2out} \cdot (CO2_{22} - CO2_{22}^*) - F_{gas} \cdot \frac{P_{CO2}}{P_{tot}} \right] \quad (28)$$

$$\frac{dP_{O2}}{dt} = \frac{R.T}{V_g \cdot M_{O2}} \cdot \left[ kla_{CO2out} \cdot (O2_{22} - O2_{22}^*) - F_{gas} \cdot \frac{P_{O2}}{P_{tot}} \right] \quad (29)$$

Como a pressão total no sistema é constante,  $F_{gas}$  pode ser descrito como a soma de todos os gases que entram no sistema e fica na seguinte forma:

$$F_{gas} = kla_{CO2out} \cdot (CO2_{22} - CO2_{22}^*) + kla_{O2out} \cdot (O2_{22} - O2_{22}^*) \quad (30)$$

As constantes utilizadas no modelo estão na tabela 1.

**Tabela 1. Parâmetros e valores iniciais da simulação**

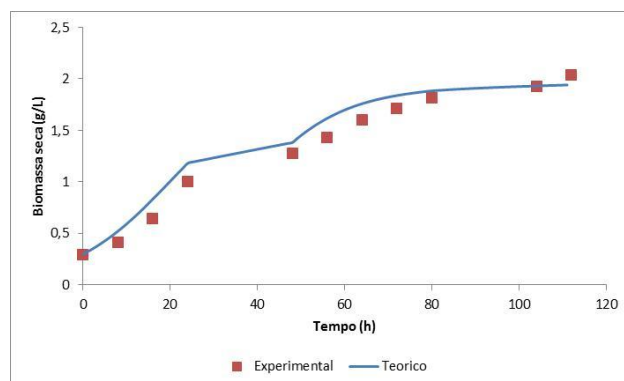
| Símbolo                       | Descrição                                                                                    | Valor    | Unidade                                  |
|-------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------|----------|------------------------------------------|
| $\mu_{\max}$                  | Velocidade específica máxima de crescimento das microalgas                                   | 0,57     | dia <sup>-1</sup>                        |
| $H_{\text{CO}_2}$             | Constante de Henry para CO <sub>2</sub>                                                      | 0,034    | g.L <sup>-1</sup> .atm <sup>-1</sup>     |
| $H_{\text{O}_2}$              | Constante de Henry para O <sub>2</sub>                                                       | 0,0013   | g.L <sup>-1</sup> .atm <sup>-1</sup>     |
| $I_0$                         | Intensidade luminosa incidente total                                                         | 400      | W.m <sup>-2</sup>                        |
| $k_{\text{CO}_2}$             | Constante de saturação da velocidade de produção de microalga pelo CO <sub>2</sub>           | 0,000463 | g.L <sup>-1</sup>                        |
| $K_{I_0}$                     | Constante de saturação da velocidade de produção de microalga pela luz                       | 20       | W.m <sup>-2</sup>                        |
| $K_{i\text{CO}_2}$            | Constante de inibição da velocidade de produção de microalga pelo CO <sub>2</sub>            | 0,1054   | g.L <sup>-1</sup>                        |
| $K_{iI_0}$                    | Constante de inibição da velocidade de produção de microalga pela luz                        | 1500     | W.m <sup>-2</sup>                        |
| $K_{\text{LaCO}_2\text{ent}}$ | Coeficiente de transferência de massa de CO <sub>2</sub> na interface gás/líquido de entrada | 1000,0   | h <sup>-1</sup>                          |
| $K_{\text{LaCO}_2\text{out}}$ | Coeficiente de transferência de massa de CO <sub>2</sub> na interface líquido/gás de saída   | 3,0      | h <sup>-1</sup>                          |
| $K_{\text{LaO}_2\text{ent}}$  | Coeficiente de transferência de massa de O <sub>2</sub> na interface gás/líquido de entrada  | 20,0     | h <sup>-1</sup>                          |
| $K_{\text{LaO}_2\text{out}}$  | Coeficiente de transferência de massa de O <sub>2</sub> na interface líquido/gás de saída    | 1,0      | h <sup>-1</sup>                          |
| $K_{\text{Ntot}}$             | Coeficiente saturação de nitrato                                                             | 0,25     | g.L <sup>-1</sup>                        |
| $K_{\text{Ptot}}$             | Coeficiente de saturação de fosfato                                                          | 0,1      | g.L <sup>-1</sup>                        |
| $M_{\text{CO}_2}$             | Massa molar do CO <sub>2</sub>                                                               | 44       | g.mol <sup>-1</sup>                      |
| $M_{\text{O}_2}$              | Massa molar do O <sub>2</sub>                                                                | 32       | g.mol <sup>-1</sup>                      |
| $N_{\text{totini}}$           | Valor inicial da concentração de nitrato no sistema                                          | 0,16     | g.L <sup>-1</sup>                        |
| $P_{\text{CO}_2\text{ar}}$    | Pressão parcial de CO <sub>2</sub> no ar atmosférico                                         | 0,0004   | atm                                      |
| $P_{\text{CO}_2\text{ent}}$   | Pressão de entrada do CO <sub>2</sub>                                                        | 0,0265   | atm                                      |
| $P_{\text{O}_2\text{ar}}$     | Pressão parcial de O <sub>2</sub> no ar atmosférico                                          | 0,21     | atm                                      |
| $P_{\text{O}_2\text{ent}}$    | Pressão de entrada do O <sub>2</sub>                                                         | 0,17     | atm                                      |
| $P_{\text{totini}}$           | Valor inicial da concentração de fosfato no sistema                                          | 0,3      | g.L <sup>-1</sup>                        |
| $R$                           | Constante universal dos gases                                                                | 0,082057 | atm.L.mol <sup>-1</sup> .K <sup>-1</sup> |
| $V_g$                         | Volume do <i>degasser</i>                                                                    | 10       | dm                                       |
| $v_{\text{liq}}$              | Velocidade de escoamento do líquido no tubo                                                  | 3000     | dm.h <sup>-1</sup>                       |
| $X_{\text{ini}}$              | Valor inicial de biomassa                                                                    | 0,29     | g.L <sup>-1</sup>                        |
| $Y_{\text{CO}_2/x}$           | Coeficiente de rendimento de CO <sub>2</sub> por biomassa                                    | 1,88     | g.g <sup>-1</sup>                        |
| $Y_{\text{Ntot}/x}$           | Coeficiente de rendimento de nitrato por biomassa                                            | 0,0884   | g.g <sup>-1</sup>                        |
| $Y_{\text{O}_2/x}$            | Coeficiente de rendimento de O <sub>2</sub> por biomassa                                     | 1,96     | g.g <sup>-1</sup>                        |
| $Y_{\text{Ptot}/x}$           | Coeficiente de rendimento de fosfato por biomassa                                            | 0,050173 | g.g <sup>-1</sup>                        |
| $T$                           | Temperatura do EV38                                                                          | 300      | K                                        |

