



21-25
AGOSTO DE 2016
FORTALEZA - CEARÁ

DETERMINAÇÃO DE MOMENTOS DE INÉRCIA EQUIVALENTES PARA DIFERENTES SISTEMAS DE TRANSMISSÃO DE TURBINAS HIDROCINÉTICAS

Kelvin Alves Pinheiro, kelvin_alves@hotmail.com
Sérgio de Souza Custódio Filho, engsergiocustodio@gmail.com
Marcelo Henrique Correa Bentes, mhbentes@hotmail.com
Alexandre Luiz Amarante Mesquita, alexmesq@ufpa.br

Universidade Federal do Pará, Instituto de Tecnologia, Rua Augusto Corrêa, 01 – Guamá. CEP 66075-110. Caixa postal 479. Belém-PA, Brasil.

Resumo: Na região amazônica, onde grande parte das pequenas comunidades está às margens dos rios amazônicos, as dificuldades de logística, baixa densidade populacional e empecilhos naturais acabam inviabilizando o acesso das comunidades ao sistema de distribuição de energia elétrica convencional. A utilização de Turbinas Hidrocinéticas (THC's) é uma alternativa viável para geração de energia elétrica em locais isolados, visto que são de fácil instalação e não há a necessidade de barragens. Nas últimas décadas, tem-se estudado a otimização desses equipamentos, sendo modelados vários aspectos do seu comportamento. Entre esses está a modelagem dinâmica rotacional do trem de potência da turbina constituído pelo rotor, transmissão mecânica e gerador elétrico. Considerando o exposto, este trabalho objetivou demonstrar e obter as expressões dos momentos de inércia equivalentes (MIE's) dos sistemas de transmissão por engrenagem cilíndricas de dentes retos (de um e dois estágios), engrenagens cônicas, engrenagens planetárias e transmissão por correia. Para a obtenção das expressões dos MIE's para cada um desses tipos de transmissão desenvolveu-se matematicamente a expressão da energia cinética para cada componente do trem de potência da turbina (rotor da turbina, transmissão e gerador elétrico) e então determinou-se a energia cinética equivalente, referenciada ao eixo do rotor da turbina. A partir da expressão da energia cinética equivalente, obtém-se a expressão do momento de inércia da transmissão. A determinação das expressões dos MIE's dos tipos de transmissões mais utilizados em THC's possibilita uma maior facilidade na determinação do MIE total do sistema e contribui de forma direta nos modelos matemáticos de THC's.

Palavras-chave: momento de inércia, transmissão mecânica, turbina hidrocinética, engrenagens planetárias.

1. INTRODUÇÃO

A busca por fontes de energias renováveis e sua inclusão no planejamento energético vem sendo, ao longo do tempo, um desafio para os países, já que temem que sua matriz energética dependa somente de algumas fontes. A preocupação com o meio ambiente é outro motivo levado em consideração, já que grande parte da energia utilizada para a geração de energia elétrica mundial é derivada dos combustíveis fósseis, 60,6% segundo a *International Energy Agency* – IEA (EUA, 2015).

Segundo a *United Nations Foundation* (EUA, 2016), cerca de 1,2 bilhão de pessoas ainda estão sem energia elétrica pelo mundo. No Brasil, segundo o Ministério de Minas e Energia – MME (Brasil, 2015), quase 1 milhão pessoas ainda vivem sem energia elétrica, precisando recorrer as lamparinas e dependendo de derivados do petróleo, como o querosene por exemplo.

Na região amazônica, onde grande parte das pequenas comunidades está às margens dos rios amazônicos, as dificuldades de logística, localização geográfica de difícil acesso, baixa densidade populacional e empecilhos naturais acabam inviabilizando o acesso ao sistema de distribuição de energia elétrica convencional pelas pequenas comunidades (Figueiredo et al., 2013). Portanto a utilização de Turbinas Hidrocinéticas (THC's) viabilizariam às populações ribeirinhas isoladas na Amazônia uma melhor condição de vida, visto que o Brasil possui um grande potencial hidrográfico, além deste tipo de energia ser de fonte renovável, não necessitar de barragens e representar uma boa alternativa para geração de energia em locais isolados (Fo, 2013).

Segundo Brasil Junior et al. (2007) as THC's (Fig. 1), são equipamentos que convertem energia cinética dos rios ou das correntes das marés em energia elétrica sem intervir em seu curso natural. Portanto o estudo dos componentes das THC's, suas formas e modelos são essenciais para o entendimento dessas máquinas. No presente trabalho se concentra na obtenção do momento de inércia equivalente (MIE) dos diversos tipos de transmissão mais comumente utilizados em THC que são utilizados nos modelos matemáticos propostos pelo Grupo de Pesquisa em Dinâmica de Turbinas Hidrocinéticas da Faculdade de Engenharia Mecânica da Universidade Federal do Pará.



Figura 1. Modelo de uma THC (Teixeira, 2014).

