

ABORDAGEM MICROMECAÂNICA DA PROPAGAÇÃO DE FRATURAS EM MEIOS ELÁSTICOS

Cássio Barros de Aguiar, cassio.barros.aguiar@gmail.com¹
Samir Maghous, samir.maghous@ufrgs.br¹

¹Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, Rio Grande do Sul, Brasil

Resumo: O objetivo desta contribuição é formular o comportamento homogeneizado de meios fraturados, empregando as ferramentas da micromecânica. Raciocinando sobre o Volume Elementar Representativo do meio fraturado, o tensor de elasticidade macroscópico $\mathbb{C} = \mathbb{C}(\epsilon)$ é determinado analiticamente através dos esquemas de homogeneização de tipo Mori-Tanaka, a partir das propriedades elásticas da matriz, das rigidezes normal e tangenciais das fraturas, e da densidade de fraturas ϵ . A abordagem constitui uma extensão das análises classicamente desenvolvidas no caso de fissuras (i.e., descontinuidades que não transmitem esforços). Um aspecto fundamental do comportamento deste tipo de meio é conectado à propagação de fraturas induzida pelas solicitações externas. O modelo de dano formulado neste trabalho se situa na intersecção dos argumentos termodinâmicos clássicos e dos raciocínios micromecânicos. Para cada nível de deformação macroscópica, a expressão da energia livre macroscópica é calculada a partir da expressão previamente determinada do tensor de rigidez homogeneizado. O dano do meio se produz então pela propagação das fraturas, implicando a evolução da densidade de fraturas. A dissipação intrínseca macroscópica se escreve em função da derivada da energia livre em relação a densidade de fraturas d . É natural então escrever o critério de propagação de fraturas em relação à força termodinâmica responsável da propagação. A contribuição da micromecânica reside no fato que ela permite calcular a derivada da energia livre. Aplicações ilustram a influencia das propriedades mecânicas das fraturas sobre o comportamento homogeneizado do meio fraturado. Condições de propagação de dano considerando distribuições isotrópicas de fissuras e de fraturas são igualmente analisadas, mostrando as similaridades e diferenças entre os dois tipos de descontinuidade.

Palavras-chave: fraturas, micromecânica, propagação de dano

1. INTRODUÇÃO

Uma das principais características dos materiais envolvidos em engenharia estrutural é a presença, em diferentes escalas, de descontinuidades (fissuras ou fraturas). O termo “fratura” refere a uma zona de pouca espessura ao longo da qual as propriedades mecânicas da matriz são fortemente degradadas. A presença destas fraturas tem um impacto crucial sobre o comportamento global destes meios, pois elas constituem zonas de fraca rigidez e resistência (Maghous *et al.*, 2008).

A abordagem termodinâmica clássica do dano baseia-se na identificação das variáveis internas que determinam os parâmetros de dano e as forças termodinâmicas associadas. O critério de propagação, em seguida, toma a forma de uma condição matemática escrita sobre estas forças. Uma abordagem micromecânica foi implementada por Dormieux *et al.* (2006.a), escrevendo o critério de propagação em termos de propriedades homogeneizadas. O presente trabalho revisou o critério proposto por Dormieux *et al.*, considerando fraturas.

No contexto da teoria da mecânica do dano contínuo, o parâmetro de densidade de fraturas fornece uma interpretação micromecânica à variável de dano macroscópica. Normalmente, as contribuições micromecânicas à teoria danos são restritas a determinação do comportamento de material homogeneizado, entretanto, estas teorias consideram fissuras, incapaz de transferir esforços. Maghous *et al.* (2011) e Lorenci (2013) formularam o comportamento homogeneizado para meios fraturados. Estes comportamentos podem ser utilizados para estudar a propagação de fraturas, aperfeiçoando as teorias conhecidos. De fato, com base em uma escolha adequada de um regime de homogeneização, a micromecânica é capaz de fornecer estimativas da força termodinâmica associada ao dano, interpretada como uma taxa de libertação de energia.

2. COMPORTAMENTO MECÂNICO DE MEIOS ELÁSTICOS FRATURADOS

A teoria da micromecânica geralmente é aplicada para formular o comportamento homogeneizado de materiais. Na maioria das vezes as heterogeneidades são constituídas de um material diferente do meio principal. Na poromecânica, em geral, as heterogeneidades são fissuras, cuja definição abrange descontinuidades com pequena espessura incapaz de transferir esforços. Maghous *et al.* (2011) e Lorenci (2013) expandiram esta definição para tratar de fraturas e estabelecer o tensor de rigidez homogeneizado, assumindo que o material é elástico linear. Esta secção descrever superficialmente o método e os resultados encontrados por eles.

A ideia consiste em descrever o tensor de rigidez homogeneizado utilizando a estimativa de Mori-Tanaka, que é um esquema de homogeneização baseado no problema de Eshelby (ver Dormieux *et al.* (2006.b)). Para o correto uso da estimativa de Mori-Tanaka, as heterogeneidades devem manter a mesma forma usada por Eshelby: elipsoides. A Figura 1 representa a geometria usada para fraturas neste trabalho.

