



CONEM 2016
CONGRESSO NACIONAL DE
ENGENHARIA MECÂNICA

21-25
AGOSTO DE 2016
FORTALEZA - CEARÁ

ANÁLISE TRANSIENTE DOS COMPONENTES DE UMA BOMBA DE MEMBRANA PRESSURIZADA POR UMA BOMBA SCROLL EM UM CICLO DE REFRIGERAÇÃO POR ABSORÇÃO

Tiago Fonseca Costa, tiagofonsecacosta@gmail.com¹

Prof. Dr. Carlos Antônio Cabral dos Santos, carloscabralsantos@yahoo.com.br¹

¹Universidade Federal da Paraíba, Cidade Universitária, s/n, Castelo Branco, João Pessoa – PB, 58051-900

Resumo: O presente trabalho apresenta um estudo transiente do comportamento dos componentes de uma bomba de membrana atuando em um ciclo de refrigeração por absorção de água - amônia. Este sistema é pressurizado por uma bomba scroll, em que o direcionamento do fluxo no sistema é controlado por duas válvulas de retenção do tipo mola e disco. O entendimento da dinâmica do sistema permite a possibilidade de otimização de parâmetros geométricos e estruturais do sistema, como a espessura da membrana e seu diâmetro. Ao analisar o comportamento da membrana, é importante levar em consideração suas reações devido à flexão e ao estiramento do material, o amortecimento do movimento e as diferenças de pressão aplicadas. Quanto às duas válvulas: há o arrasto do fluido que passa por ela e a ação da força elástica. Obtendo o sistema de equações que modela os componentes da bomba de membrana, será possível, através de futuros estudos, a aplicação de métodos numéricos para resolução deste sistema de equações, podendo chegar a soluções práticas para otimização do sistema.

Palavras-chave: análise transiente, dinâmica não-linear, bomba de membrana, bomba scroll, refrigeração por absorção.

1. INTRODUÇÃO

Sistemas de refrigeração por absorção utilizam calor como fonte de energia, diferentemente dos sistemas de refrigeração por compressão mecânica, que utilizam o trabalho mecânico de um motor elétrico. Devido à esta característica, sistemas de refrigeração por absorção têm a vantagem de funcionarem através da queima direta de combustível (como gás natural), como através de rejeitos térmicos, gases de escape, energia solar, Cordeiro (2012). Além disso, a demanda energética é menor que em sistemas que utilizam compressão mecânica, pois usa-se bombas de baixa potência. O esquema do sistema simplificado de refrigeração por absorção é mostrado na Fig. 1.

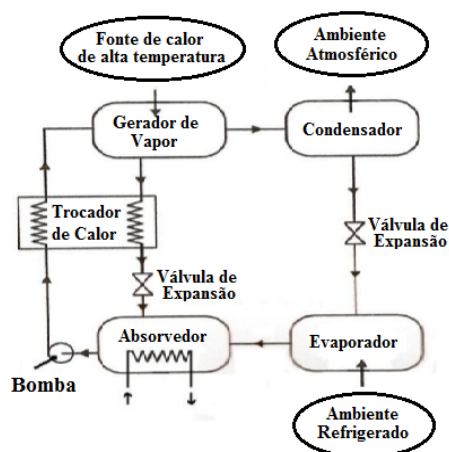


Figura 1. Esquema simplificado do sistema de refrigeração por absorção de simples efeito

O objeto de estudo deste trabalho é a bomba, que opera antes do gerador de vapor e depois do absorvedor. No ciclo estudado, que utiliza o par água-amônia como refrigerante, a pressão de entrada (P_i) da bomba é a pressão do absorvedor (P_{abs}) e a pressão de saída (P_o) é a pressão no gerador de vapor (P_{ger}). O tipo de bomba utilizado é a bomba de membrana, em que o movimento oscilatório de uma membrana promove o escoamento do fluido.

Trabalhos já foram desenvolvidos para estudar o comportamento de bombas de deslocamento positivo alternativas, como bombas de pistão, que operam utilizando o mesmo princípio da bomba de membrana (Singh e Madavan, 1987, Shu *et. al*, 1997, Sestan e Vladimir, 2009, Petrovic, 2009). Para bombas de membrana os estudos desenvolvidos são predominantemente na área de sistemas microeletromecânicos (MEMS), porém não aplicados da forma como foi feita neste estudo, a sistemas de refrigeração por absorção, como em Eaton *et. al*, 1999, Schomburg, 2011.

Através do presente trabalho, e de futuros trabalhos desenvolvidos na área, o entendimento acerca do processo de bombeamento em ciclos de refrigeração por absorção irá se aperfeiçoar, permitindo otimização dos parâmetros de projeto da bomba (como sua geometria e material) e ensaios virtuais para economizar tempo e dinheiro.