2. MODELO DINÂMICO DE THC DE EIXO HORIZONTAL

O modelo proposto por Mesquita et al. (2014) consiste em uma THC de eixo horizontal (Fig. 2) composta por uma turbina de momento de inércia J_T e velocidade angular ω_T , por uma caixa de transmissão mecânica de momento de inércia J_{ST} , razão de transmissão r e por um gerador que representa a carga do sistema com momento de inércia J_L e rotação ω_L .

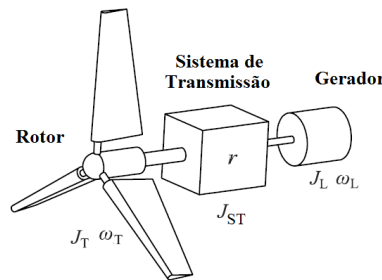


Figura 2. Modelo esquemático de THC's.

A equação dinâmica que governa o modelo é obtida a partir da 2ª Lei de Newton e é dada pela Eq. (1), considerando o sistema com eixos rígidos. Consideração válida quando as frequências naturais do sistema se encontram distante da faixa operacional da turbina. Na Eq. (1) T_{ME} representa o torque motriz equivalente que é fornecido ao sistema, T_{RE} representa o torque resistente, Eq. (2), que é dado pela soma do torque dissipativo (T_D), resultante das perdas por atrito principalmente nos mancais, e pelo torque da carga (T_{L-T}) tomando como referência o eixo do rotor (subscrito $-T$), J_{eq} representa o momento de inércia total do sistema, que é detalhado na Eq. (3).

$$T_{ME} - T_{RE} = J_{eq} \cdot \frac{d\omega_T}{dt} \quad (1)$$

$$T_{RE} = T_D + T_{L-T} \quad (2)$$

$$J_{eq} = J_T + J_{ST} + J_{L-T} \quad (3)$$

O momento de inércia equivalente, J_{eq} , representa a soma de todos os momentos de inércia do sistema, a citar momento de inércia (MI) da turbina J_T , MI do sistema de transmissão J_{ST} e MI da carga J_{L-T} . Segundo Mesquita et al. (2015) o momento de inércia da turbina J_T é dado pela soma dos MI das pás (incluindo a inércia da massa adicional do fluido) e do cubo conforme Eq. (4), sendo $n_{pá}$ o número de pás.

O MI da pá, $J_{pá}$, dado pela Eq. (5) é calculado dividindo-se o volume total do perfil em pequenos volumes ao longo da pá e para cada volume (Fig. 3), determina-se o centro de massa e a distância do centro de massa em relação ao centro de rotação da pá. Leva-se em conta ainda o MI da base raiz da pá, que pode ser aproximado como um cilindro, como apresentado na Fig. 3a.

$$J_T = n_{pá} J_{pá} + J_{cubo} \quad (4)$$

$$J_{pá} = \sum_{i=1}^N \left(m_i + \frac{m_a}{N} \right) r_i^2 + J_{raiz} = \sum_{i=1}^N \left(m_i + \frac{m_a}{N} \right) r_i^2 + m_{raiz} r_{raiz}^2 \quad (5)$$

O termo m_a representa a massa adicionada devido a influência do fluido. Para a expressão de m_a foi utilizado o modelo descrito por Maniaci e Li (2011), dada pela Eq. (6). Para o volume de fluido considerado é assumido um cilindro de comprimento L de mesmo comprimento da pá, e diâmetro de tamanho igual a corda do perfil (C). O termo R_{cil} é o raio do cilindro e ρ é a massa específica do fluido.

$$m_a = \pi R_{cil}^2 \rho L = \frac{1}{4} \pi C^2 \rho L \quad (6)$$

O cubo, apresentado na Fig. 3, pode ser aproximado como sendo uma casca semiesférica, assim o MI do cubo é dado pela Eq. (7).

$$J_{cubo} = \frac{2}{3} m_{cubo} r_{cubo}^2 \quad (7)$$



Figura 3. (a) Pá | (b) cubo. (Adaptado de Mesquita et al., 2014).

O momento de inércia da carga (J_{L-T}) é dado pela Eq. (8), sendo η a eficiência do sistema de transmissão, r a razão de transmissão entre o rotor da turbina e o rotor do gerador e J_L o momento de inércia do gerador, que se for considerado como um cilindro de massa m_{ger} e raio R_{ger} pode ser calculada pela Eq. (9).

$$J_{L-T} = \frac{1}{\eta} r J_L \quad (8)$$

$$J_L = \frac{1}{2} m_{ger} R_{ger}^2 = \frac{1}{2} \rho_{ger} \pi R_{ger}^4 L_{ger} \quad (9)$$

3. MÉTODO DA ENERGIA CINÉTICA EQUIVALENTE

Quando se busca calcular o MIE não basta simplesmente somar o momento de inércia de cada componente do sistema. Uma vez que é escolhido um eixo de rotação de referência, neste caso o eixo da turbina, faz então necessário conhecer o quanto cada componente contribuirá de forma efetiva para o momento de inércia total, dado que nem todos os componentes estarão com a mesma velocidade angular. Para resolver tal problema utiliza-se o princípio de que a energia cinética equivalente de um sistema é igual ao somatório da energia cinética de cada componente (Eq. 10), a qual é calculada de acordo com o tipo de movimento do corpo (translação, rotação ou movimento plano geral) conforme Eq. (11).