As equações diferenciais foram resolvidas através do Runge-Kutta 4º ordem através de um programa codificado em Fortran. O passo de integração foi de 0,0001 horas.

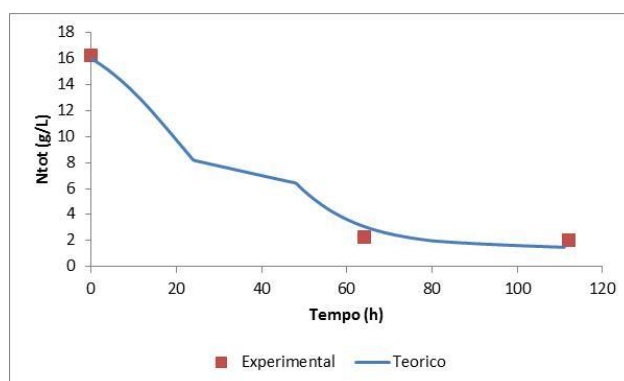
### 3. RESULTADOS E DISCUSSÃO

As simulações do modelo foram comparadas com os resultados experimentais obtidos por Corrêa (2015). Esses resultados foram obtidos utilizando emissões de um motor diesel como gás de injeção no fotobiorreator. Essa injeção de emissões não foi contínua e seguiu o seguinte padrão: nas primeiras 24 horas de cultivo, as emissões foram de um motor diesel foram injetadas no fotobiorreator, entre 24 horas e 48 horas de cultivo foi injetado ar comprimido, entre 48 e 80 horas de cultivo foi retomado a injeção de emissões, entre 80 e 104 horas retornou-se ao ar comprimido e por fim das 104 até 112 horas de cultivo foi retomada a injeção de emissões. Na figura 1 é apresentada a comparação entre a simulação e os resultados experimentais de Corrêa (2015) obtidos para a biomassa seca. Como pode ser observado (Fig. 1), quando se muda a injeção de emissões pelo ar comprimido a velocidade de produção de biomassa diminui de maneira considerável, como pode ser observado entre 24 e 48 horas de cultivo. Esse efeito é menos significativo no fim