2. GEOMETRIA E FUNCIONAMENTO

O sistema estudado consiste em uma bomba de membrana acionada por uma bomba scroll. A bomba de membrana consiste em: válvulas de entrada e de saída, membrana flexível engastada, câmara por onde escoo o fluido bombeado (em um lado da membrana) e câmara pressurizada, como mostra o esquema simplificado na Fig. 2.

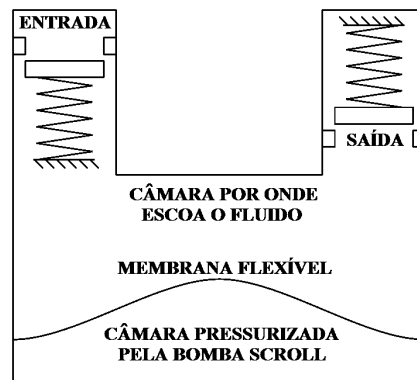


Figura 2. Esquema simplificado da bomba de membrana

As válvulas de retenção utilizadas para o estudo são do tipo disco-mola. As válvulas funcionam da seguinte forma: um disco é preso à extremidade móvel de uma mola pré-carregada (sua outra extremidade está fixa), mantendo-se pressionado contra um anel e impedindo a passagem de fluido pelo orifício do anel. Quando o fluido tenta escoar no sentido de comprimir a mola, se sua pressão for suficiente para vencer a pré-carga da mola, o disco se distancia do anel, deixando o fluido escoar. Já quando o fluido tenta escoar no sentido contrário (de empurrar a mola e o disco para o fechamento), o disco é pressionado contra o anel, impedindo a passagem do fluido. A presença destas válvulas é necessária para que o fluxo seja unidirecional.

O bombeamento ocorre através da variação de volume dentro da câmara por onde escoo o fluido. Para que esta câmara varie seu volume, a membrana engastada é flexionada devido à diferença de pressão entre a câmara por onde escoo o fluido e a câmara pressurizada. A câmara pressurizada é acionada através da pressão de uma bomba scroll, e se a diferença de pressão fornecida oscilar, o fluido será bombeado com a ajuda das válvulas.

O bombeamento é dividido em dois estágios: sucção e descarga. Na sucção, a membrana se estica para baixo, expandindo a câmara, abrindo a válvula de entrada (também fechando a válvula de saída) e fazendo o fluido escoar para dentro da câmara; nesta etapa, a pressão da câmara é a pressão de entrada da bomba, e o escoamento ocorre devido à expansão da câmara. Na descarga, a membrana se estica para cima, contraindo a câmara, abrindo a válvula de saída (também fechando a válvula de entrada) e fazendo o fluido escoar para fora da câmara; nesta etapa, a pressão da câmara é a pressão de saída da bomba, e o escoamento ocorre devido à contração da câmara.

Quando a membrana está equilibrada no centro, paralela ao plano horizontal da Fig. 2, o volume de fluido que a câmara contém é o volume neutro (V_N). Portanto, o volume que cabe na câmara em um dado instante de tempo (V_C) é a diferença entre o volume neutro e o volume ocupado pela membrana (V_M , considerando que se estiver esticada para cima seu volume é positivo e para baixo, negativo), como mostra a Eq. (1):

$$V_C = V_N - V_M \quad (1)$$

2.1. Equação da Continuidade

A equação da continuidade, ou princípio da conservação de massa, induz que, se há taxa de acúmulo de massa em um sistema, este deve ser igual à diferença entre as vazões mássicas de saída e de entrada. Quando o fluido é

incompressível, ou seja, não há variação de sua densidade, a equação da continuidade pode ser escrita em função das vazões volumétricas, como mostrado na Eq. (2):

$$\frac{dV_C}{dt} = Q_i - Q_o \quad (2)$$

Em que V_C é o volume da câmara e Q_o e Q_i são as vazões volumétricas de saída e entrada, respectivamente. É utilizada a hipótese de que não há nenhum vazamento em nenhum componente do sistema.

2.2. Sucção e Descarga

Quando ocorre a sucção (a expansão da câmara e escoamento do fluido para dentro da câmara) a vazão de saída é considerada nula (por um pequeno período de tempo, na transição entre sucção e descarga, esta consideração não é válida, mas para simplificar o problema é preciso assumir esta condição). Durante a descarga (contração da câmara), analogamente, a vazão de entrada é nula. Pela equação da continuidade, na Eq. (2), é possível gerar as relações mostradas na Tab. 1, em que P_C é a pressão na câmara, P_{abs} é a pressão de saída do absorvedor (pressão na entrada da bomba) e P_{ger} é a pressão de entrada no gerador de vapor (pressão na saída da bomba).

Tabela 1. Comportamento da vazão na sucção e descarga

Estágio	Condição	Equação
Sucção	$\frac{dV_C}{dt} > 0$	$Q_o = 0$ logo $Q_i = \frac{dV_C}{dt}$ e $P_C = P_{abs}$
Descarga	$\frac{dV_C}{dt} \leq 0$	$Q_i = 0$ logo $Q_o = -\frac{dV_C}{dt}$ e $P_C = P_{ger}$

3. MEMBRANA

Vários fenômenos estão envolvidos na dinâmica da membrana, desde como é seu formato quando flexionada ao estudo das tensões de flexão e de membrana, pressão de amortecimento e a aplicação das Leis de Newton a um elemento infinitesimal, gerando um diagrama de corpo livre.