$$Ec_{eq} = \sum Ec_i \quad (10)$$

A energia cinética de translação, de uma correia, por exemplo, pode ser dada pela Eq. (11a). No caso de corpos que apresentam rotação em torno de um eixo fixo, como engrenagens simples e cônicas por exemplo, a energia cinética de rotação é dada pela Eq. (11b). A energia cinética de um corpo em movimento plano geral, como acontece nas engrenagens planetas de um sistema de transmissão planetária por exemplo, é dada pela soma das energias cinéticas de translação e rotação conforme Eq. (11c) (Hibbeler, 2005).

$$(a) \ Ec_{Translação} = \frac{1}{2}mv_T^2 ; \quad (b) \ Ec_{Rotação} = \frac{1}{2}J_O\omega^2 ; \quad (c) \ Ec_{PlanoGeral} = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}J_G\omega^2 \quad (11)$$

Ao se considerar uma THC como um sistema, sua energia cinética equivalente pode ser calculada pela da Eq. (12), sendo a energia cinética equivalente a soma da energia cinética dos componentes.

$$Ec_{eq} = Ec_T + Ec_{ST} + Ec_L \quad (12)$$

4. MOMENTOS DE INÉRCIA POR TIPOS DE TRANSMISSÃO

Nas manipulações matemáticas, os momentos de inércia são calculados em relação ao eixo da turbina, dessa forma deve-se atentar às relações de transmissão entre os componentes. Desprezam-se os momentos de inércia dos eixos por serem bem menores que os dos demais componentes.

4.1. Engrenagens

As engrenagens são usadas para a transmissão de torque e de velocidade angular em diversas aplicações. Existem várias opções de engrenagens de acordo com o uso a qual ela se destina. O sistema de transmissão por engrenagens cilíndrica de dentes retos simples (ou um estágio) é aquele que apresenta apenas um par engrenado, composto pela engrenagem motora e pela movida. Podem também existir sistemas com mais de um estágio, Sua aplicação em THC's é para a multiplicação de velocidades.

4.1.1. Engrenagens Cilíndricas Simples

Os sistemas de transmissão por engrenagens cilíndricas (Fig. 4) geralmente são utilizados quando a distância entre os eixos é pequena. Esse sistema apresenta grande capacidade de transmissão de torque além de uma grande confiabilidade. São utilizadas entre eixos paralelos e para transmissões de um estágio possuem uma relação de transmissão de até 8. Podem transmitir potências da ordem de 20000 – 25000 cv, com velocidades tangenciais de até 200 m/s além de apresentam rendimento de até 99% (Stipkovic Filho, 1978).

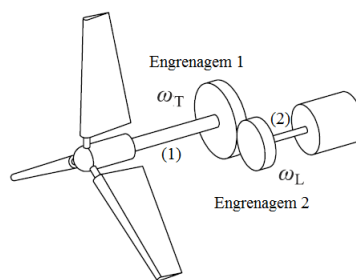


Figura 4. Modelo esquemático do sistema de engrenagem cilíndrica simples.

A partir do método da energia cinética equivalente temos que, a energia cinética equivalente para uma engrenagem simples é dada pela Eq. (13) Sendo que Ec_{e1} e Ec_{e2} representam a energia cinética da primeira e segunda engrenagem respectivamente.

$$Ec_{eq} = Ec_T + Ec_{e1} + Ec_{e2} + Ec_L \quad (13)$$

Explicitando os termos de cada componente da Eq. (13), obtemos a Eq. (14). Sendo ω_T a rotação da turbina e ω_L a rotação do eixo do gerador, que representa a carga do sistema.

$$\frac{1}{2} J_{eq} \omega_T^2 = \frac{1}{2} J_T \omega_T^2 + \frac{1}{2} J_{e1} \omega_T^2 + \frac{1}{2} J_{e2} \omega_L^2 + \frac{1}{2} J_L \omega_L^2 \quad (14)$$

Sabendo que a relação de transmissão é dada pela Eq. (15), tem-se que $\omega_L = r \omega_T$. Logo Eq. (14) pode ser reescrita como mostrada na Eq. (16). O termo Z representa o número de dentes das engrenagens.

$$r = \frac{\omega_L}{\omega_T} = \frac{Z_1}{Z_2} \quad (15)$$

$$\frac{1}{2} J_{eq} \omega_T^2 = \frac{1}{2} J_T \omega_T^2 + \frac{1}{2} J_{e1} \omega_T^2 + \frac{1}{2} J_{e2} (r \omega_T)^2 + \frac{1}{2} J_L (r \omega_T)^2 \quad (16)$$

Como todos os termos estão em função da rotação da turbina ω_T , chega-se a Eq. (17).