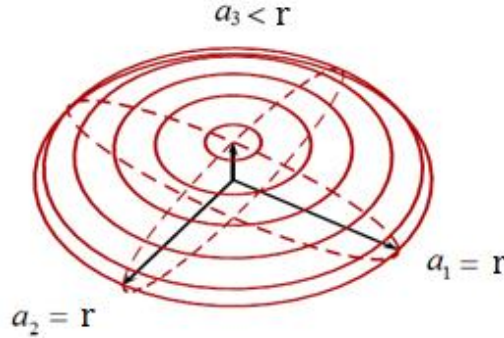


Figura 1. Representação elipsoidal das fraturas.

Neste contexto, o material elástico toma o lugar da matriz e as fraturas tomam o lugar das heterogeneidades. Considerando-se um material isótropo para a matriz, seu tensor de rigidez $\mathbb{C}_s$ pode ser representado por seus módulos de compressão k_s e de cisalhamento μ_s :

$$\mathbb{C}_s = 3 k_s \mathbb{J} + 2 \mu_s \mathbb{K} \quad (1)$$

Onde $\mathbb{J}$ e $\mathbb{K}$ são respectivamente os tensores de quarta ordem esférico e desviador, definidos como:

$$\mathbb{J} = \frac{1}{3} \underline{\underline{1}} \otimes \underline{\underline{1}} \quad ; \quad \mathbb{K} = \mathbb{I} - \mathbb{J} \quad (2)$$

$\underline{\underline{1}}$ é o tensor identidade de segunda ordem e $\mathbb{I}$ é o tensor identidade quarta ordem. Por outro lado, as fraturas apresentam transferência de esforços através do contato de suas superfícies, este comportamento garante às fraturas um tensor de rigidez de segunda ordem denominado de $\underline{\underline{K}}_j$. Para utilizar este tensor de rigidez na estimativa de Mori-Tanaka, $\underline{\underline{K}}_j$ precisa ser escrito como um tensor de quarta ordem. Maghous *et al.* (2011) Determinaram a forma equivalente do tensor de rigidez das fraturas, representando-o da seguinte forma:

$$\mathbb{C}_j = 3 X r \left(k_n - \frac{4}{3} k_t \right) \mathbb{J} + 2 X r k_t \mathbb{K} \quad (3)$$

Onde k_n e k_t representam, respectivamente, as rigidezes normal e tangencial das fraturas, r é o raio médio das fraturas e $X = a_3/r$ é o fator de aspecto. Nota-se que $\mathbb{C}_j$ também é um tensor isótropo. As fraturas apresentam transferência de esforços devido ao contato de suas superfícies opostas, para que esta interação seja verificada, uma fratura em forma oblata deve ser submetida a condição $X \ll 1$. Com esta definições o esquema de Mori-Tanaka resulta no seguinte tensor de rigidez homogeneizado:

$$\mathbb{C}^{hom} = \lim_{X \rightarrow 0} \left\{ \mathbb{C}_s + f \mathbb{C}_j : [\mathbb{I} + \mathbb{P} : (\mathbb{C}_s - \mathbb{C}_j)]^{-1} \right\} : \left\{ \mathbb{I} + f [\mathbb{I} + \mathbb{P} : (\mathbb{C}_s - \mathbb{C}_j)]^{-1} \right\}^{-1} \quad (4)$$

Onde $f = \frac{4}{3} \pi \epsilon X$ é a fração volumétrica de fraturas, $\epsilon = \mathcal{N} r^3$ representa o parâmetro de densidade de fraturas introduzido por Budiansky e O'Connel (1976), $\mathcal{N}$ é a densidade de fraturas expressa por unidade de volume e $\mathbb{P} = \mathbb{P}(X, \underline{n})$ é o tensor de Hill associado à família de fraturas considerada e depende do fator de aspecto X do esferoide oblato e de sua orientação $\underline{n}$. O tensor de Hill para esferoides oblatos pode ser encontrado na obra de Mura (1987). Observa-se que $\mathbb{P}$ é obtido em coordenadas locais, de acordo com os eixos das heterogeneidades admitidas. Desta

forma, a equação (4) só pode ser utilizado quando todas as fraturas têm a mesma orientação no V.E.R. (Volume elementar representativo). Lorenci (2013) estabeleceu um raciocínio admitindo uma distribuição isotrópica de fraturas. Tal mecanismo conduz à seguinte equação:

$$\mathbb{C}^{hom} = \lim_{\mathbf{x} \rightarrow 0} \left\{ \mathbb{C}_s + \overline{\mathbb{C}_j : [\mathbb{I} + \mathbb{P}_G : (\mathbb{C}_s - \mathbb{C}_j)]^{-1}} \right\} : \left\{ \mathbb{I} + \overline{[\mathbb{I} + \mathbb{P}_G : (\mathbb{C}_s - \mathbb{C}_j)]^{-1}} \right\}^{-1} \quad (5)$$