3.1. Geometria da Membrana

A equação que governa a deflexão (w) de uma placa, em coordenadas polares, é mostrada em Ugural (1981):

$$\nabla^4 w = \left(\frac{\partial^2}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2}{\partial \theta^2} \right) \left(\frac{\partial^2 w}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial w}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 w}{\partial \theta^2} \right) = \frac{p}{D} \quad (3)$$

Em que w é a deflexão (vertical), r e θ são as coordenadas polares, p é a carga distribuída sob a placa e D é a rigidez do material, dada por:

$$D = \frac{Eh^3}{12(1-\nu^2)} \quad (4)$$

Em que E é o módulo de elasticidade, ou módulo de Young, h é a espessura da placa e ν é o coeficiente de Poisson. Ao considerar que a carga distribuída é constante e que a placa é circular e está engastada, a deflexão se torna:

$$w = \frac{p_0}{64D} (a^2 - r^2)^2 = w_{\max} \left(1 - \frac{r^2}{a^2} \right)^2 \quad (5)$$

Em que p_0 é a carga uniforme distribuída sob a placa e a é seu raio. Para calcular o volume ocupado pela membrana (V_M), utiliza-se a integral de volume de um sólido de revolução, obtendo:

$$V_M = \frac{\pi a^2}{3} w_{\max} \quad (6)$$

3.2. Tensão de Flexão

Quando uma carga uniformemente distribuída atua sob a membrana (analisando especificamente o caso de uma membrana circular engastada), a reação da estrutura é sofrer uma deflexão. Para que haja equilíbrio, a tensão de flexão gerada na membrana deve ser equivalente à carga uniforme aplicada nela, porém no sentido oposto. Portanto, quando é causada uma diferença de pressão p_0 sob a membrana, sua reação devido à flexão (P_F) é calculada usando a Eq. (5).

$$P_F = \frac{64D}{a^4} w_{\max} \quad (7)$$

3.3. Tensão de Membrana

Quando a membrana sofre uma deformação máxima muito grande, igual sua espessura, por exemplo, o erro no cálculo da reação em considerar apenas a tensão de flexão, ou seja, de ignorar as forças elásticas devido ao estiramento do plano do meio, é de 65%. Portanto fica claro a importância de calcular as tensões devido a reação de membrana. A tensão de membrana (P_M) que surge em resposta à deformação causada por uma carga uniformemente distribuída é dada em Ugural (1981), e sua demonstração foge do escopo deste trabalho:

$$P_M = \frac{8}{3} \frac{E_M}{1-\nu} \frac{h_M}{a^4} w_{\max}^3 \quad (8)$$

Em que h_M é a espessura da membrana, $w_{\max}$ é a deformação máxima, a é o raio da membrana, E_M é o módulo de elasticidade da membrana e ν é o coeficiente de Poisson do material da membrana.

3.4. Pressão de Amortecimento

Para um corpo rígido movendo-se com velocidade v , uma força de amortecimento viscoso de módulo ($F = fv$) surge para amortecer o movimento, em que f é o coeficiente de amortecimento, como visto em Nise (2011). Como a membrana se move dentro da câmara, parte de sua energia deve ser dissipada através de amortecimento viscoso. No entanto, a membrana não é um corpo rígido, portanto sua velocidade não é igual para todos os pontos. Para se obter uma aproximação para o valor do amortecimento viscoso, será utilizada a velocidade média da membrana. O valor médio da velocidade dos elementos sob a área da membrana (v_M) é dado por:

$$v_M = \frac{1}{A_M} \int_{A_M} \frac{dw}{dt} dA \quad (9)$$

Em que A_M é a área da membrana (πa^2), e a integral é em relação a um elemento infinitesimal de área sob toda a área. Em coordenadas polares, derivando a Eq.(5) com relação ao tempo e substituindo-a na Eq. (9) têm-se:

$$v_M = \frac{1}{\pi a^2} \int_0^{2\pi} \int_0^a \frac{dw_{\max}}{dt} \left(1 - \frac{r^2}{a^2}\right)^2 r dr d\theta \rightarrow v_M = \frac{1}{3} \frac{dw_{\max}}{dt} \quad (10)$$

Portanto é possível encontrar a força média de amortecimento que atua em todo o corpo. Portanto, para encontrar a aproximação para a pressão uniformemente distribuída na membrana devida ao amortecimento (P_A), é calculada a razão entre a força média de amortecimento aplicada na membrana e a sua área de aplicação:

$$P_A = \frac{f_M v_M}{A_M} \rightarrow P_A = \frac{f_M}{3\pi a^2} \frac{dw_{\max}}{dt} \quad (11)$$

Em que f_M é o coeficiente de amortecimento da membrana, que pode ser determinado experimentalmente, $dw_{\max}/dt$ é a velocidade do ponto central da membrana (maior deflexão) e a pressão de amortecimento atua sempre na direção contrária ao movimento da membrana (para que possa dissipar energia).