$$J_{eq} = J_T + J_{e1} + r^2 J_{e2} + r^2 J_L \quad (17)$$

Portanto o momento de inércia equivalente do sistema de transmissão por engrenagem simples é dado pela Eq. (18).

$$J_{ST} = J_{e1} + r^2 J_{e2} \quad (18)$$

4.1.2. Engrenagens Cilíndricas com 2 Estágios

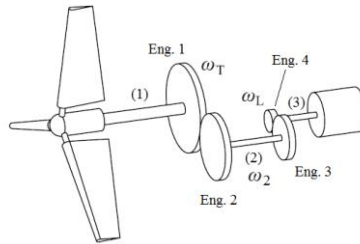


Figura 5. Modelo esquemático do sistema de engrenagem com 2 estágios.

A partir do método da energia cinética tem-se que, a energia cinética equivalente para um sistema de transmissão de engrenagem com dois estágios (Fig. 5) é dada pela Eq. (19).

$$Ec_{eq} = Ec_T + Ec_{e1} + Ec_{e2} + Ec_{e3} + Ec_{e4} + Ec_L \quad (19)$$

Explicitado a Eq. (19),

$$\frac{1}{2} J_{eq} \omega_T^2 = \frac{1}{2} J_T \omega_T^2 + \frac{1}{2} J_{e1} \omega_T^2 + \frac{1}{2} J_{e2} \omega_2^2 + \frac{1}{2} J_{e3} \omega_2^2 + \frac{1}{2} J_{e4} \omega_L^2 + \frac{1}{2} J_L \omega_L^2 \quad (20)$$

Sabendo que a primeira relação de transmissão, entre o eixo 2 e o eixo da turbina, é dado pela Eq. (21a), e a segunda relação, entre o eixo da carga e o eixo 2, pela Eq. (21b) sendo que ω_2 é a rotação angular no eixo 2, tem-se que a partir da Eq. (21a) pode-se obter $\omega_2 = r_1 \omega_T$ e a partir de (21b) obter $\omega_L = r_2 \omega_2$, então a Eq. (20) pode ser reescrita em função da rotação na turbina, ω_T , como mostrada na Eq. (22).

$$(a) \ r_1 = \frac{\omega_2}{\omega_T} = \frac{Z_1}{Z_2}; \quad (b) \ r_2 = \frac{\omega_L}{\omega_2} = \frac{Z_3}{Z_4} \quad (21)$$

$$\frac{1}{2} J_{eq} \omega_T^2 = \frac{1}{2} J_T \omega_T^2 + \frac{1}{2} J_{e1} \omega_T^2 + \frac{1}{2} J_{e2} r_1^2 \omega_T^2 + \frac{1}{2} J_{e3} r_1^2 \omega_T^2 + \frac{1}{2} J_{e4} (r_1 r_2)^2 \omega_T^2 + \frac{1}{2} J_L (r_1 r_2)^2 \omega_T^2 \quad (22)$$

Simplificando,

$$J_{eq} = J_T + J_{e1} + r_1^2 J_{e2} + r_1^2 J_{e3} + (r_1 r_2)^2 J_{e4} + (r_1 r_2)^2 J_L \quad (23)$$

Da Eq. (23) obtemos o momento de inércia equivalente do sistema de transmissão de engrenagens cilíndricas de dois estágios mostrado na Eq. (24).

$$J_{ST} = J_{e1} + r_1^2 (J_{e2} + J_{e3}) + (r_1 r_2)^2 J_{e4} \quad (24)$$

Na verdade, engrenagens cilíndricas não são tão utilizadas quando comparadas com outros tipos de transmissão, tal como as engrenagens planetárias a ser visto a seguir.

4.1.3. Engrenagem Cônica

Quando engrenagens são utilizadas para transmitir movimento entre eixos concorrentes, utiliza-se geralmente algum tipo de engrenagem cônica (Fig. 6a), geralmente elas são construídas para ângulo de 90° entre eixos (Budynas, 2011). As engrenagens cônicas possuem relação de multiplicação de até 6, seu rendimento é comparável às engrenagens cilíndricas (Stipkovic Filho, 1978). A Figura 6b apresenta o modelo de uma turbina hidrocínética de eixo horizontal projetado por Bibeau et al. (2015) que utiliza uma engrenagem cônica como sistema de transmissão.

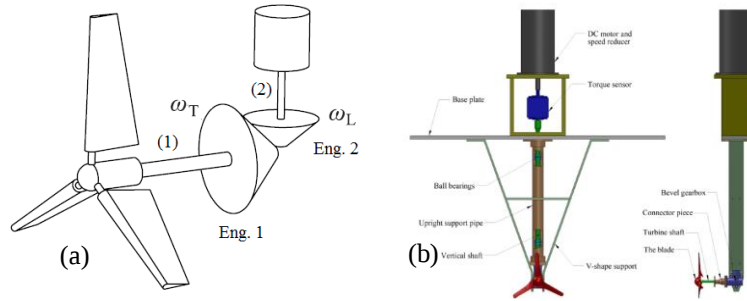


Figura 6. (a) Modelo esquemático do sistema de engrenagem cônica | (b) THC de eixo horizontal que utiliza engrenagem cônica desenvolvida por Bibeau et al. (2015).