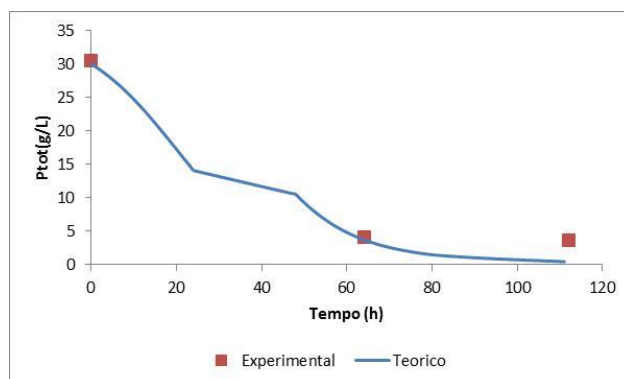
do cultivo quando se injeta ar comprimido entre 80 e 104 horas, pois nesse caso o que está limitando a velocidade de crescimento é ausência de nitrogênio e fósforo. Também é possível observar que o modelo simulou com muita acurácia a produção de biomassa seca, sendo que os valores obtidos na simulação ficaram levemente acima dos dados experimentais. Além da biomassa seca, as simulações do modelo foram comparadas com os resultados experimentais obtidos para nitrogênio total, fósforo total e porcentagem de dióxido de carbono no EV 38. Com relação ao nitrogênio total (Fig. 2) o modelo descreveu com bastante precisão o comportamento do sistema, embora haja um quantidade muito pequena de pontos experimentais, no caso apenas 3 pontos. As comparações entre as simulações e os resultados experimentais para fósforo total podem ser visualizadas na Fig. 3. O modelo descreveu com precisão o comportamento do sistema, porém no último ponto com 112 horas de cultivo há uma pequena discrepância entre os resultados experimentais e as simulações do modelo. As simulações para porcentagem de dióxido de carbono no EV 38 quando comparadas com resultados experimentais (Fig. 4) apresentam uma descrição precisa do sistema, exceto para o ponto com 16 horas de cultivo. Pode ser observado também que quando é feita a injeção de ar comprimido a porcentagem de dióxido de carbono no EV 38 vai praticamente a zero, como mostra a simulação entre 24 e 48 horas e entre 80 e 104 horas.



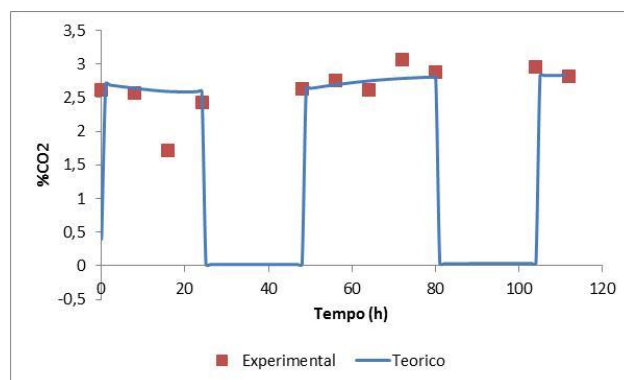
**Figura 1.** Comparação entre os dados experimentais e a simulação do modelo para biomassa seca.



**Figura 2.** Comparação entre os dados experimentais e a simulação do modelo para nitrogênio total.



**Figura 3.** Comparação entre os dados experimentais e a simulação do modelo para fósforo total.



**Figura 4. Comparação entre os dados experimentais e a simulação do modelo para porcentagem de dióxido de carbono no EV38.**

Como foi mostrado nas Figs. 1, 2, 3 e 4 o modelo matemático como um todo descreveu com precisão os resultados experimentais, porém para uma validação do modelo mais criteriosa seriam necessários mais pontos experimentais para o nitrogênio total e fósforo total. Além disso, deveria ser medida a porcentagem de dióxido de carbono no EV38 quando se passou a injetar ar comprimido no sistema. Sendo assim, embora o modelo apresente uma precisão na simulação do comportamento experimental, não se pode afirmar que este modelo está validado experimentalmente. Ainda são necessários mais dados experimentais. Com uma validação experimental mais criteriosa o modelo matemático poderia ser utilizado para uma otimização da geometria do fotobiorreator e das condições de cultivo. Embora não esteja totalmente validado o modelo se mostrou bastante promissor para descrever o cultivo de microalgas em fotobiorreatores. O modelo proposto também pode ser estendido para descrever outros tipos de fotobiorreatores, como fotobiorreatores de placa plana e outras configurações de fotobiorreatores tubulares já que com a técnica de elementos de volume qualquer geometria pode ser descrita pelo modelo.

#### 4. Conclusão

O modelo proposto nesse trabalho descreveu com precisão os resultados experimentais obtidos por Corrêa (2015) que utilizou gases provenientes de um motor diesel para tratamento de emissões. No entanto, se faz necessário uma validação experimental do modelo com uma quantidade maior de dados experimentais. O modelo pode ser estendido para descrição de outros tipos de fotobiorreatores.