3.5. Diagrama de Corpo Livre

Analisando as forças que agem sob um elemento infinitesimal na membrana:

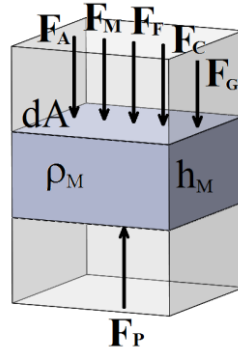


Figura 3. Diagrama de Corpo Livre de um elemento infinitesimal no centro da membrana

Em que F_A é a força de amortecimento, F_G é a força gravitacional, F_M é a força de membrana, gerada no elemento devido à tensão de membrana, F_F é a força de flexão, gerada no elemento devido à tensão de flexão, F_C é a força devido à pressão na câmara, F_P é a força devido à pressão fornecida pela bomba scroll, ρ_M é a densidade do material na membrana (nesse caso, o PTFE), h_M é a espessura da membrana e dA é a área do elemento infinitesimal.

Através da Segunda Lei de Newton, o produto das forças sob o elemento deve ser igual à sua massa (dm_M , massa do elemento infinitesimal) multiplicada por sua aceleração (dw^2/dt^2). Sabendo que o referencial positivo foi tomado para cima e o elemento está subindo e desacelerando:

$$dm_M \frac{dw^2}{dt^2} = F_P - F_A - F_M - F_F - F_C - F_G \quad (12)$$

Interpretando as forças como pressões uniformes atuando no elemento, pode-se dizer que para uma força qualquer, $F = P.dA$. Portanto, considerando um elemento no centro da membrana ($r = 0$), derivando-se duas vezes a Eq. (5) e substituindo-a na Eq. (12) juntamente com as Eqs. (7), (8), (11), trazendo a abordagem de pressão em vez de força, temos:

$$\rho_M h_M \frac{d^2 w_{\max}}{dt^2} = P_P - \frac{f_M}{3\pi a^2} \frac{dw_{\max}}{dt} - \frac{8 E_M h_M}{3(1-\nu) a^4} w_{\max}^3 - \frac{64D}{a^4} w_{\max} - \rho_M h_M g - P_C \quad (13)$$

4. VÁLVULA DE ENTRADA

O esquema simplificado da válvula de entrada está mostrado na figura abaixo, em que a mola tem sua extremidade livre fixada (através de um sistema de fixação que foi omitido para simplificação do esquema), P_{abs} é a pressão no absorvedor do ciclo de refrigeração e P_C é a pressão na câmara.

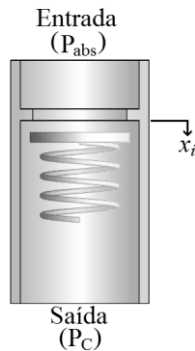


Figura 4. Modelo simplificado da válvula de entrada

A análise da dinâmica do disco (interpretado como um sistema massa-mola-amortecedor de um grau de liberdade) envolve: forças elásticas devido à movimentação do disco e à pré-carga na mola, força de amortecimento linear e força de arrasto. Também a análise da sua condição de fechamento (a partir de qual abertura de válvula considerar que há vazão) e sua condição de choque (que será melhor explanada em uma seção específica).

4.1. Força Elástica

A constante elástica da mola (k) é o fator de proporcionalidade entre a força (F) e deformação (x). Como discutido na Seção 2. Geometria e Funcionamento, é necessária uma pré-carga (Δ) na mola para possibilitar seu funcionamento. O módulo da força elástica (F_{Ei}), aplicada sempre no sentido inverso da deformação, para a válvula de entrada será:

$$F_{Ei} = k_i(x_i + \Delta_i) \quad (14)$$

Em que k_i é a constante elástica da mola da válvula de entrada, x_i é a posição do disco da válvula, tomando como referencial a direção e origem mostradas na Fig. 4, e Δ_i é a pré-carga aplicada na mola da válvula de entrada.