A partir do método da energia cinética equivalente, a energia cinética equivalente para um sistema de transmissão de engrenagem cônica é dada pela Eq. (25). Sendo que Ec_{eM} e Ec_{eL} representam a energia cinética da engrenagem motora e de carga, respectivamente.

$$Ec_{eq} = Ec_T + Ec_{eM} + Ec_{eL} + Ec_L \quad (25)$$

Explicitando os termos da Eq. (25).

$$\frac{1}{2} J_{eq} \omega_T^2 = \frac{1}{2} J_T \omega_T^2 + \frac{1}{2} J_{eM} \omega_T^2 + \frac{1}{2} J_{eL} \omega_L^2 + \frac{1}{2} J_L \omega_L^2 \quad (26)$$

Sabendo que $\omega_L = r \omega_T$, obtém-se a Eq. (26).

$$\frac{1}{2} J_{eq} \omega_T^2 = \frac{1}{2} J_T \omega_T^2 + \frac{1}{2} J_{eM} \omega_T^2 + \frac{1}{2} J_{eL} r^2 \omega_T^2 + \frac{1}{2} J_L r^2 \omega_T^2 \quad (27)$$

Simplificando.

$$J_{eq} = J_T + J_{eM} + r^2 J_{eL} + r^2 J_L \quad (28)$$

Finalmente, a expressão do momento de inércia equivalente do sistema de transmissão pode ser dada pela Eq. (29).

$$J_{ST} = J_{eM} + r^2 J_{eL} \quad (29)$$

4.1.4. Engrenagens Planetárias

Engrenagens planetárias são bastante utilizadas em turbinas eólicas e consequentemente em THC's. Elas são compactas, leves e permitem altas reduções/multiplicações de velocidade. As THC's que estão sendo instaladas no primeiro parque hidrocinético de Tucuruí são deste tipo. O Projeto Tucunaré (Fig. 7b) é um projeto que tem como objetivo desenvolver uma turbina hidrocinética para o aproveitamento do potencial energético das águas de rios. É composto por um grupo de colaboradores entre eles a Universidade Federal do Pará, Universidade de Brasília e a Eletronorte (Teixeira, 2014). A Fig. 7a apresenta um modelo esquemático de uma THC utilizando trem planetário.

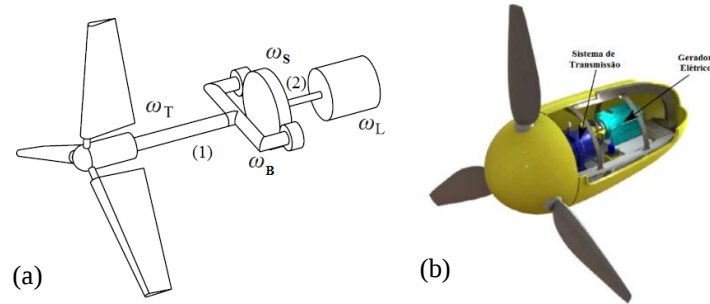


Figura 7. (a) Modelo esquemático do sistema de engrenagem planetária | (b) Modelo de THC de eixo horizontal que utiliza engrenagem planetária (Adaptado de Mesquita et al., 2014).

A partir do método da energia cinética equivalente, a energia cinética equivalente para um sistema de transmissão de engrenagem planetária é dada pela Eq. (30). Sendo que EC_B , EC_P e EC_S representam a energia cinética do braço, das engrenagens planetas e engrenagem sol, respectivamente.

$$EC_{eq} = EC_T + EC_B + EC_P + EC_S + EC_L \quad (30)$$

A partir de uma análise cinemática nas engrenagens e sabendo que $\omega_B = \omega_T$ e $\omega_S = \omega_L$, surgem como resultado as Eq's. (31), (32) e (33).

$$\frac{\omega_S}{\omega_B} = 2(R_S + R_P) \quad (31)$$

$$v_P = \omega_B (R_S + R_P) \quad (32)$$

$$\omega_P = \frac{v_P}{R_P} = \frac{\omega_B (R_S + R_P)}{R_P} \quad (33)$$

Sendo que R_S e R_P são os raios da engrenagem sol e planeta, respectivamente. Portanto expandindo a Eq. (30), com N_P representando o número de engrenagens planetas obtém-se a Eq. (34),

$$\frac{1}{2} J_{eq} \omega_T^2 = \frac{1}{2} J_T \omega_T^2 + \frac{1}{2} J_B \omega_B^2 + N_P \left(\frac{1}{2} J_P \omega_P^2 + \frac{1}{2} m_P v_P^2 \right) + \frac{1}{2} J_S \omega_S^2 + \frac{1}{2} J_L \omega_L^2 \quad (34)$$