Onde $\mathbb{P}_G$ é o tensor de Hill escrito em coordenadas Globais (ver Dutra (2012), Lorenci (2013) ou Aguiar (2016)) e a operação $\mathcal{I}(\theta, \phi)$ sobre uma variável $\mathcal{I}(\theta, \phi)$ é representada como:

$$\overline{\mathcal{I}(\theta, \phi)} = \int_{\theta=0}^{2\pi} \int_{\phi=0}^{\pi} f \psi(\theta, \phi) \mathcal{I}(\theta, \phi) \sin(\phi) d\phi d\theta \quad (6)$$

$\psi(\theta, \phi)$ representa a função de probabilidade de distribuição de orientação, cujas propriedades são apresentadas no trabalho de Advani e Tucker (1987). Cabe ressaltar que para o caso específico em que todas as fraturas apresentam a mesma geometria, dimensão e o conjunto de fraturas apresenta uma distribuição perfeitamente isotrópica, a função $\psi(\theta, \phi)$ assume o valor constante $\psi(\theta, \phi) = 1/4\pi$. Lorenci (2013) e Aguiar (2016) resolveram a Eq. (5) e encontraram a seguinte expressão para tensor rigidez homogeneizadas:

$$\mathbb{C}^{hom} = 3 k_{hom} \mathbb{J} + 2 \mu_{hom} \mathbb{K} \quad (7)$$

Onde k_{hom} e μ_{hom} são os módulos de compressão e cisalhamento homogeneizados, representados na Eq. (8). Percebe-se que o tensor de rigidez homogeneizado $\mathbb{C}^{hom}$ é isotrópico, tal isotropia apenas é possível de se obter devido à isotropia material (proveniente da matriz e das fraturas) e geométrica (proveniente da distribuição de orientação de fraturas).

$$\begin{aligned} k_{hom} &= 3 k_s \frac{\beta_1}{\beta_2} \\ \mu_{hom} &= \mu_s \frac{45\beta_1\beta_3}{\beta_4} \end{aligned} \quad (8)$$

β_i são coeficientes dependentes dos parâmetros da matriz e das fraturas, determinados por Lorenci (2013) e Aguiar (2016):

$$\begin{aligned} \beta_1 &= 3 k_s \pi \mu_s + 3 k_s r k_n + 4 \mu_s r k_n + \pi \mu_s^2 \\ \beta_2 &= 12 k_s^2 \epsilon \pi + 16 k_s \epsilon \pi \mu_s + 12 r \mu_s k_n + 9 k_s r k_n + 3 \pi \mu_s^2 + 9 k_s \pi \mu_s \\ \beta_3 &= 9 k_s \pi \mu_s + 12 k_s r k_t + 16 \mu_s r k_t + 6 \pi \mu_s^2 \\ \beta_4 &= (288\beta_1 k_s \mu_s \epsilon \pi + 384\beta_1 \mu_s^2 \epsilon \pi + 48\beta_3 k_s \mu_s \epsilon \pi + 64\beta_3 \mu_s^2 \epsilon \pi + 45\beta_1\beta_3) \end{aligned} \quad (9)$$

Utilizando os parâmetros apresentados na Tab. 1, obteve-se a representação gráfica de k_{hom} e μ_{hom} para cada valor de parâmetro de dano ϵ , na Fig. 2:

Tabela 1. Parâmetros utilizados neste trabalho.

	Fraturas	Fissuras
k_s (GPa)	64,4	64,4
μ_s (GPa)	33,2	33,2
k_n (GPa/m)	50	0
k_t (GPa/m)	20	0
$\mathcal{N}$ (-)	1	1
$\mathcal{G}_t$ (Pa.m)	735	735

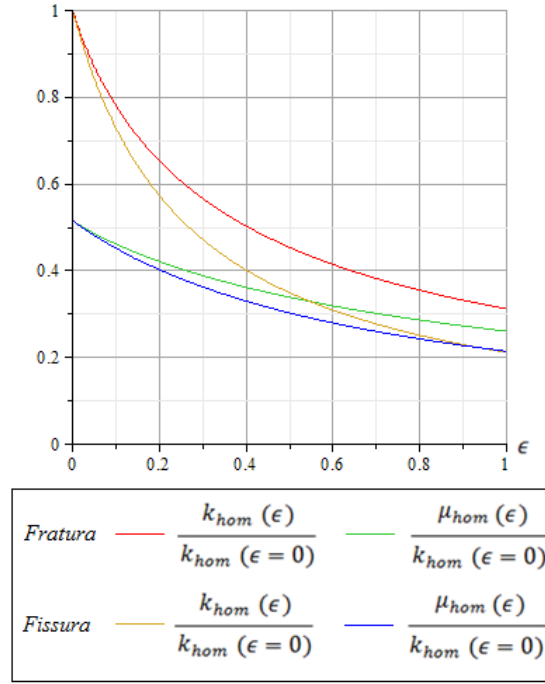


Figura 2. k_{hom} e μ_{hom} para cada parâmetro de dano ϵ .

Observa-se que as fraturas fornecem um acréscimo de rigidez em relação às fissuras, este acréscimo é decorrente do comportamento mecânico associado às fraturas, o qual é integrado na estimativa de Mori-Tanaka. As fissuras, por outro lado desconsideram este comportamento mecânico, o que equivale a tornar nulo o tensor de rigidez das descontinuidades.