4.2. Força de Amortecimento Linear

Como abordado em Nise (2011), para um corpo rígido movendo-se com velocidade relativa v a um meio, a força de amortecimento viscoso (F_A) que ele sofre está relacionada com um coeficiente de amortecimento e sua velocidade. No caso do disco movendo-se na mesma direção do fluido, como no movimento de abertura da válvula, o módulo força de amortecimento no disco da válvula de entrada (F_{Ai}) é calculada como mostrado na Eq. (15), em que a força é aplicada sempre contra o movimento do disco e f_i é o coeficiente de amortecimento da válvula de entrada, dx_i/dt é a velocidade do disco, Q_i é a vazão de entrada e A_{Ti} é a área transversal da tubulação. Portanto é possível encontrar:

$$F_{Ai} = f_i \left(\frac{Q_i}{A_{Ti}} - \frac{dx_i}{dt} \right) \quad (15)$$

4.3. Força de Arrasto

Quando um corpo se move em um meio fluido, ele sofre uma força necessária para vencer os atritos que esta movimentação traz, e esta força é chamada de força de arrasto. Como visto em Çengel e Cimbala (2007), a força de arrasto (F_D) em um corpo é calculada da seguinte forma:

$$F_D = \frac{1}{2} \rho C_D A v^2 \quad (16)$$

Em que ρ é a densidade do fluido em que o corpo se move, C_D é o coeficiente de arrasto do corpo, que depende da natureza do escoamento e da geometria do corpo, A é a área transversal perpendicular à direção do movimento e v é a velocidade relativa do objeto no meio. Quando analisada no disco da válvula, a velocidade relativa entre o meio e o disco é a mesma utilizada na Eq. (15); substituindo-a na Eq. (16), tem-se:

$$F_{Di} = \frac{1}{2} \rho_R C_D A_{Di} \left(\frac{Q_i}{A_{Ti}} - \frac{dx_i}{dt} \right)^2 \quad (17)$$

Em que ρ_R é a densidade do fluido refrigerante, A_{Di} é a área do disco da válvula de entrada. Para um disco circular fino, o coeficiente de arrasto para escoamento turbulento é 1,1, de acordo com Çengel e Cimbala (2007).

4.4. Diagrama de Corpo Livre

Analisando as forças que agem sob o disco da válvula de entrada:

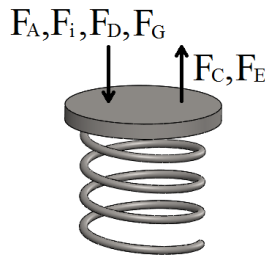


Figura 5. Diagrama de Corpo Livre do Disco da Válvula de Entrada

Em que F_i é a força causada pela pressão na entrada da bomba, neste caso, a pressão do absorvedor, F_D é a força de arrasto no disco da válvula, F_A é a força de amortecimento linear, F_C é a força causada pela pressão na câmara, F_E é a força elástica e g é a gravidade local. Assume-se que o referencial positivo é para baixo e o disco está desacelerando.

A massa do disco (m_{Di}) pode ser calculada através da seguinte equação:

$$m_{Di} = \rho_i A_{Di} h_{Di} \quad (18)$$

Em que ρ_i é a densidade do material do disco, A_{Di} é sua área e h_{Di} é sua espessura. Portanto, pela Segunda Lei de Newton, encontra-se:

$$m_{Di} \frac{d^2 x_i}{dt^2} = F_i + F_D + F_G + F_A - F_C - F_E \quad (19)$$

Em que F_G é a força gravitacional no disco. Substituindo as Eqs. (14), (15), (17) e (18) na Eq. (19), encontra-se:

$$\rho_i A_{Di} h_{Di} \frac{d^2 x_i}{dt^2} = A_{Di} (P_{abs} - P_C) + \frac{1}{2} \rho_R C_D A_{Di} \left(\frac{Q_i}{A_{Ti}} - \frac{dx_i}{dt} \right)^2 + \rho_i A_{Di} h_{Di} g + f_i \left(\frac{Q_i}{A_{Ti}} - \frac{dx_i}{dt} \right) - k_i (x_i + \Delta_i) \quad (20)$$

5. VÁLVULA DE SAÍDA

A análise da válvula de saída é análoga à análise feita para a válvula de entrada. A geometria da válvula e o diagrama de corpo livre são mostrado na figura a seguir.

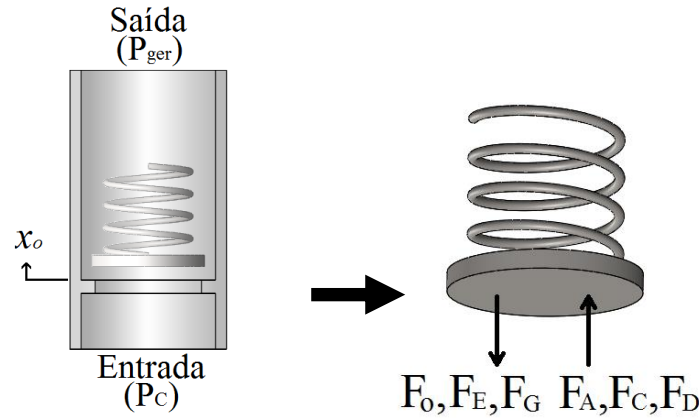


Figura 6. Esquema simplificado da válvula de saída e seu diagrama de corpo livre

Em que P_{ger} é a pressão de entrada no gerador de vapor. Pela Segunda Lei de Newton:

$$m_{Do} \frac{d^2 x_o}{dt^2} = F_C + F_D + F_A - F_G - F_O - F_E \quad (21)$$

Em que F_o é a força causada pela pressão na saída da bomba, neste caso, a pressão do gerador de vapor, F_D é a força de arrasto no disco da válvula, F_A é a força de amortecimento linear, F_C é a força causada pela pressão na câmara, F_E é a força elástica, F_G é o peso do conjunto e g é a gravidade local. Assume-se que o referencial positivo é para cima e o disco está subindo e desacelerando. Substituindo as Eqs. (14), (15), (17) e (18) na Eq. (21), utilizando o índice 'o' para indicar que os dados são da válvula de saída, encontra-se:

$$\rho_o A_{Do} h_{Do} \frac{d^2 x_o}{dt^2} = A_{Do} (P_C - P_{ger}) + \frac{1}{2} \rho_R C_D A_{Do} \left(\frac{Q_o}{A_{To}} - \frac{dx_o}{dt} \right)^2 - \rho_o A_{Do} h_{Do} g + f_o \left(\frac{Q_o}{A_{To}} - \frac{dx_o}{dt} \right) - k_o (x_o + \Delta_o) \quad (22)$$

6. CHOQUE E FECHAMENTO DAS VÁLVULAS

O choque das válvulas com as paredes (tanto com o anel que trava o disco como com a mola no limite de deformação máxima) e o fechamento das válvulas precisam ser entendidos para melhor simular o sistema.

6.1. Condições de Fechamento

Para modelar o fechamento das válvulas, considera-se que há uma distância (Δ_{MIN}) da superfície do disco até o anel para que o fluido já não escoe mais pela válvula. Portanto, as condições de fechamento são mostradas na Tab. 2:

Tabela 2. Condições de fechamento para as válvulas de entrada e saída

Estado	Válvula de Entrada	Válvula de Saída
Aberta	$x_i > \Delta_{MIN,i}$	$x_o > \Delta_{MIN,o}$
Fechada	$x_i \leq \Delta_{MIN,i}$	$x_o \leq \Delta_{MIN,o}$

6.2. Condições de Choque

As válvulas se chocam com o anel em que se encontra o orifício da válvula quando sua posição é negativa (de acordo com os referenciais estabelecidos nas Figs. 4 e 6). O disco pode também se chocar contra a mola quando ela chega à sua deformação máxima (Δ_{MAX}), pois neste momento ela se comporta aproximadamente como um corpo rígido. Portanto, o choque das válvulas pode ser modelado como mostrado na Tab. 3:

Tabela 3. Condições de choque das válvulas de entrada (i) e saída (o)

Situação	Condições	Equação
Choque do Disco com o Anel	$x_{i/o} < 0$ e $\frac{dx_{i/o}}{dt} < 0$	$\left. \frac{dx_{i/o}}{dt} \right _{n+1} = -e_{r,i/o} \left. \frac{dx_{i/o}}{dt} \right _n$
Choque devido à Deformação Máxima da Mola	$x_{i/o} > \Delta_{MAX,i/o}$ e $\frac{dx_{i/o}}{dt} > 0$	

Em que e_r é o coeficiente de restituição da válvula. A equação que modela o choque envolve a discretização do tempo (que irá ocorrer quando for proposta uma solução numérica), tornando o índice 'n' o momento do choque e o índice 'n+1', o instante imediatamente após o choque.

7. RESULTADOS E DISCUSSÃO

O sistema de equações e condições que modela o funcionamento da bomba de membrana estudada é formado pela aplicação das condições das Tabs. (1), (2) e (3) e Eqs. (13), (20) e (22), como mostrado na Tab. (4).

Tabela 4. Sistema de equações e condições que modelam o funcionamento da bomba de membrana

Descrição	Equação e Condições
Diagrama de Corpo Livre da Membrana	$\rho_M h_M \frac{d^2 w_{max}}{dt^2} = P_p - \frac{f_M}{3\pi a^2} \frac{dw_{max}}{dt} - \frac{8 E_M}{3(1-\nu)} \frac{h_M}{a^4} w_{max}^3 - \frac{64D}{a^4} w_{max} - \rho_M h_M g - P_c$
Diagrama de Corpo Livre da Válvula de Entrada	$\rho_i A_{Di} h_{Di} \frac{d^2 x_i}{dt^2} = A_{Di} (P_{abs} - P_c) + \frac{1}{2} \rho_R C_D A_{Di} \left(\frac{Q_i}{A_{Ti}} - \frac{dx_i}{dt} \right)^2 + \rho_i A_{Di} h_{Di} g + f_i \left(\frac{Q_i}{A_{Ti}} - \frac{dx_i}{dt} \right) - k_i (x_i + \Delta_i)$
Diagrama de Corpo Livre da Válvula de Saída	$\rho_o A_{Do} h_{Do} \frac{d^2 x_o}{dt^2} = A_{Do} (P_c - P_{ger}) + \frac{1}{2} \rho_R C_D A_{Do} \left(\frac{Q_o}{A_{To}} - \frac{dx_o}{dt} \right)^2 - \rho_o A_{Do} h_{Do} g + f_o \left(\frac{Q_o}{A_{To}} - \frac{dx_o}{dt} \right) - k_o (x_o + \Delta_o)$