Substituindo a Eq. (31), (32) e (33) na Eq. (34), obtém-se a Eq. (35).

$$\begin{aligned} \frac{1}{2} J_{eq} \omega_T^2 = & \frac{1}{2} J_T \omega_T^2 + \frac{1}{2} J_B \omega_T^2 + N_P \left[\frac{1}{2} J_P \left(\frac{R_S + R_P}{R_P} \right)^2 \omega_T^2 + \frac{1}{2} m_P (R_S + R_P)^2 \omega_T^2 \right] + \dots \\ & \dots + \frac{1}{2} J_S \left[\frac{2(R_S + R_P)}{R_S} \right]^2 \omega_T^2 + \frac{1}{2} J_L \left[\frac{2(R_S + R_P)}{R_S} \right]^2 \omega_T^2 \end{aligned} \quad (35)$$

Simplificando a Eq. (35), obtém-se a Eq. (36).

$$J_{eq} = J_T + J_B + N_P \left[J_P \left(\frac{R_S + R_P}{R_P} \right)^2 + m_P (R_S + R_P)^2 \right] + \left[\frac{2(R_S + R_P)}{R_S} \right]^2 (J_S + J_L) \quad (36)$$

Finalmente obtém-se a Eq. (37), que representa o MIE do sistema de transmissão por engrenagens planetárias.

$$J_{ST} = J_B + N_P \left[J_P \left(\frac{R_S + R_P}{R_P} \right)^2 + m_P (R_S + R_P)^2 \right] + \left[\frac{2(R_S + R_P)}{R_S} \right]^2 J_S \quad (37)$$

4.2. Correias

Nas transmissões por correias (Fig. 8a) as principais vantagens encontradas acontecem em função deste elemento ser flexível, e ter como princípio de transmissão o atrito. Assim, esse sistema oferece economia e versatilidade. Sua aplicabilidade pode ser exemplificada nas turbinas instaladas na cidade do Acará no Pará (Fig. 8b) (Lopes et al, 2014; Lopes et al., 2015; Vaz et al, 2015) e outra na comunidade de São Sebastião localizada no Igarapé do Tarumã II, margem esquerda do Rio Negro, distrito de Manaus estado do Amazonas (Cruz, 2003).

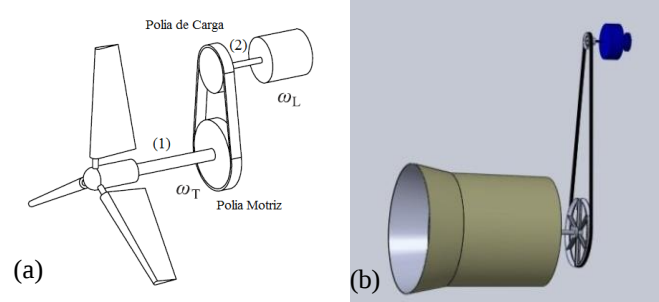


Figura 8. (a) Modelo esquemático do sistema de sistema de transmissão por correia | (b) THC de eixo horizontal com difusor que utiliza correia (Vaz et al., 2015).

A partir do método da energia cinética, a energia cinética equivalente é dada pela Eq. (38), sendo que o termo Ec_C representa a energia da correia. Expandindo a Eq. (38) obtém-se a Eq. (39), que após substituição das Eq.'s (40) e (41) transforma-se na Eq. (42). Reorganizando a Eq. (42) obtém-se a Eq. (43).

$$Ec_{eq} = Ec_T + Ec_{PM} + Ec_{PL} + Ec_C + Ec_L \quad (38)$$

$$\frac{1}{2} J_{eq} \omega_T^2 = \frac{1}{2} J_T \omega_T^2 + \frac{1}{2} J_{PM} \omega_T^2 + \frac{1}{2} J_{PL} \omega_L^2 + m_C v_C^2 + \frac{1}{2} J_L \omega_L^2 \quad (39)$$

$$r = \frac{\omega_L}{\omega_T} = \frac{d_{PM}}{d_{PL}} \quad (40)$$

Sabendo que a velocidade da correia na polia motora é dada por $v_B = \omega_T R_{PM}$, sendo que R_{PM} é o raio da polia motriz tem-se

$$\frac{1}{2} m_C v_C^2 = \frac{1}{2} \frac{P}{g} (\omega_T R_{PM})^2 = \frac{1}{2} \frac{P}{g} R_{PM}^2 \omega_T^2 \quad (41)$$

sendo que P é o peso e g é a gravidade.

$$\frac{1}{2} J_{eq} \omega_T^2 = \frac{1}{2} J_T \omega_T^2 + \frac{1}{2} J_{PM} \omega_T^2 + \frac{1}{2} J_{PL} r^2 \omega_T^2 + \frac{1}{2} \frac{P}{g} R_{PM}^2 \omega_T^2 + \frac{1}{2} J_L r^2 \omega_T^2 \quad (42)$$

$$\frac{1}{2} J_{eq} \omega_T^2 = \frac{1}{2} \left(J_T + J_{PM} + r^2 J_{PL} + \frac{P}{g} R_{PM}^2 + r^2 J_L \right) \omega_T^2 \quad (43)$$