Uma vez conhecido o comportamento mecânico do material elástico fraturado, torna-se possível estabelecer as condições de propagação. Observa-se que diferentemente das análises clássicas de propagação, onde se analisa isoladamente uma fratura, realizou-se uma análise homogeneizada, desta forma não é possível verificar a propagação de uma fratura de forma isolada e sim a propagação da distribuição de fraturas, representada pela variável ϵ .

3. PROPAGAÇÃO DE FRATURAS EM MEIOS ELÁSTICOS FRATURADOS

Griffith (1921) introduziu a noção de taxa de liberação de energia para modelar a propagação de fissuras, estabelecendo os conceitos básicos de mecânica da fratura. Nesta teoria, a análise de propagação é realizada para uma fratura. Esta teoria foi melhorada por Dormieux *et al.* (2006) utilizando a micromecânica para descrever a condição de propagação de fissuras de um material danificado em um meio elástico. Uma vez descrita esta condição, é possível expandir este conceito admitindo um meio elástico com fraturas.

3.1. Framework Clássico da Mecânica da Fratura

No contexto da teoria da Mecânica Linear da Fratura, o critério de propagação de uma fissura num meio elástico é classicamente formulado a partir da expressão da taxa de liberação de energia $\mathcal{F}$ que, por sua vez, é obtida a partir da dissipação de energia $\dot{\mathcal{D}}$:

$$\dot{\mathcal{D}} = \underline{\underline{\sigma}} : \underline{\underline{\dot{\epsilon}}} - \frac{\partial \Psi}{\partial \underline{\underline{\epsilon}}} : \underline{\underline{\dot{\epsilon}}} - \frac{\partial \Psi}{\partial s} \dot{s} \quad (10)$$

Onde s é a superfície de cada face da descontinuidade e Ψ representa a energia livre do material:

$$\Psi = \frac{1}{2} \underline{\underline{\sigma}} : \underline{\underline{\epsilon}} = \frac{1}{2} \underline{\underline{\epsilon}} : \underline{\underline{\mathbb{C}_s}} : \underline{\underline{\epsilon}} \quad (11)$$

$\underline{\underline{\epsilon}}$ e $\underline{\underline{\sigma}}$ representam, respectivamente os campos de deformação e tensão. A dissipação de energia é utilizada para formular a taxa de liberação de energia $\mathcal{F} = -\frac{\partial \Psi}{\partial s}$. A fratura propaga-se quando o $\mathcal{F}$ atinge o valor crítico $\mathcal{G}_f$, que é uma propriedade intrínseca do material:

$$\mathcal{F} - \mathcal{G}_f \leq 0 \quad ; \quad ds \geq 0 \quad ; \quad (\mathcal{F} - \mathcal{G}_f)ds = 0 \quad (12)$$

e

$$ds > 0 \Rightarrow d\mathcal{D} = \mathcal{G}_f ds \quad (13)$$

3.2. Análise Teórica Baseada na Micromecânica

A abordagem micromecânica consistem em obter estas expressões-chave para o material homogeneizado. Considerou-se apenas uma família isotrópica de fissuras idênticas em forma oblata em um volume elementar representativo $|\Omega|$ com densidade de fraturas $\mathcal{N}$. A superfície s de cada elemento é definida como $s = \pi r^2$. O parâmetro de dano que controla o efeito das fraturas sobre os coeficientes elásticos é denominado de parâmetro de densidade de fraturas $\epsilon = \mathcal{N} r^3$ (Budiansky e O'Connell, 1976), o qual também pode ser escrito como $\epsilon = \mathcal{N} (s/\pi)^{3/2}$. Assim, assumindo que a densidade de fraturas $\mathcal{N}$ é constante, s e ϵ são variáveis equivalentes:

$$s = \pi \left(\frac{\epsilon}{\mathcal{N}} \right)^{2/3} ; \quad ds = \frac{2\pi}{3\mathcal{N}^{2/3} \epsilon^{1/3}} d\epsilon \quad (14)$$

Pensée *et al.* (2002) descreveram a energia livre W^f de matérias elásticos fissurados homogeneizados, com base num volume elementar representativo $|\Omega|$. Esta mesma expressão pode ser aplicada a fraturas:

$$W^f = \frac{1}{2} \underline{\underline{\Sigma}} : \underline{\underline{E}} = \frac{1}{2} \underline{\underline{E}} : \mathbb{C}_{hom}(\epsilon) : \underline{\underline{E}} \quad (15)$$

Onde $\underline{\underline{\Sigma}}$ e $\underline{\underline{E}}$ representam, respectivamente, os campos de tensão e de deformação macroscópicos. Analisando a Eq. (15), observa-se que W^f é função de duas variáveis: o campo de deformações $\underline{\underline{E}}$ e o parâmetro de densidade de fraturas ϵ . Analogamente à abordagem clássica, a dissipação de energia $\mathcal{D}$ escreve-se como:

$$\frac{\mathcal{D}}{|\Omega|} = \underline{\underline{\Sigma}} : \dot{\underline{\underline{E}}} - \frac{\partial W^f}{\partial \underline{\underline{E}}} : \dot{\underline{\underline{E}}} - \frac{\partial W^f}{\partial \epsilon} \dot{\epsilon} \quad (16)$$