#### 5. REFERÊNCIAS

- Aiba, S., 1982. "Growth kinetics of photosynthetic microorganisms". Adv. Biochem. Eng., Vol. 23, p. 85-156.
- Andrews, J. F., 1968. "A mathematical model for the continuous culture of microorganisms utilizing inhibitory substrates". Biotechnology, Vol. 10, p. 707-723.
- Araújo, O. Q. F. et al., "Assessment of the impact of salinity and irradiance on the combined carbon dioxide sequestration and carotenoids production by *Dunaliella salina*: A mathematical model". Biotechnology and Bioengineering, Vol. 102, p. 425-435.
- Balmant, W. et al., 2011. "Stoichiometric model of cultivation of microalgae in industrial systems". In: Proceedings of the 21st International Congress of Mechanical Engineering -COBEM2011. Natal, Brazil.
- Chisti, Y., 2007. "Biodiesel from microalgae". Biotechnology advances, Vol. 25, p. 294 - 306.
- De La Noue, J.; De Pauw, N., 1988. "The potential of microalgal biotechnology: A review of production and uses of microalgae". Biotechnology advances, Vol. 6, p. 725 - 770.
- Corrêa, D. O., 2015. Desenvolvimento e caracterização do cultivo de microalgas em Fotobiorreator alimentado por emissões gasosas de motores. Dissertação de Mestrado, Universidade Federal do Paraná, Curitiba.
- Dilay, E., 2013. Modelagem e simulação para engenharia de sistemas: Acondicionamento de eletrônicos, navios elétricos e fotobiorreatores. Tese de Doutorado, Universidade Federal do Paraná, Curitiba.
- Grima, E. M. et al., 1994. "A mathematical model of microalgal growth in light-limited chemostat culture". Journal Chemical Technology and Biotechnology, Vol. 61, p. 167-173.
- Lourenço, S. O., 2006. Cultivo de Microalgas Marinhas: Princípios e Aplicações. São Carlos: RiMa.
- Morais, K. C. R., 2011. Análise e desenvolvimento da aquicultura da microalga *Phaeodactylum tricornutum* em crescimento autotrófico e mixotrófico em fotobiorreatores compactos. Dissertação de Mestrado, Universidade Federal do Paraná, Curitiba.
- Pruvost, J. et al., 2009. "Investigation of biomass and lipids production with *Neochloris oleoabundans* in photobioreactor". Bioresource Technology, Vol. 100, p. 5988-5995.
- Ribeiro, R. L. L. et al., 2008. "Transient modeling and simulation of compact photobioreactors". Thermal Engineering, Vol. 7, p. 66-71.

- Sugai, M. H., 2012. Modelagem matemática da coluna de gaseificação de fotobiorreatores tubulares para cultivo de microalgas. Dissertação de Mestrado, Universidade Federal do Paraná, Curitiba, 2012.
- Vargas, J. V. C. et al., 2001. "A numerical model to predict the thermal and psychrometric response of electronic packages". ASME Journal of Electronic Packaging, Vol. 123(3), p. 200-210.
- Vargas, J. V. C. et al., 2014. "The microalgae derived hydrogen process in compact photobioreactor". International Journal of Hydrogen Energy, Vol. 39, p. 9588-9598.

## 6. RESPONSABILIDADE AUTORAL

Os autores são os únicos responsáveis pelo conteúdo deste trabalho.

# MATHEMATICAL MODELLING OF MICROALGAE BIOMASS PRODUCTION GROWN ON FLUE GASES FROM DIESEL MOTOR

Wellington Balmant, wbalmant@gmail.com<sup>1</sup>  
Diego de Oliveira Corrêa, diego.biodoc@gmail.com<sup>1</sup>  
Beatriz Santos, biologia\_bia@yahoo.com.br<sup>1</sup>  
Nelson Fernando Herculano Selesu, nefeherse@gmail.com<sup>1</sup>  
André Bellin Mariano, andrebmariano@gmail.com<sup>1</sup>  
José Viriato Coelho Vargas, vargasjvcv@gmail.com<sup>1</sup>

<sup>1</sup>University Federal from Paraná, Caixa Postal 19011, Curitiba, PR, Brasil, CEP:81531-980.

**Abstract.** The use of microalgal biomass to biofuel production is seen as a promising alternative due to its chemical composition, crop characteristics and the ability to fix CO<sub>2</sub> by photosynthesis, resulting in increased crop yields and treatment of different emissions. The objective of this work is to develop a mathematical model that describes the growth of microalgae and biomass production in photobioreactors supplemented with combustion gases of diesel engines, and in order to treat these emissions. To simplify the analysis, it was considered as parameters capable of influencing the growth of microalgae concentrations of phosphorus and total nitrogen, CO<sub>2</sub> present in the gas mixture used, as well as the temperature and the light intensity in the period. The system is modeled with internal recirculation airlift photobioreactor fed emissions, which was divided into volume elements. The model experimental validation was performed by comparing the simulations with experimental data. The proposed model can be used as a tool for the creation and optimization of microalgal biomass production on an industrial scale.

**Keywords:** mathematical modelling, mass transfer, microalgae, biofuel