Por comparação entre os termos da Eq. (43), obtém-se a Eq. (44).

$$J_{eq} = J_T + J_{PM} + r^2 J_{PL} + \frac{P}{g} R_{PM}^2 + r^2 J_L \quad (44)$$

Finalmente, o MIE do sistema de transmissão por correia é dado pela Eq. (45)

$$J_{ST} = J_{PM} + r^2 J_{PL} + \frac{P}{g} R_{PM}^2 \quad (45)$$

Os trabalhos de Lopes et al. (2015) e Vaz et al. (2015) descrevem a instalação de uma pequena turbina hidrocínica com sistema de transmissão por correia do tipo V a fim de validar o modelo definido na Eq.(1). A turbina foi instalada na micro bacia de Arapiranga-Açu, na cidade de Acará, estado do Pará. Possuindo potência nominal de saída de 500 W, rotação de 900 rpm e tensão de 12 V de saída, o sistema de transmissão por correia possui relação de transmissão de 1:4, adotando eficiência de 96,5%. Como resultado do modelo descrito pela Eq.(1) tem-se os valores de rotação em função do tempo utilizando o modelo dinâmico previamente descrito. Observa-se que, na região em que a função apresenta um regime permanente, o resultado da simulação é 33,9 rpm. Neste caso, o erro relativo é 3,14% quando comparado com os valores médios medidos em campo. Contudo, o modelo necessita ainda de melhoramentos no que diz respeito ao torque resistente na partida da máquina, tema atual de pesquisa do grupo de pesquisa em THC da UFPA.

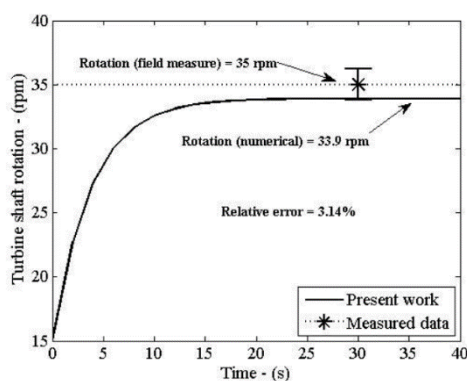


Figura 9. Comparação entre o modelo numérico e o medido em campo (Lopes et al., 2015).

5. CONCLUSÃO

O presente trabalho apresentou um resumo da determinação das expressões de momentos de inércias dos principais tipos de transmissões utilizadas em turbinas hidrocínicas e também eólicas quando se usa o modelo dinâmico do trem de potência dado pela Eq.(1).

A determinação das expressões dos momentos de inércia possibilita uma maior facilidade na determinação do momento de inércia equivalente do sistema contribuindo de forma direta no modelo matemático dinâmico de THC apresentado. Contudo, o modelo necessita ainda de melhoramentos no que diz respeito ao torque resistente na partida da máquina.

Pesquisas nesse tema devem ser incentivadas, pois tais máquinas utilizam energia limpa pela utilização de fontes renováveis sem agressão ao meio ambiente e contribuem para o avanço tecnológico e sustentável do país.

6. REFERÊNCIAS

- Bibeau, E.L., Shahsavari, M., Chatoorgoon, V., 2015, "Effect of Shroud on the Performance of Horizontal axis hydrokinetic Turbines", Ocean Engineering.
- Brasil. Ministério de Minas e Energia, 2015, Disponível em < <http://www.mme.gov.br/web/guest/publicacoes-e-indicadores/programa-luz-para-todos>>. Acesso em 06 nov. 2015.
- Brasil Junior, A.C.P., Els, R.V., Salomon, L.R.B., Oliveira, T., Rodrigues, A.P., Ferreira, W.O., "Turbina Hidrocínica Geração 3". Disponível em < <http://www.aneel.gov.br/biblioteca/citenel2007/pdf/it46.pdf>>. Acesso em 16 jan. 2016.
- Budynas, R.G., Nisbett, J.K., 2011, "Elementos de Máquinas de Shigley: Projeto de Engenharia Mecânica", Porto Alegre, AMGM, 8ed, 1084 p.
- Cruz, R.W.A. da, 2003, "Geração de Eletricidade com Turbina Hidrocínica na Amazônia: O Caso da Comunidade de São Sebastião", In: Encontro De Energia No Meio Rural, Campinas. Scielo Proceedings Online. Disponível em <http://www.proceedings.scielo.br/scielo.php?script=sci_arttext&pid=MSC0000000022000000200040&lng=en&nrm=abn>. Acesso em: 06 Apr. 2016.
- EUA, 2015, International Energy Agency, "CO2 emissions statistics", Disponível em < <http://www.iea.org/statistics/topics/CO2emissions/>>. Acessado em 19 fev. 2016.
- EUA, 2016, United Nations Foundation, "Achieving Universal Energy Access", Disponível em <<http://www.unfoundation.org/what-we-do/issues/energy-and-climate/clean-energy-development.html>>. Acessado em 19 fev. 2016