Baseando-se na equação de estado elástico $\underline{\underline{\Sigma}} = \frac{\partial W^f}{\partial \underline{\underline{E}}} = \mathbb{C}_{hom} : \underline{\underline{E}}$, simplifica-se a expressão da dissipação de energia para a seguinte igualdade:

$$\frac{\mathcal{D}}{|\Omega|} = - \frac{\partial W^f}{\partial \epsilon} \dot{\epsilon} \quad (17)$$

Determina-se, então, a taxa de liberação de energia $\mathcal{F}$:

$$\mathcal{F} = - \frac{\partial W^f}{\partial \epsilon} \quad (18)$$

A propagação de fraturas não é analisada para uma fratura, mas sim para um conjunto de fratura. Esta diferença em relação a análise clássica é responsável por um limite crítico $\mathcal{G}_c(\epsilon)$ diferente:

$$\mathcal{F} - \mathcal{G}_c(\epsilon) \leq 0 ; \quad d\epsilon \geq 0 ; \quad (\mathcal{F} - \mathcal{G}_c(\epsilon))d\epsilon = 0 \quad (19)$$

e

$$\epsilon > 0 \Rightarrow d\mathcal{D} = \mathcal{G}_c(\epsilon) d\epsilon \quad (20)$$

3.3. Aplicação de Carregamentos Específicos à Condição de Propagação

Uma vez que $\mathcal{G}_c(\epsilon)$ dependem de ϵ , ele não é considerado uma propriedade intrínseca do material. Para utilizar a condição de propagação, é necessário relacionar $\mathcal{G}_c(\epsilon)$ com a contribuição fundamental de uma única fratura $\mathcal{G}_f$. Suquet (1982) estabeleceu a seguinte equação de dissipação, comparando as situações da contribuição individual $\mathcal{G}_f$ com $\mathcal{G}_c(\epsilon)$.

$$\frac{d\mathcal{D}}{|\Omega|} = \mathcal{N} \mathcal{G}_f dr = \mathcal{G}_c d\epsilon \quad (21)$$

Aplicando a Eq. (14) obtém-se a seguinte relação

$$\mathcal{G}_c = \frac{2\pi}{3} \mathcal{G}_f \left(\frac{\mathcal{N}}{\epsilon} \right)^{1/3} = \frac{2\pi}{3r} \mathcal{G}_f \quad (22)$$

Expandindo-se a derivada da Eq. (18), obtém-se a seguinte condição de propagação

$$-\frac{3}{4\pi} \left(\frac{\epsilon}{\mathcal{N}} \right)^{\frac{1}{3}} \underline{\underline{E}} : \frac{\partial \mathcal{C}_{hom}}{\partial \epsilon} : \underline{\underline{E}} \geq \mathcal{G}_t \quad (23)$$

A Equação (23) correspondem à condição de propagação de fraturas para um material homogeneizado. Esta equação é válida para qualquer distribuição de fratura. É possível aplicar esta condição para materiais isotrópicos homogeneizados:

$$-\frac{9}{4\pi} \left(\frac{\epsilon}{\mathcal{N}} \right)^{\frac{1}{3}} \frac{\partial k_{hom}}{\partial \epsilon} \underline{\underline{E}} : \mathbb{J} : \underline{\underline{E}} - \frac{3}{2\pi} \left(\frac{\epsilon}{\mathcal{N}} \right)^{\frac{1}{3}} \frac{\partial \mu_{hom}}{\partial \epsilon} \underline{\underline{E}} : \mathbb{K} : \underline{\underline{E}} \geq \mathcal{G}_t \quad (24)$$

Resolvendo-se as expressões tensoriais, representa-se a Eq. (24) como:

$$-\frac{1}{4\pi} \left(\frac{\epsilon}{\mathcal{N}} \right)^{\frac{1}{3}} \left(3 \frac{\partial k_{hom}}{\partial \epsilon} - 2 \frac{\partial \mu_{hom}}{\partial \epsilon} \right) tr^2(\underline{\underline{E}}) - \frac{3}{2\pi} \left(\frac{\epsilon}{\mathcal{N}} \right)^{\frac{1}{3}} \frac{\partial \mu_{hom}}{\partial \epsilon} tr(\underline{\underline{E}} \cdot \underline{\underline{E}}) \geq \mathcal{G}_t \quad (25)$$

Para a avaliação quantitativa desta equação, é necessário definir campos de deformação específicos. Para tal finalidade foram aplicados os seguintes campos de deformação:

- a) campos isotrópicos: $\underline{\underline{E}} = E \underline{\underline{1}}$
- b) campos uniaxiais: $\underline{\underline{E}} = E \underline{e}_3 \otimes \underline{e}_3$
- c) campos cisalhantes: $\underline{\underline{E}} = E (\underline{e}_2 \otimes \underline{e}_3 + \underline{e}_3 \otimes \underline{e}_2)$

Com base nos campos de deformação impostos é possível determinar valores de deformações críticas E_c , a partir das quais inicia-se a propagação das fraturas, para tanto analisa-se a Eq. (25) em um regime crítico, onde a expressão se escreve como uma igualdade. A Figura 3 apresenta respectivamente as deformações críticas para fraturas e para fissuras, utilizando os parâmetros apresentados na Tab. 1.