Sucção	Se $\frac{dV_C}{dt} > 0$, logo $Q_o = 0$, $Q_i = \frac{dV_C}{dt}$ e $P_C = P_{abs}$
Descarga	Se $\frac{dV_C}{dt} \leq 0$, logo $Q_i = 0$, $Q_o = -\frac{dV_C}{dt}$ e $P_C = P_{ger}$
Válvula Aberta	Se $x_{i/o} > \Delta_{MIN,i/o}$, a válvula está aberta
Válvula Fechada	Se $x_{i/o} \leq \Delta_{MIN,i/o}$, a válvula está fechada
Choque do Disco com o Anel	Se $x_{i/o} < 0$ e $\frac{dx_{i/o}}{dt} < 0$, logo $\left. \frac{dx_{i/o}}{dt} \right _{n+1} = -e_{r,i/o} \left. \frac{dx_{i/o}}{dt} \right _n$
Choque devido à Deformação Máxima da Mola	Se $x_{i/o} > \Delta_{MAX,i/o}$ e $\frac{dx_{i/o}}{dt} > 0$, logo $\left. \frac{dx_{i/o}}{dt} \right _{n+1} = -e_{r,i/o} \left. \frac{dx_{i/o}}{dt} \right _n$

Nota-se, primeiramente, que a deflexão do diafragma depende da pressão fornecida pela bomba scroll (é determinada pelas pressões de entrada e saída, e o fato de estar em sucção ou descarga). Nota-se também que se trata de um sistema dinâmico híbrido, que envolve funções contínuas (como a deflexão da membrana no tempo) e discretas (como a pressão na câmara ou posição e velocidade das válvulas, devido aos choques). Em futuros estudos pode-se analisar uma abordagem contínua para as funções discretas (afinal, na realidade, elas são contínuas, porém aproximadamente discretas), refinando o modelo e representando melhor a realidade.

Utilizando a plataforma Scilab 5.5.2, um programa computacional com intuito de prover ferramentas necessárias para computação numérica com aplicações científicas e de engenharia, foi possível obter resultados preliminares. Pode-se visualizar, na Fig. 7, os gráficos de deflexão máxima da membrana (mm), abertura das válvulas de entrada e saída (mm) e vazão de entrada e saída (L/s), no tempo (ms).

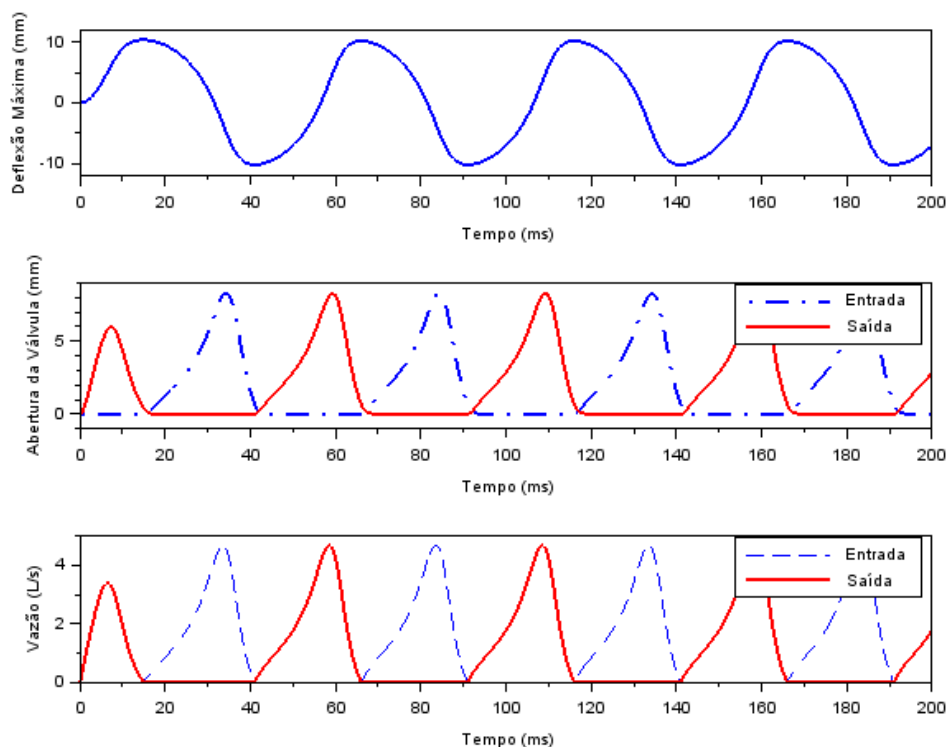


Figura 7. Deflexão máxima, abertura das válvulas de entrada e saída e vazão de entrada e saída no tempo

Os parâmetros utilizados foram: membrana de PTFE (TeflonTM), de raio 50mm e espessura 2mm; válvulas de entrada e saída de aço, de raio 10mm e espessura 2mm, constante elástica 10^7 N/m. A diferença de pressão aplicada na bomba foi senoidal, com frequência 20Hz e amplitude 600kPa.