- Figueiredo, S.W.O., Silva, T.R.M. da, Pinheiro, J.R., Blanco, C.J.C., Vaz, D.A.T.D. do R., 2013, "Protótipo Hidrocinético para Geração de Energia Elétrica Aplicado à Educação em Engenharia", Revista de Ensino de Engenharia, V. 32, n.1.
- Fo, G.L.T., 2003, "The State of Art of Hydrokinetic Power in Brazil" Waterpower XIII, New York.
- Hibbeler, R.C., 2005, "Dinâmica – Mecânica para Engenharia", vol. 2, São Paulo, Brasil.
- Lopes, J.J.A., Moreira, T.H.deS., Brandão, D.T., Figueiredo, S.W.O., Vaz, J.R.P., Mesquita, A.L.A., Mesquita, A.L.A., Galhardo, M.A.B., 2014, "Transient Modeling of a Small Hydrokinetic Turbine", 15th Brazilian Congress of Thermal Sciences and Engineering, Belém, Brasil.
- Lopes, J.J.A., Vaz, J.R.P., Mesquita, A.L.A., Mesquita, A.L.A., Blanco, C.J.C., 2015, "An Approach for the Dynamic Behavior of Hydrokinetic Turbines", Energy Procedia, Elsevier.
- Maniaci, D.C., and Li, Y., 2011, "Investigating the Influence of the Added Mass Effect to Marine Hydrokinetic Horizontal-Axis Turbines using a General Dynamic Wake Wind Turbine Code", in: Oceans 11 - Conference Kona, Hawaii, pp. 19-21.
- Mesquita, A.L.A., Mesquita, A.L.A., Palheta, F.C., Vaz, R.P., Morais, M.V.G., 2014, "A Methodology for the Transient Behavior of Horizontal Axis Hydrokinetic Turbines". Energy Conversion and Management, v. 87.
- Stipkovic Filho, M., 1978, "Engrenagens", Ed. McGraw-Hill, São Paulo, Brasil, 137 p.
- Teixeira, R.A.G., 2014, "Montagem e Instalação de Turbinas Hidrocinéticas". Faculdade de Engenharia Mecânica, Universidade de Brasília. Disponível em <http://bdm.unb.br/bitstream/10483/10188/1/2014_RicardoAlcantaraGomesTeixeira.pdf>. Acesso em 17 mar. 2016.
- Vaz, J.R.P., Moreira, T.H.S., Brandão, D.T., Lopes, J.J.A., Figueiredo, S.W.O., Mesquita, A.L.A., Galhardo, M.A.B., Blanco, C.J.C., 2015, "Transient Modeling of a Small Hydrokinetic Turbine", Thermal Engineering, Vol. 14. No. 2, p. 63-68.

7. RESPONSABILIDADE AUTURAL

Os autores são os únicos responsáveis pelo conteúdo do material impresso incluído neste trabalho.

DETERMINATION OF EQUIVALENT INERTIA MOMENTS FROM DIFFERENT TRANSMISSION SYSTEMS OF HYDROKINETIC TURBINES

Kelvin Alves Pinheiro, kelvin_alves@hotmail.com
Sérgio de Souza Custódio Filho, engsergiocustodio@gmail.com
Marcelo Henrique Correa Bentes, mhbentes@hotmail.com
Alexandre Luiz Amarante Mesquita, alexmesq@ufpa.br

Federal University of Pará, Institute of Technology, Augusto Corrêa Street, 01 – Guamá. Zip Code 66075-110. Mailbox 479. Belém-PA, Brazil.

Abstract. In the Amazon region, where much of the small communities are on the its riverbanks, the logistical difficulties, low population density and natural obstacles end up impeding the access of the communities to the conventional power system distribution. The use of hydrokinetic turbines (THC's) is a viable alternative for generating electricity in isolated locations, once they are easy to install and there is no need of dams. In the last decades, the optimization of these devices has been studied, being modeled various aspects of their behavior. Among these devices is the rotational dynamics modeling of the turbine power train constituted of the rotor, mechanical transmission and electric generator. In the view of the above, this study aimed at demonstrating and getting the expressions of equivalent moments of inertia (MIE's) of the transmission systems by cylindrical gears (one and two stages), bevel gears, planetary gears and transmission by belt. To get the MIE's expressions for each of these types of transmission, the kinetic energy expression was developed mathematically for each component of the turbine power train (turbine rotor, transmission and electric generator) and then the equivalent kinetic energy was determined, referred to the turbine rotor shaft. From the equivalent kinetic energy expression, it is obtained the inertia expression of the transmission. The determination of the expressions of the MIE's transmissions used in THC's allows a greater ease in determining the total system of MIE and contributes directly in the THC's mathematical models.

Keywords: inertia moment, mechanical transmission, hydrokinetic turbine, planetary gear.