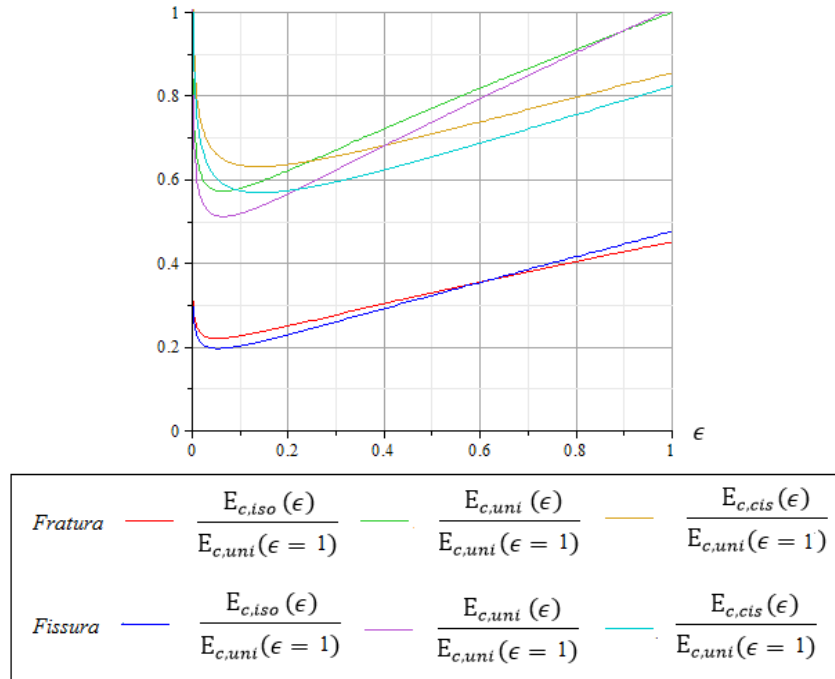


Figura 3. Evolução das deformações críticas segundo o parâmetro de dano ϵ .

Na Figura 3 são realizadas as seguintes definições: $E_{c,iso}$ é a deformação crítica quando aplicados campos de deformações isotrópicos; $E_{c,uni}$ é a deformação crítica quando aplicados campos de deformação uniaxiais; $E_{c,cis}$ é a deformação crítica quando aplicados campos de deformação cisalhantes.

Observa-se que, exceto em um primeiro momento, as deformações críticas apresentam um caráter crescente a medida que o parâmetro de dano aumenta. Tal mecanismo pode ser compreendido ao perceber que o aumento do dano diminui a rigidez do material homogeneizado, tornando o material mais deformável. No momento inicial, entretanto, as deformações são fortemente decrescentes, decrescendo de valores infinitamente grandes até valores mensuráveis. Este comportamento ocorre devido ao número muito pequeno de fraturas e corresponde a impossibilidade de propagação das fraturas, obviamente trata-se de uma limitação da teoria apresentada a qual não contempla a nucleação de novas fraturas. Tal inconsistência é verificada ao perceber que as deformações críticas ultrapassam em várias ordens de grandeza as deformações últimas do material.

A análise coloca em evidência diferenças fundamentais de comportamento entre fissuras (descontinuidade que não transmitem esforços) e fraturas (descontinuidades que transmitem esforços), mostrando em particular que as deformações críticas são bem maiores para fraturas. Esta diferença entre os resultados apresentados por cada tipo de descontinuidade decorre principalmente dos valores adotados para os módulos de compressão k_n e de cisalhamento k_t utilizados na formulação do tensor de rigidez do material homogeneizado ($k_n = k_t = 0$ para fissuras). A figura 5 ilustra este aspecto em termo de deformações críticas previstas em casos de fraturas e fissuras.