8. CONCLUSÃO

Foi possível, através dos princípios básicos da análise de interação fluido-estrutura, gerar equações e condições que modelam uma bomba de membrana. Através do sistema gerado, será possível, através de métodos numéricos em futuros

estudos, obter soluções numéricas aproximadas para os valores das funções desejadas, e prever o comportamento da bomba após modificar seus parâmetros, como raio, espessura e material da membrana, além do que já foi testado preliminarmente, como mostrado na Fig. 7.

Através de estudos mais aprofundados, será possível também a geração de um software para a simulação da bomba, incluindo a visualização do movimento dos componentes, como discos das válvulas e a membrana, e otimização do sistema (encontrar a melhor espessura, por exemplo). Também será possível fazer um comparativo dos resultados obtidos com experimentos em uma bomba real e simulações em softwares de simulação numérica.

9. AGRADECIMENTOS

Os autores agradecem ao CNPq pela bolsa fornecida para pesquisa através do programa PIBIC – UFPB.

10. REFERÊNCIAS

- Çengel, Y. A. e Cimbala, J. M., 2007, “Mecânica dos Fluidos: Fundamentos e Aplicações”. 1 ed. McGraw-Hill Book.
- Cordeiro, M. C. L., 2012, “Estudo Termodinâmico e Avaliação Experimental do Protótipo 01 do Sistema de Refrigeração por Absorção com o par água-brometo de lítio da RECOGÁS”, Dissertação de Mestrado, Universidade Federal da Paraíba, Brasil.
- Eaton, W. P., Bitsie, F., Smith, J. H. e Plummer, D. W., 1999, “A New Analytical Solution for Diaphragm Deflection and its Application to a Surface-Micromachined Pressure Sensor”, Proceedings of International Conference on Modeling and Simulation of Microsystems.
- Nise, N. S., 2011, “Control Systems Engineering”, 6 ed, John Wiley & Sons, Inc.
- Petrovic, R., 2009, “Mathematical Modeling and Experimental Research of Characteristic Parameters Hydrodynamic Processes of a Piston Axial Pump”, Journal of Mechanical Engineering, Vol. 55, pp. 224 – 229.
- Schomburg, W. K., 2011, “Introduction to Microsystem Design”, RWTH ed., Springer-Verlag Berlin Heidelberg.
- Sestan, A. e Vladimir, N., 2009, “Numerical Determination of Volumetric Efficiency of High-Pressure Reciprocating Pumps”, Brodogradnja 60, Croácia.
- Shu, J. J., Burrows, C. R. e Edge, K. A., 1997, “Pressure pulsations in reciprocating pump piping systems – Part 1: modelling”, Journal of Systems and Control Engineering, 211 (3), pp. 229 – 237.
- Singh, P. J. e Madavan, N. K. 1987, “Complete Analysis and Simulation of Reciprocating Pumps Including System Piping”, Proceedings of the Fourth International Pump Symposium, Turbomachinery Laboratory, Texas, pp. 55 – 73.
- Szilard, R., 2004, “Theories and Applications of Plates Analysis: Classical, Numerical and Engineering Methods”, New Jersey, John Wiley & Sons, Inc.
- Ugural, A. C. 1981, “Stresses in plates and shells”. McGraw-Hill Book Company.

11. RESPONSABILIDADE AUTORAL

Os autores são os únicos responsáveis pelo conteúdo deste trabalho.

TRANSIENT ANALYSIS OF A MEMBRANE PUMP PRESSURIZED BY A SCROLL PUMP IN AN ABSORPTION REFRIGERATION CYCLE

Tiago Fonseca Costa, tiagofonsecacosta@gmail.com¹

Prof. Dr. Carlos Antônio Cabral dos Santos, carloscabraldosantos@yahoo.com.br¹

¹Federal University of Paraíba, Cidade Universitária, s/n, Castelo Branco, João Pessoa – PB, 58051-900

Abstract. *This paper presents a transient study of the behavior of the components of a membrane pump acting in an absorption refrigeration cycle working with water-ammonia. A scroll pump powers this system, and two spring disk check valves control the flow direction. Understanding this system's dynamics opens possibilities to optimization of geometric and structural parameters, such as membrane thickness and its diameter. When analyzing the membrane's behavior, it is important to take into consideration the bending and membrane stresses, the movement damping and the pressure difference on its two sides. When analyzing the two valves, it is important to take into consideration the drag and the elastic force. Obtaining the system of equations that models the pump's components, it will be possible, through future studies, the application of numerical methods to solve this system of equations, help finding practical solutions to optimization problems.*

Keywords: *transient analysis, nonlinear dynamics, membrane pump, scroll pump, absorption refrigeration cycle*