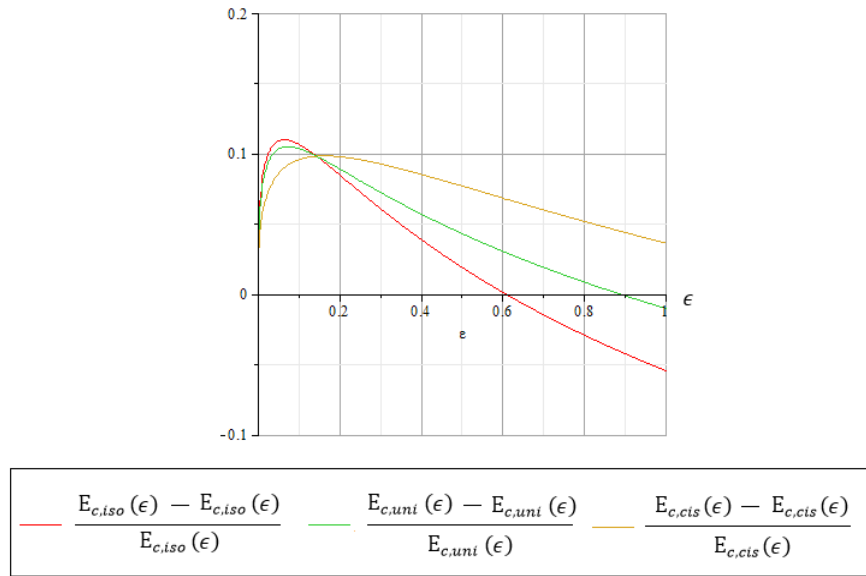


Figura 5. Diferença relativa entre as deformações críticas utilizando fraturas e fissuras.

Em todos os casos a diferença relativa máxima é da ordem de 10%, obtida para parâmetros de dano entre 0 e 0,2. Tal variação é significativa, entretanto depende dos parâmetros determinados em laboratório para a rigidez das fraturas. Fraturas menos rígidas conduzem a um comportamento mais próximo de fissuras a passo que fraturas mais rígidas conduzem a um comportamento mais semelhante ao material não fraturado. A Figura 6 representa o comportamento ilustrado.

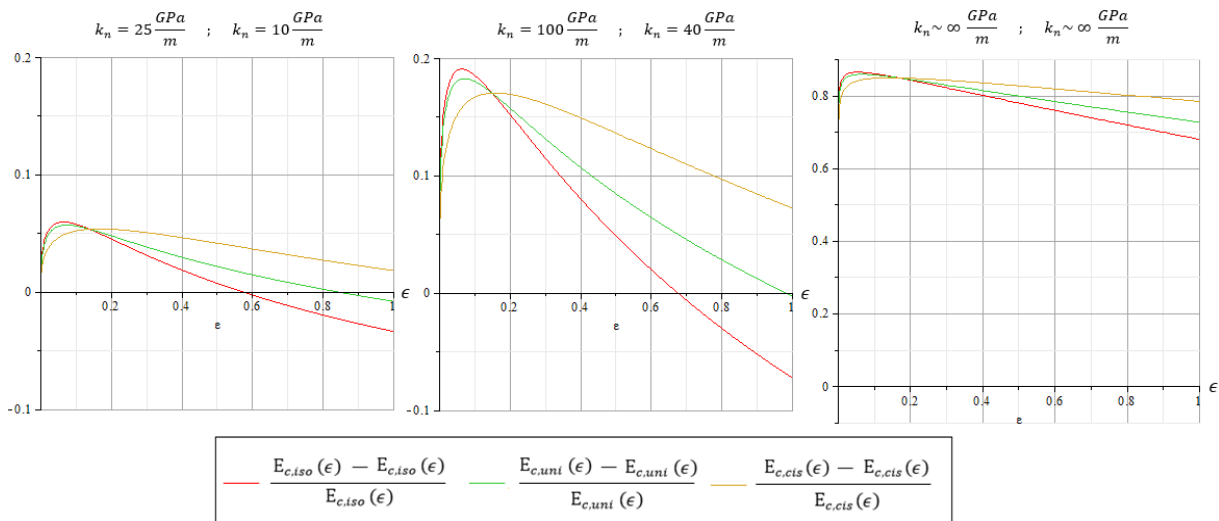


Figura 6. Diferenças relativas para outros valores de k_n e k_t .

Observa-se que quanto mais rígido é o material homogeneizado, maior a diferença relativa entre as deformações críticas obtidas para fissuras e fraturas. No limite, quando as fraturas apresentam rigidez suficientemente grande, não existiria variação da deformação crítica segundo o parâmetro de dano, tal fenômeno assemelha-se a um material não fraturado. Entretanto, quando a rigidez das fraturas é suficientemente pequena, o comportamento relativo entre fraturas e fissuras tende a manter-se igual. Nota-se, então, que a consideração de fraturas faz com que o material homogeneizado apresente um comportamento intermediário entre o material fissurado e o material intacto.

4. CONCLUSÕES

Uma abordagem dedicada à modelagem da propagação de fraturas em meios elásticos foi desenvolvida no contexto da teoria da homogeneização, combinando argumentos termodinâmicos clássicos e raciocínios micromecânicos. Empregando as ferramentas da micromecânica, determinaram-se as propriedades elásticas homogeneizadas do meio fraturado em função das rigidezes elásticas dos constituintes (matriz e fraturas) e da densidade de fissuração ϵ . A formulação na escala macroscópica das expressões da densidade de energia livre e da dissipação intrínseca permitiu identificar a força termodinâmica responsável pela propagação de fraturas. A contribuição da micromecânica reside no fato que ela permite calcular a derivada da energia livre em função do parâmetro de dano ϵ . A partir desta formulação, torna-se possível determinar as expressões das deformações críticas, definidas como deformações a partir das quais inicia-se o processo de propagação das fraturas devido o carregamento macroscópico. A análise de alguns casos específicos de carregamentos macroscópicos ilustrou as diferenças fundamentais de comportamento entre fissuras (descontinuidade que não transmitem esforços) e fraturas (descontinuidades que transmitem esforços).

REFERÊNCIAS

- Advani, S. G., Tucker III, C. L., 1987, “The Use of Tensors to Describe and Predict Fiber Orientation in Short Fiber Composites”, *Journal of Rheology*, Vol. 31, No 8, pp. 751-784.
- Aguiar, C. B., 2016, “Abordagem Micromecânica da Propagação de Fraturas em Meios Elásticos e Viscoelásticos”, *Dissertação de Mestrado*, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre.
- Budiansky, B., O’Connell, R. J., 1976, “Elastic Moduli of a Cracked Solid”, *International Journal of Solids Structures*, Vol. 12, pp. 81-97.
- Dormieux, L., Kondo, D., Ulm, F. J., 2006.a, “A Micromechanical Analysis of Damage Propagation in Fluid-Saturated Cracked Media”, *Comptes Rendus Mécanique*, Vol. 334, No 7, pp. 440-446.
- Dormieux, L., Kondo, D., Ulm, F. J., 2006.b, “Microporomechanics”, Ed. John Wiley & Sons, West Sussex, England, 328 p.
- Dormieux, L., Ulm, F. J., 2005, “Applied Micromechanics of Porous Materials”, Ed. Springer-Verlag Wien, New York, United States, 333 p.
- Dutra, V. F. P., 2012, “Um Modelo Constitutivo para o Concreto Reforçado com Fibras de Aço Via Teoria da Homogeneização”, *Tese de Doutorado*, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre.
- Griffith, A. A., 1921, “The Phenomena of Rupture and Flow in Solids” *Philosophical Transactions of the Royal Society of London*, Vol. 221, pp. 163-198.
- Lorenci, G. V. S., 2013, “Formulação Micromecânica do Comportamento Poroelástico de um Meio Rochoso Fraturado”, *Dissertação de Mestrado*, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre.
- Maghous, S., Bernaud, D., Fréarad, J., Garnier D., 2008, “Elastoplastic behavior of jointed rock masses as homogenized media and finite element analysis”, *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences*, Vol. 45, No 8, pp. 1273-1286.
- Maghous, S., Dormieux, L., Kondo, D. and Shao, J. F., 2011, “Micromechanics approach to poroelastic behavior of a jointed rock”, *International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics*, Vol. 37, pp. 111-129.
- Mura, T., 1987, “Micromechanics of defects in solids” Ed. Kluwer Academic Publishers, Dordrecht, Netherlands.
- Nguyen, S. T., 2010, “Propagation de Fissures et Endommagement par Microfissures dans un Milieu Viscoélastique Linéaire Non Vieillissant”, *Thèse de Doctorat*, Université Paris-Est, Champs-sur-Marne.
- Pensée, V., Dormieux, L., Kondo, D., Deudé, V., 2002, “Poroélasticité d’un Milieu Mésofissuré: Analyse Micromécanique”, *Comptes Rendus Mécanique*, Vol. 330, No 2, pp. 147-152.

“Os autores são os únicos responsáveis pelo conteúdo deste trabalho”.

MICROMECHANICAL APPROACH OF FRACTURE PROPAGATION IN ELASTIC MEANS

Cássio Barros de Aguiar, cassio.barros.aguiar@gmail.com¹

Samir Maghous, samir.maghous@ufrgs.br¹

¹Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, Rio Grande do Sul, Brazil

Abstract. *The main objective of this contribution is to formulate the homogenized behavior of fractured media by means of a micromechanics-based approach. Reasoning on the Representative elementary volume of the fractured medium, the macroscopic stiffness tensor $\mathbb{C} = \mathbb{C}(\epsilon)$ is determined analytically using the Mori-Tanaka homogenization scheme. The homogenized elastic stiffness depends on the elastic proprieties of the matrix and fractures as well as on from the crack density parameter ϵ , which accounts for damage at the macroscopic scale. The approach is in fact an extension of classical analyses developed for materials with cracks, that is, discontinuities without stress transfer. A fundamental aspect of the constitutive modeling is connected with the propagation of fractures induced by external loading. The damage model formulated in this paper is situated on intersection of classical thermodynamic arguments and micromechanics reasoning. For each macroscopic strain level, the macroscopic free energy expression is computed from the expression previously derived for homogenized stiffness tensor previously. The evolution of damage resulting from fracture propagation implies an increase in the crack density parameter. The rate of intrinsic macroscopic energy release is expressed as a function of the derivative of free energy density with respect to the crack density parameter ϵ . It therefore appears natural to express write the fracture propagation criterion by means of a limiting condition on the thermodynamics force associated the crack propagation. The contribution of micromechanics lies in the fact that it allows for the calculation of the derivative of the free energy density. Several applications are presented, showing the influence of fracture mechanical properties on the overall stiffness of the fractured medium. Damage propagation conditions considering either cracks or fractures are also analyzed, illustrating the similarities and differences between the two kinds of discontinuities.*

Keywords: *fractures, micromechanics, damage propagation*

“The authors are the solely responsible for the content of this work”.